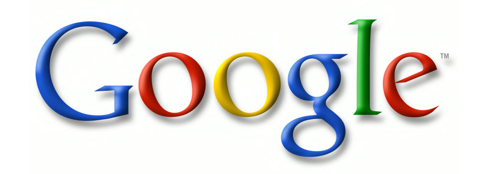
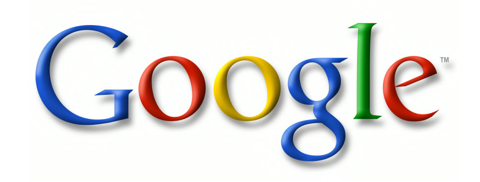
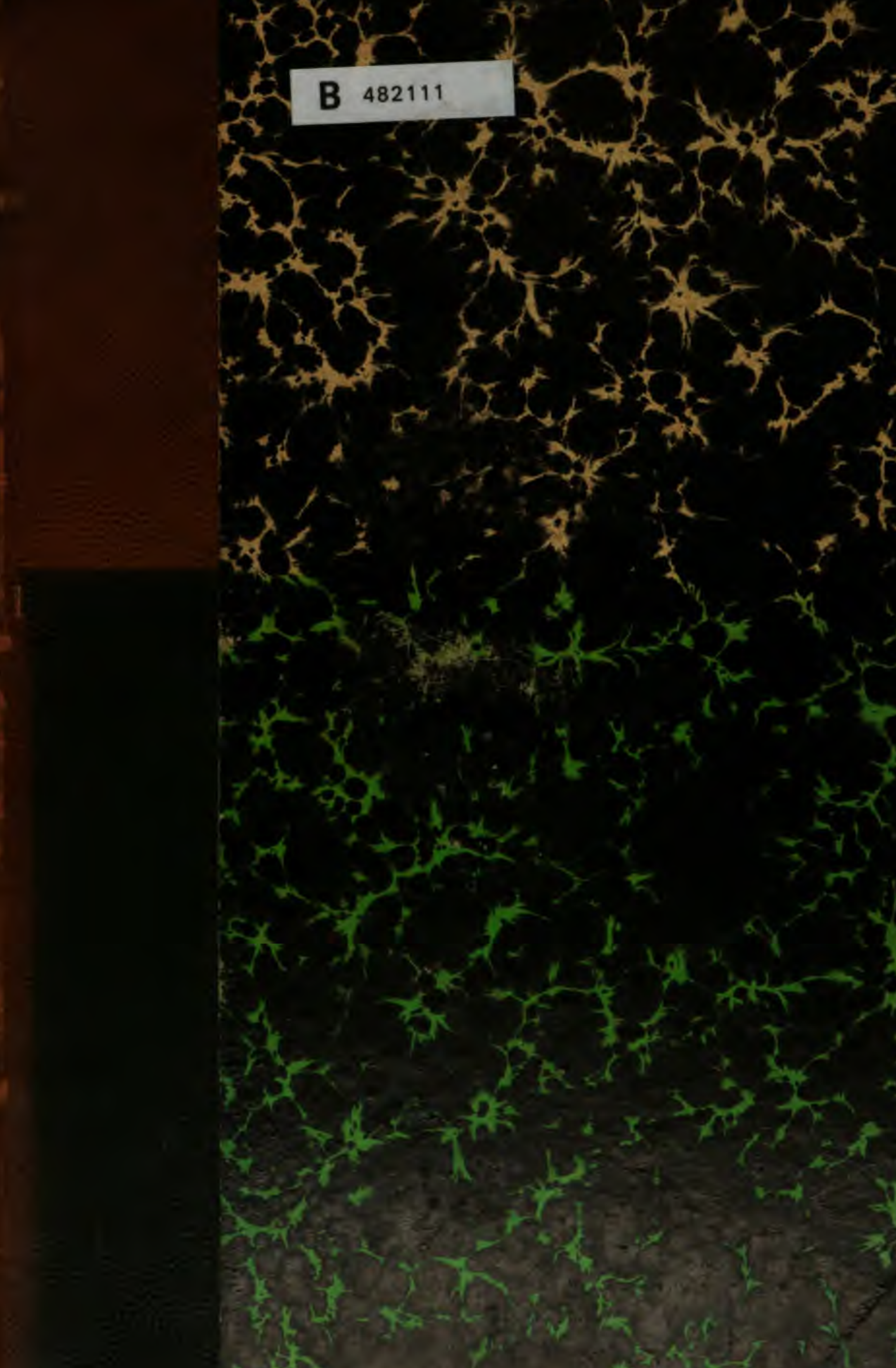
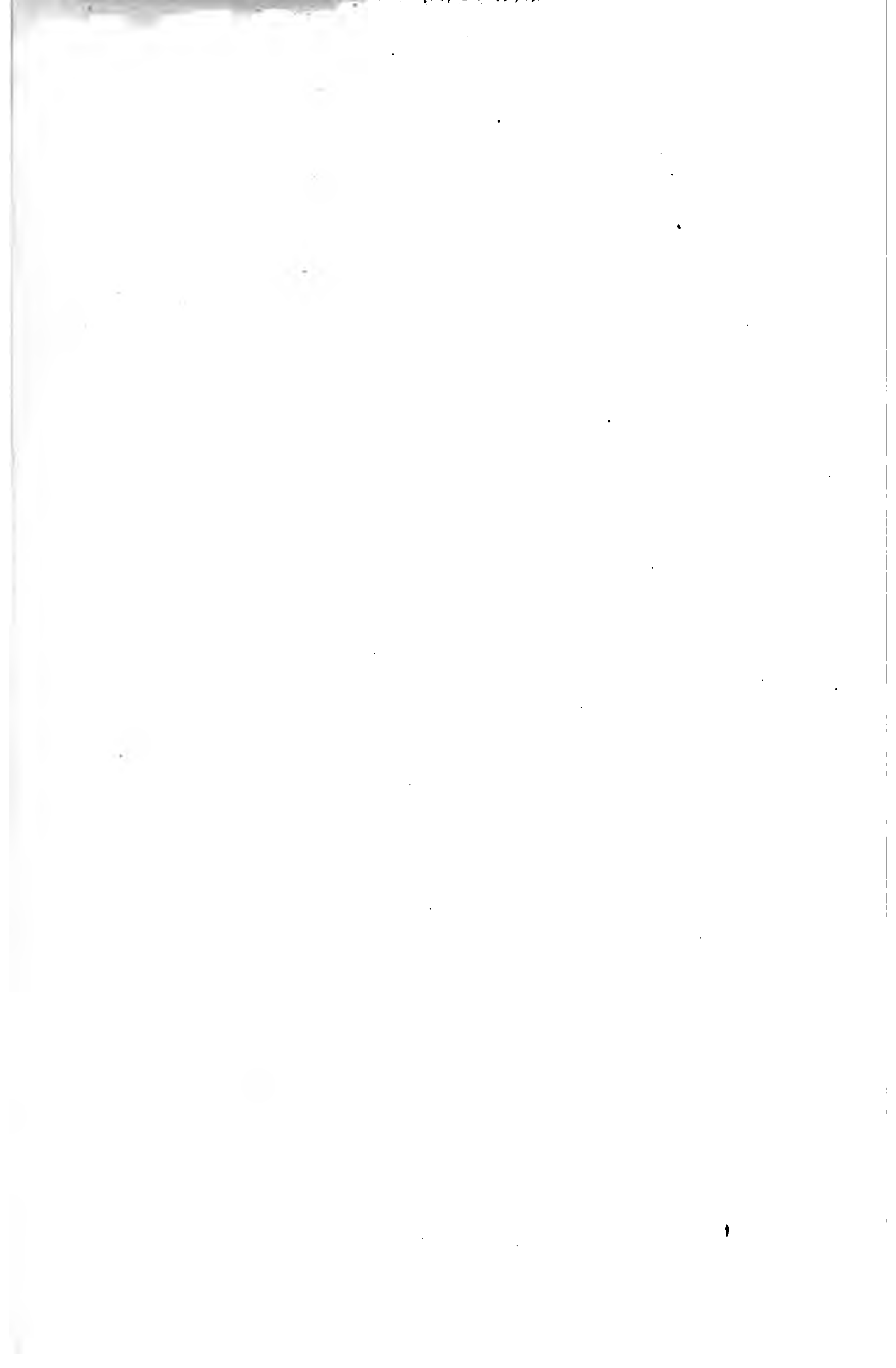





B 482111


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE





OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE
ÉLÉMENTAIRE

BIBLIOTHEQUE SCIENTIFIQUE
de l'INGÉNIEUR et du PHYSICIEN

Beaucoup de Science,
mais en vue des Applications.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE
ÉLÉMENTAIRE

FOCOMÉTRIE, OPTOMÉTRIE

PAR

H. BOUASSE

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

Ce volume contient les matières exigées à l'entrée des Grandes Écoles, mais enseignées d'une manière intelligible et utilisable.



PARIS
LIBRAIRIE DELAGRAVE
15, RUE SOUFFLOT, 15
1917

NOTE DE L'ÉDITEUR

Les thèses scientifiques et la méthode pédagogique qui font l'originalité de ce Cours sont exposées, tant dans la Préface que dans le corps du volume, avec une précision et une vigueur dont la vivacité de forme et l'énergie d'affirmation peuvent heurter certains points de vue et certains modes d'enseigner habituellement admis. Mais il doit être compris dès le principe que ces discussions et ces critiques, à l'égard desquelles l'éditeur ne saurait prendre parti, ne visent en rien les personnes ni le principe des Institutions.

DE L'ÉDUCATION NORMALISÉE (SYSTÈME TAYLOR) DE L'ESPRIT DE SYSTÈME ET AUTRES CARICATURES DU BON SENS

« Et le raisonnement en bannit la raison. »

« Car (disait Gargantua) la plus vraie perte de temps qu'il sçeust était de compter les heures. Quel bien en vient-il? Et la plus grande ruserie du monde était soi gouverner au son d'une cloche et non au dicté du bon sens et de l'entendement. »

Systématique, je définirais l'*esprit de système* à la mode des mathématiciens. Je préfère vous présenter quelques fanatiques de l'Organisation (*système Taylor généralisé*). Après les avoir contemplés dans leur travail aussi varié qu'ahurissant, vous serez d'avis que l'esprit de système est la caricature du bon sens. Être *en tout* et *pour tout* partisan du système Taylor, prouve une merveilleuse aptitude intellectuelle à la Bocherie. Aussi bien pour nos réformateurs il ne s'agit pas d'organiser; comme toujours en France, il s'agit de faire un Cours sur l'Organisation et de proclamer qu'on organisera. Donner des conseils et s'admirer, voilà de quoi nos tayloristes sont uniquement capables.

Pour qu'on ne m'accuse pas de dénigrer « systématiquement », j'utilise un volume récemment paru : « *Organisation scientifique, principes et applications.* » Il doit nous sortir du gâchis par l'emploi du chronomètre comme universelle règle de conduite.

J'espère que le lecteur comprendra quelle sottise, quelle ignorance foncières, recouvrent ces méthodes soi-disant scientifiques. La méthode Taylor est excellente dans certains cas : appliquée à notre vie tout entière, elle est grotesque dans son emphatique puérilité.

Systématiser, c'est généraliser sottement.

En parlant de la méthode Taylor et de l'esprit de système je ne sors pas de mon rôle de professeur. Si la méthode Taylor est bonne, mon enseignement discursif et digressif est déplorable. Comme il représente la tradition française, cette tradition ne vaut rien. Au

risque de chagriner les sectaires de la méthode Taylor, je ne laisserai donc pas abrutir les Français par une systématisation aussi ridicule que vaine.

JE NE SAIS QU'UN BON SYSTÈME : APPRENDRE SON MÉTIER.

JE NE SAIS QU'UNE BONNE MÉTHODE : LE TRAVAIL.

*
* *

Est-il besoin de prévenir que j'ai pour l'organisation américaine la plus sincère admiration? Que nous l'imitions, c'est fort bien.

Mais pour nos charlatans il ne s'agit que d'ajouter un cours *théorique* supplémentaire à tous ceux dont nous crevons.

Organiser est le cadet de leur souci; pérorer sur l'organisation, voilà qui est bien français, bien universitaire, bien académique!

Un mauvais physicien n'en finit jamais de commencer ses expériences; il veut toujours doter ses appareils de quelque amélioration supplémentaire. Le temps passe : avec des boniments il persuade que c'est très fort de dire ce qu'on ferait,... si l'on était capable de travailler. Certains pontifes ont le toupet d'imprimer des plans et projets d'expériences. Au lieu de les conseiller aux autres, que ne les font-ils eux-mêmes? Ils ont bien le temps de toucher des jetons de présence.

Ont-ils si grand'peur, en essayant, de prouver qu'ils sont incapables? Espèrent-ils qu'on croira difficile de bâcler des projets? Ils comptent sur la jobarderie française qui prend Nadar et Jules Verne pour des précurseurs et ne distingue pas le fétus de l'homme fait.

*
* *

Je regrette de ne pouvoir transcrire tout le mémoire de Mistress C. F., mémoire qui est une des perles du riche écrin récemment publié. Son anonymat met à l'aise ma galanterie bien connue. Au reste, puisque les femmes se mêlent de tout, elles n'ont plus droit aux ménagements que motivait la présomption de leur faiblesse. Nos égales, ô belles dames! n'exigez plus qu'on vous traite en femmes! Proclamez des âneries : nous dirons que ce sont des âneries. Votre manège déplaît qui consiste à supplanter les hommes par l'emploi de vos mérites féminins. Vous raisonnez comme des savates : on parle cependant de vous confier l'éducation *intellectuelle* des mâles. Ça sera gentil comme résultat!

Il s'agit de la *Tenue scientifique de la maison;* c'est un manuel à l'usage de vos épouses, ô jeunes hommes! L'auteur veut *fixer l'évolution de la femme, normaliser les mouvements opératoires, les conditions ambiantes et les procédés essentiels;* elle veut *normaliser l'horaire.*

Son mémoire se décompose en deux parties : l'une est absurde, l'autre puérile. Voici quelques exemples :

LISTE DES TEMPS NÉCESSAIRES A DIVERSES OPÉRATIONS

Baigner bébé	15 minutes.	Balayer et ranger 5 chambres par jour	30 minutes.
Faire les tartines	12 m.	Nettoyer l'argenterie	40 m.
Préparer la salade	15 m.	Laver la salle de bain	20 m.
Faire un pâté	10 à 12 m.		

Je m'arrête pour me tuyauter auprès de ma cuisinière Gertrude.

« Gertrude, lui dis-je, combien faut-il de temps pour laver la salade?

— Monsieur veut rire! Cela dépend. Si les feuilles sont lisses, comme la laitue, la salade est plus facile à laver que pour les feuilles tortillées comme la frisée. Je ne peux donc pas répondre à la question de Monsieur.

— Mais vous, Gertrude, combien mettez-vous de temps, pour la frisée, par exemple?

— Monsieur pose mal la question. Il faut s'entendre. Si Monsieur lave la salade, il saura que le mieux est de la laisser tremper, mettons, une demi-heure. En passant, Monsieur l'agitera. Au bout d'une demi-heure, Monsieur n'aura quasiment plus qu'à l'égoutter, ce qui lui prendra bien 2 ou 3 minutes. Monsieur voit qu'il lui faut une demi-heure au moins, mais que Monsieur peut faire autre chose en même temps.

— Que pensez-vous, Gertrude, d'une dame déclarant qu'il faut 15 minutes pour préparer la salade?

— Oh! Monsieur, je dis qu'elle apprit la cuisine au lycée. J'étais en service chez une jeune mariée qui avait un bien gentil mari. Pour se mettre en ménage, elle fit des provisions. Ayant appris la cuisine au lycée, elle crut bon d'acheter une livre de pommes de terre, mais un kilo de poivre. Avec son gentil mari, elle n'en avait pourtant pas besoin...

— Assez, Gertrude! je veux qu'on respecte le mur de la vie privée! »

Là-dessus je reprends la lecture de Mistress C. F.

« *Recommandons aux femmes qui font la cuisine de réunir, avant de commencer la confection d'un mets, tous les ustensiles qui leur seront nécessaires; à celles qui repassent, de séparer le linge plat de l'autre afin de repasser à la suite toutes les pièces semblables; à celles qui lavent, de séparer le linge taché de celui qui ne l'est pas; à toutes de ne pas interrompre leur travail pour en faire un différent. Dans un autre but, qui n'est plus de supprimer les temps mais les efforts inutiles, les cuisinières s'assoiront pour disposer leurs plats ou éplucher leurs légumes.* »

Sous un dehors scientifique, c'est niais ou puéril.

Toute cuisinière s'assied pour éplucher des pommes de terre ou écosser des pois : le conseil est puéril. Dans la cuisine bourgeoise, la *disposition des plats* exige si peu de temps que s'asseoir serait une peine inutile; le conseil est bête.

*
* *

Le passage cité montre le bout de l'oreille. *Le système Taylor est excellent pour des gestes répétés 100.000 fois identiques à eux-mêmes, qu'on fait vite, bien et sans fatigue en les systématisant.*

Si Gertrude doit repasser dix mille mouchoirs, puis dix mille plastrons de chemise, il est avantageux de commencer par les mouchoirs et de finir par les plastrons, ou inversement. Mais quand dans ma lessive se trouvent 12 mouchoirs et 3 plastrons, je ne vois pas d'inconvénient à intercaler les mouchoirs et les plastrons.

En cette phrase tient l'éloge et le blâme de tout le système Taylor.

EXCELLENT QUAND L'HOMME JOUE LE RÔLE DE MACHINE, IL EST STUPIDE QUAND L'HOMME FAIT USAGE DE SA RAISON.

Si toutes les salades étaient identiques, on pourrait chronométrer le temps nécessaire à préparer la salade. Comme elles ne le sont pas, Gertrude a raison contre Mistress C. F. Gertrude a raison de faire plusieurs choses à la fois, parce qu'une cuisinière bourgeoise n'est pas un homme qui charge un wagon de gueuses de fonte.

*
* *

Mistress C. F. conseille de s'arrêter parfois dans ses occupations pour se demander avec angoisse : « *Certains de mes mouvements ne sont-ils pas maladroits ou inutiles?* »

Ohé! Tristram Shandy, voilà votre affaire! *By Jove*, il eût été vraiment bon pour vous, équitable et salutaire que Mistress Shandy n'eût pas suivi les conseils encore inexprimés de la Savante américaine. Vous n'eussiez pas subi, neuf mois avant que vous vinssiez au monde, l'irréparable malheur raconté dans vos mémoires.

« Dites-moi, mon cher, demanda votre honorée mère à votre père honoré, n'avez-vous pas oublié de monter la pendule?

— Bon Dieu! s'écria votre père, jamais femme, depuis la création du monde, a-t-elle interrompu un homme par une si sotte question? »

Que disait votre père, je vous prie? — Rien.

*
* *

BON SENS. — *Ce second facteur est à la source des onze autres. N'est-ce pas seulement du bon sens d'éviter de se pencher pour poser un vase à terre quand on peut le suspendre à la hauteur de la main?*

Dans nos bibliothèques nous ne conservons donc que le rayon à hauteur de la main; dans les musées les tableaux sont tous sur la cimaise; chez les marchands de chaussures, les cartons sont tous à hauteur d'homme. Question : que faisons-nous du reste des volumes, des tableaux et des chaussures?

Remarquez les *onze* autres facteurs.

Caractéristiques de nos grotesques : *les dénombrements parfaits!*

Conseils aux architectes pour la cuisine : beaucoup de lumière, peu d'odeurs, propreté. J'ai mis ces principes en action pour organiser ma cuisine modèle d'Applecroff, constituant ainsi un laboratoire où je puis étudier les méthodes et produits nouveaux.

Et si mon loyer est de cinq cents francs à Paris, ou même de quinze cents? Il faut donc que je sois millionnaire pour organiser la maison!

Suite d'une opération effectuée dans un milieu normalisé. Pour faire une omelette : prendre les matériaux dans l'office ou le garde-manger (fig. 1), — *un pas à droite et battre les œufs sur la table du bureau, — un pas à droite et mettre à cuire sur le fourneau, — un dernier pas à droite et laisser le mets sur la table de service, d'où on le prendra pour le porter avec les autres à la salle à manger.* (Pécaïré! il arrivera froid!)

C'est la première partie; elle se résume comme suit : préparation des aliments, office, garde-manger, table, bureau, — cuisson des aliments, etc., etc.

Je doute que Mistress C. F. sache faire une omelette. J'ai l'habitude de fondre le beurre ou la graisse, et de verser les œufs battus dans le liquide chaud : ce qui ne colle pas avec la description de Mistress C. F. Deux pas à droite sont insuffisants.

Hélas! quand on se mêle de normaliser la confection d'une omelette, on est bien dans la salle que les internes de Sainte-Anne nomment l'Académie!

J'ai des poules, je prends au poulailler les œufs dont je compose mon omelette! Que de pas inutiles, quelle force gaspillée! Comment expliquer l'énorme labeur que je fais aboutir! Si vous soupçonniez ce que mes livres représentent de travail matériel (comptons pour nul l'effort intellectuel), vous seriez épouvantés! Jamais pourtant je ne me presse; jamais je ne me préoccupe de savoir si mes gestes sont inutiles, parce qu'ayant une bonne *éducation française, je ne bombine pas dans le vide,* comme dit Rabelais. Rendez-moi visite : vous aurez l'impression que je ne fais rien, au peu de souci que je parais avoir de perdre mon temps. Mais ce serait le diable si vous sortiez de mon laboratoire sans m'avoir appris quelque chose!

Cette mécanisation de l'existence est une invention de maniaques. Jamais homme ne fut plus rangé que moi; je me couche et me lève avec mes poules; je déteste veiller, parce que ça me donne mal à la tête. Je pourrais donc servir de starter à nos chronométreurs. Mais entre eux et moi est une différence profonde : je fais cela sans y penser; ils y pensent toujours : voire ils ne font plus que d'y penser!

Mistress C. F. nous apprend que *chaque matin c'est seulement après la visite de ses réserves alimentaires qu'on doit établir les*

menus des prochains repas. Gertrude, qui ne se pique pas de normaliser, n'achète du nouveau qu'après avoir soupesé de l'œil les restes de la veille. Mistress C. F. et Gertrude ont les mêmes préoccupations : mais ce qui est naturel chez Gertrude est niais chez Mistress C. F., parce que Gertrude est simple et que Mistress C. F. nous la fait à la science!

*
* *

Ce curieux ouvrage sur l'*Organisation scientifique* contient d'excellentes choses extrêmement banales, noyées dans un fatras dont le ridicule ne le cède qu'à l'inutilité. Je vous conseille le mémoire de Taylor sur les *Gazons de golf :* il est bête à manger... du gazon systématiquement desséché.

« En examinant successivement tous les facteurs qui entrent en jeu, on a été conduit à étudier expérimentalement les vingt-trois problèmes suivants :

1° Germination des graines.

2° Nombre de plants au pouce carré.

. . . .

9° Elimination des mauvaises herbes.

. . . .

15° Défense contre les vers de terre.

20° Protection contre les orages.

. . . .

23° Profondeur du sol.

Les sept premières de ces questions exigèrent les études les plus prolongées. Les recherches sur le développement des racines, etc., etc. »

Toute la botanique, la géologie, la météorologie, etc., etc., à propos des gazons de golf!

Et des truismes de cette force, énoncés avec une emphase de pédagogue allemand : « Dans toute recherche scientifique, c'est une règle absolue de ne faire varier à la fois qu'un facteur, pour en étudier l'effet. »

Appliquez donc cet axiome à la protection contre les vers de terre!

L'éditeur français termine ce mémoire d'une inconcevable naïveté par ces lignes mélancoliques : « La mort de F. Taylor a interrompu la publication de cette étude (sur les gazons de golf!). Peut-être y aurait-il eu encore un article pour résumer les résultats acquis et insister sur la méthode de travail mise en œuvre.

Elle se reconnaît facilement à la simple lecture du mémoire et peut se résumer en deux mots :

« Recherche systématique de tous les facteurs;

« Détermination de la part de chacun d'eux au moyen de mesures très précises. »

Il y a beau temps que les Français ont inventé ces règles profondes.

Oyez le maître d'armes de M. Jourdain! « Je vous l'ai déjà dit. Tout le secret des armes ne consiste qu'en deux choses, à donner et à ne pas recevoir. Et comme je vous fis voir l'autre jour par raison démonstrative, il est impossible que vous receviez, si vous savez détourner l'épée de votre ennemi de la ligne de votre corps. Ce qui ne dépend seulement que d'un petit mouvement du poignet, en dedans ou en dehors. »

Dans la *Grande Duchesse* (drame philosophique avec musique d'Offenbach), le caporal Fritz, promu général par l'amour de sa souveraine, fait son plan devant le général Boum : « Couper et envelopper, voilà tout le secret de la victoire. On marche ensemble et l'on cogne. » Ce qui remplit d'enthousiasme la protectrice énamourée!

Vous dénombrez les facteurs, vous déterminez ensuite la part de chacun d'eux par des mesures très précises! Vous avez la fin de la sagesse humaine :... il ne vous manque que la manière de vous en servir...

Mais chez quel diable de Français très authentique ai-je lu des règles analogues? Cherchons!...

Je cherche,... et je rencontre le Tourangeau Descartes!

On nous sert les règles du *Discours de la Méthode* comme arrivées par le dernier bateau New-York-Havre!

Je transcris Descartes.

Ainsi au lieu de ce grand nombre de préceptes dont la logique est composée, je crus que j'aurais assez des quatre suivants, pourvu que je prisse une ferme et constante résolution de ne manquer pas une seule fois à les observer.

Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle; c'est-à-dire d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention...

Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinais en autant de parcelles qu'il se pourrait et qu'il serait requis pour les mieux résoudre.

Le troisième, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu jusques à la connaissance des plus composés...

Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers et des revues si générales que je fusse assuré de ne rien omettre.

Reprenez le volume *Organisation scientifique, principes et applications*. Sous un jargon de l'autre monde, vous y trouvez en tout et pour tout les règles de Descartes.

C'est vraiment bien la peine d'invoquer la science à propos d'une omelette ou d'une tasse de café!

*
* *

Malheureusement, pour mettre une tragédie sur ses pieds il ne suffit pas de connaître la règle des trois unités ou d'avoir lu la *Dramaturgie de Hambourg*. On n'est un savant ni grand ni même pré-

sentable parce qu'on n'ignore pas la deuxième partie du *Discours de la méthode*.

Avant Descartes, Képler et Galilée avaient écrit des mémoires, parfaits modèles d'expérience ou d'observation. Avant Aristote, Socrate raisonnait, bien que ne connaissant pas les règles du syllogisme, les appliquait tout de même. Bacon débite de belles choses sur l'induction ; chaque fois qu'il tente une expérience, piteusement il se blouse : tel celui qui clame un sermon contre l'alcoolisme et se pique le nez au sortir du prône.

LES DISCOURS, LES CONSEILS, NOUS EN CREVONS.

Pas tant de règles et plus d'obéissance à la règle ; pas tant de discours, un peu plus d'actes.

Le livre sur l'Organisation est niais parce qu'il proclame de ces vérités éternelles (n'en jetez plus : la cour est pleine!) que tout homme intelligent *cultivé à la mode française* connait et applique d'instinct.

Après avoir platement suivi les Scandinaves, les Boches, les Anglo-Saxons,... après avoir oublié que nous étions Français et avoir failli en claquer, n'allons pas à la remorque de Taylor nous débitant pompeusement les règles de Descartes!

Que Taylor ait étudié soigneusement certains problèmes très particuliers, qu'il ait rendu de grands services à l'industrie, personne ne le conteste. Que ce soit un rénovateur scientifique, il faut sortir de l'Ecole Polytechnique pour l'admettre.

Au reste, voyons ce qui fait la gloire de Taylor, en dehors de ses études très spéciales sur les conditions du tournage et sur les machines-outils.

Taylor a découvert (!?) que lorsqu'un ouvrier fait cent mille fois le même geste, il faut décomposer ce geste *en temps* et en étudier systématiquement le rythme.

Je veux bien que pour les industriels et les membres de l'Institut ce soit une révélation. Moi qui ne suis ni l'un ni l'autre, je m'étonne qu'on n'y ait pas songé plus tôt, puisque cette décomposition *en temps* est universellement utilisée pour l'exercice à la caserne, pour la danse, l'escrime, la savate, etc., etc. Sans contester le génie de Taylor d'avoir trouvé que le transport des gueuses de fonte est plus économique quand on procède en 14 temps et 17 mouvements, je n'y vois qu'une application de procédés ultra connus.

Quand je prenais des leçons de danse, je comptais v temps pour la valse à trois temps, p pour la polka, m pour la mazurque, s pour la scottish, et ainsi de suite. Je laisse à déterminer les *facteurs* v, p, m, s... : à trop m'avancer j'aurais peur de sentir l'hérésie. Mais je n'ai jamais su danser parce que précisément je comptais toujours v temps en tournant la valse, p en oscillant la polka, et ainsi de suite; de sorte que pour peu que ma danseuse me confiât gentiment qu'*il faisait chaud* ou que *ce bal était charmant*, le temps de répondre, voire un monosyllabe, je m'embrouillais dans les coefficients... et je

lui marchais sur les orteils. D'où regard offensé, rougeur de ma part, séparation « à l'amiable ». De ces expériences peu nombreuses, cependant définitives, j'ai déduit que les coefficients étaient bons pour apprendre, mais qu'on ne savait qu'à l'instant où l'on parvenait à s'en passer, quand on avait remplacé l'analyse par la synthèse, quand on appliquait d'instinct les règles qu'il avait fallu décomposer pour les apprendre.

Ce que je dis de la danse, je le répéterai de la savate. Il y a quelques années, j'assistai par hasard à une leçon de savate entre apaches. J'allais d'Amboise à Tours, en troisième bien entendu. J'avais comme vis-à-vis un jeune homme dont la mine me frappa. Je fus édifié sur la nature de ses occupations au sursaut qu'il fit quand un voyageur du même âge et de même tournure lui dit brusquement : « Toi, je te connais! » Mon vis-à-vis esquissa le geste de tirer son surin.

Le lendemain, je me promenais sur les bords de la Loire quand arrivèrent six pâles voyous, parmi lesquels ma connaissance de la veille. Bien qu'on fût en octobre, ces braves enfants mirent veston bas; et sur la grève j'assistai (d'un peu loin, mais assez près pour entendre) à la plus admirable leçon de savate qui jamais fut donnée. Eh bien! messieurs les apaches décomposaient en temps le coup du père François ou le coup de la fourchette. C'était charmant de « classique », merveilleux d'analyse... Après quoi, ces artistes bloquèrent les temps. Peu à peu, à mesure que le métier venait, l'analyse fit place à la synthèse. Comme les élèves avaient le désir d'apprendre, à la fin de la séance, qui fut longue, ils vous étranglaient un homme, vous défonçaient l'estomac ou vous crevaient les yeux... sans compter les temps.

Parmi mes camarades étaient des artistes particulièrement doués qui du premier jour valsèrent sans compter les temps. Mais ces Vestris dignes d'une ambassade étaient rares. J'imagine qu'à Montmartre ou à Montparnasse on rencontre des apaches capables de vous appliquer le coup du lapin sans jamais avoir compté les temps. Aussi bien mes apaches étaient de Tours, c'est-à-dire de la province...

Pour génial qu'on soit, il est bon d'avoir *compté les temps* : c'est la caractéristique de l'homme éduqué.

L'autodidacte n'a pas compté les temps, et le défaut se reconnaît toujours. Sa manière a de la puissance, mais elle manque de souplesse, d'équilibre, de cette pondération qui fait qu'on admire sans restriction. S'il a du génie, passe encore. Mais s'il en manque, ça devient décousu, incohérent; ça ne se tient pas! D'avoir compté les temps ne fait certes pas le génie, mais donne l'apparence du talent.

Que Taylor ait appliqué ces idées banales au transport des gueuses de fonte de la pile sur le wagon, du wagon sur la pile, mérite une statue de fonte, avec comme accessoires un wagon, une gueuse et, sur un tableau faisant toile de fond, l'énumération

des *temps*. Je suis équitable; l'envie ne creuse pas mes joues de rides prématurées; l'ictère ne jaunit pas mon teint : je sais récompenser le vrai mérite. Si vous préférez la statue en acier Bessemer, Thomas ou Martin, en acier chromé, manganésifère ou même allié de tungstène, j'y souscris de bonne grâce. Mais, pour Dieu! respectez les proportions et l'histoire! N'offrez pas comme une rare découverte ce que faisait le sergent Montauciel, des gardes françaises, quand il enseignait à ses hommes la charge en dix-huit temps.

*
* *

D'avoir *compté les temps* rend conscients les gestes instinctifs, ce qui aide la mémoire et supprime la crainte de s'embrouiller. Nous savons qu'il est dangereux, pour les bien exécuter, de réfléchir sur nos gestes habituels. Demandez à Cercleux de vous expliquer comment il réussit la merveille qu'est son nœud de cravate. Il vous répond qu'il va la reproduire devant vous; mais il est incapable d'analyser son geste... à moins qu'il n'ait fait l'éducation d'un prince (voyez Donnay).

On raille les Boches de ce que leurs professeurs de langues latines déclarent savoir mieux le français que nous. En un sens ils ont raison. Nous connaissons le français par l'usage, ils le connaissent en théorie. Ils parlent mal, mais ils savent comment *en théorie* on parle bien. Ils ont *compté les temps :* nous n'avons jamais pris cette peine.

Résultat : tout à coup il nous vient un doute sur une règle de grammaire qu'au surplus nous n'avons jamais sue : nous devons consulter le dictionnaire.

Compter les temps, c'est apprendre intelligemment son métier, au lieu de le pratiquer par routine.

Je fais donc la part légitime au *comptage des temps*. Toutefois je cote mon français passablement incorrect plus haut que celui de Herr Professor Schweinkoft. Il y trouvera peut-être des fautes de grammaire, mais il n'en appréciera jamais l'astringente saveur.

*
* *

Les règles de Taylor sur le dénombrement des facteurs me rappellent une curieuse histoire de chameaux. Je la prends par bribes dans un livre que vous lirez avec profit, *la Conquête du Sahara,* par Gautier.

Le chameau, cet organisme adapté à un pays à part, défie toutes prévisions basées sur notre expérience européenne. Nous ne savons jamais exactement ce qu'on peut se permettre avec lui et ce qu'on doit s'interdire. La charge au dos, de son pas habituel, sans se plaindre (du moins plus que d'habitude, car il est de sa nature mal embouché), le chameau épuisé *marche la route*. Quand il est à

bout, il s'arrête brusquement; il s'accroupit et meurt avec beaucoup de dignité et un air de penser à autre chose. Il a le masque d'un pince-sans-rire en train de jouer à son propriétaire une bonne farce définitive.

Ainsi sont morts, au service de la France, d'innombrables chameaux.

Je ne crois pas qu'il y ait de massacre comparable à celui de 1901. A cette époque il fallut ravitailler la grosse colonne qui occupa le Touat.

Epreuve terrible : une moitié du cheptel algérien fut anéantie...

A la réflexion, ces échecs sont tout naturels. La domestication des bêtes remonte à l'enfance oubliée de l'humanité. C'est si loin qu'on ne sait même plus exactement quels sont les ancêtres sauvages de nos chiens, de nos chevaux ou de nos poules. Les procédés de domestication semblent un secret perdu.

Avec nos bêtes familières, chevaux ou bœufs, nous sommes liés, sans en avoir conscience, par une sorte de pacte antique, par une accommodation atavique mutuelle. Cela ne s'improvise pas. Qu'on imagine les obstacles à surmonter si, le cheval étant inconnu en France, on voulait organiser le premier régiment de cavalerie.

La difficulté (qui se présentait pour l'organisation des méharistes) n'a pas été surmontée; elle a été tournée. Entre l'Etat français et les chameaux, éternellement incapables de se comprendre, il y avait un intermédiaire naturel, les tribus nomades du Sahara.

Aux compagnies du Touat, les méharis sont la propriété individuelle du soldat qui les monte, et non pas de l'Etat. Chaque homme a son petit troupeau particulier de deux ou trois bêtes, qu'il a achetées lui-même sur sa solde, qu'il conserve le droit d'échanger, de vendre, de maquignonner comme il lui plaît et qu'il remplace à ses frais, s'il a la sottise de les laisser mourir.

Ces pâtres-nés que sont les Chaamba savent ce que nous ignorons : assurer la vie d'un chameau en tirant de lui le maximum de travail utile; ils le savent avec la sûreté d'un instinct.

Vous le voyez, lecteurs. Quand notre administration, qui compte d'innombrables polytechniciens, saturés du flair de l'artilleur, a voulu résoudre ce simple problème, *comment faire vivre un chameau dans le Sahara?* elle a piteusement échoué, malgré le dénombrement des facteurs, malgré l'application des règles du *Discours de la Méthode* et de toutes celles de la Philosophie positive de M. Comte (Auguste). Elle n'a pas été capable de ce que réussit naturellement un Chaamba déguenillé.

Concluez. Ou bien notre administration est composée d'imbéciles : nous repoussons avec horreur cette hypothèse. Ou bien il ne suffit pas de nombrer les facteurs, certaines questions en contenant une si grande quantité qu'il est impossible de faire la part de chacun d'eux. Un intelligent empirisme est alors préférable aux règles du *Discours de la Méthode.*

Polytechniciens, n'en remontrez aux Chaamba sur l'art de soigner les chameaux, ni aux paysans sur le problème difficile de planter correctement les choux. Bornez-vous à des questions mieux limitées et plus simples : le problème des *n* corps ou la théorie des ensembles. En tout cas, si vous ne pouvez vous dispenser d'apprendre aux villageoises à traire leurs vaches, que ce soit aux frais de la princesse, mais non pas au grand dam de vos enfants!

La peau du méhari, dit Gautier, est une étrange substance avec laquelle on peut d'une part se permettre des plaisanteries incroyables (puisqu'on ressemelle un pied usé de chameau comme une savate, avec un morceau de cuir quelconque et une alène crasseuse); mais, d'autre part, une plaie, si on la soigne correctement avec un pansement antiseptique au sublimé, devient phagédénique et envahit tout l'animal. Il faut la brûler au fer rouge avec une barbarie sauvage, contraire à tous les usages hippiatriques; si bien que pour un chameau blessé, les soins dévoués d'un bon vétérinaire sont un arrêt de mort.

Après de tels exemples et sans oublier l'importante question du transport des gueuses, nous classerons les admirateurs du taylorisme généralisé dans la catégorie des paralytiques généraux.

Mais ne me faites pas dire ce que je ne dis pas.

Quand un problème est bien déterminé, comme celui de la composition des alliages ou de la trempe des aciers, il n'est pas nécessaire d'être tayloriste pour admettre la nécessité de procéder systématiquement.

Mais ce qui est facile en Chimie, devient impossible en Agriculture ou Zootechnie, et complètement idiot en Sociologie et Économie politique.

Réduit à ce qu'il a d'intelligent, le taylorisme est un truisme : ses adeptes en font une sottise. « Seigneur, protégez-moi contre mes amis! De mes ennemis je me charge! »

*
* *

Je résume ma thèse.

Nous possédons des outils intellectuels. La culture n'est possible que si nous apprenons leur emploi : un apprentissage est nécessaire, humble, pénible et long. L'erreur de ces trente dernières années a été de croire qu'on pouvait tout faire de génie. C'est imiter quelqu'un que de planter des choux; même pour planter des choux il existe une doctrine, un recueil de préceptes. Toute doctrine est discutable : je ne soutiens pas que nous connaissons la meilleure manière de planter les choux. Mais avant d'innover dans l'art de planter les choux, nous devons étudier ce qui est écrit sur la matière, nous informer près des sages et ne proposer de nouvelles méthodes qu'après avoir sérieusement médité celles de nos aïeux. Bref, avant de penser des choses admirables et définitives, ce à quoi mes lecteurs sont évidemment tous destinés, il faut apprendre à penser.

Il faut connaître les règles anciennes, seraient-elles d'Aristote.

Il faut analyser les opérations de la pensée.

Les imbéciles en restent là; *ils sont systématiques*.

N'étant pas des imbéciles, vous ferez le dernier pas; ayant appris les règles, vous les oublierez comme devenues inutiles.

EN CECI CONSISTE L'ÉDUCATION : APPRENDRE DES RÈGLES POUR APPRENDRE A S'EN PASSER.

Le stupide du bouquin sur Taylor est de conserver pompeusement l'échafaudage. Il y a cent ans, quand on a voulu planter en

France des prairies artificielles, les agriculteurs ont procédé de la manière vantée par Taylor pour ses gazons de golf ou de polo. Ils ont cherché quelles graines sélectionnées donnaient le meilleur rendement en fourrage, convenaient aux terrains noyés de la Sologne, résistaient aux vermines. Bref, *sans tapage et sans prendre des airs d'avoir... fait la Colonne,* ils ont résolu le problème.

C'est lamentable qu'on propose le mémoire de Taylor sur les gazons de golf en modèle aux Français qui ont su replanter leur domaine viticole en sélectionnant les plants, qui tous les jours en découvrent de plus robustes et de plus aptes à se défendre contre les maladies de la vigne.

Cette admiration bête pour l'étranger ne nous sortira pas du pétrin; il faut admirer ce qu'il y a d'admirable CHEZ NOUS, reprendre nos traditions intellectuelles, avouer qu'on les avait sottement délaissées.

De l'intelligence, nous en avons à revendre.

IL NOUS MANQUE UNE ORGANISATION MATÉRIELLE ; qu'on nous la donne.

Mais pour le conseil de réaffûter les outils d'une certaine manière et de transporter les gueuses sur un certain rythme, qu'on ne s'imagine pas découvrir un *Nouvel Organon.*

*
* *

Délicieux adversaires qui ragez de ne pouvoir m'assommer au coin d'un bois, n'espérez pas me prendre en défaut. Je vous répète que le système Taylor a des parties excellentes que connaissaient les Grecs inventeurs du jeu de l'Oie. Ainsi, pour que la conversation ne chaumât pas, ils avaient coutume de dire : « 22, les deux cocottes. » Cette HABITUDE entretenait la chaleur communicative de la réunion familiale, amenait un rire conventionnel, ce qui est une manière réflexe d'égayer les gens, cela, sans fatiguer les méninges.

Les HABITUDES ont des avantages inestimables.

Elles évitent de penser à des choses qui n'en valent pas la peine, mais qui deviendraient une gêne si l'on ne trouvait pas le moyen de s'accommoder avec elles.

LES HABITUDES SONT DES SYSTÉMATISATIONS QUI ÉPARGNENT DU TEMPS ET DE LA FATIGUE.

On blague les Boches qui traversent les ponts sur le trottoir de droite. Croyez-vous amusant, quand on est pressé, de se trouver successivement nez à nez avec trente individus qui se font un plaisir de prendre leur gauche quand vous obliquez à droite, ou leur droite quand vous semblez choisir votre gauche? De sorte que, pour en finir, vous les suppliez d'énoncer leur préférence!

Posons que les piétons prendront leur droite comme les voitures : nos « libertés » n'en seront pas amoindries.

Mais les Français n'ont pas plus tôt découvert une pancarte les priant humblement de ne pas cracher, qu'ils ramassent tout ce qu'ils ont de salive afin de prouver leur indépendance. En quoi ce sont des

imbéciles et des cochons. Ils cesseraient de l'être si l'on osait leur dire qu'ils excitent la pitié et le dégoût.

Le Français imagine la liberté comme une fin, non comme un moyen. *Or la liberté considérée comme une fin s'appelle désordre et gâchis.* L'ouvrier boche a trouvé chez lui plus de bien-être dans une obéissance *joyeusement consentie* que nous n'en avons obtenu par notre manie de désobéir.

Nous finirons par crever de faim *ad majorem Libertatis gloriam.*

Certes, je ne réclame pas le despotisme. Mais je trouve stupide la désobéissance posée comme principe. Si l'on obtient plus de travail avec moins de fatigue en systématisant les gestes, systématisons les gestes.

Les habitudes sont nécessaires; nous ne pourrions vivre s'il nous fallait à chaque instant analyser nos mouvements. Puisque les gestes sont utiles, apprenons à les rendre le moins fatigants qu'il se peut. Apprenons à marcher : mais qu'en marchant nous ne soyons pas constamment occupés à compter nos pas.

Le système Taylor a du bon!

Systématisons les choses mécaniques, mais ne systématisons pas notre pensée. Or, que font tous nos jocrisses politiques, si ce n'est de systématiser des formules?

La *force des choses* s'occupe vraiment de leurs formules!

Le système Taylor généralisé est exécrable!

* * *

Dans ces trente dernières années on a commis faute sur faute par oubli de ces vérités premières (ouvrez vos rouges tabliers!).

On s'est dit que tout le monde pondait des métaphores sans en connaître la théorie (c'est à la Halle qu'on en fabrique le plus). *Donc on a supprimé la Rhétorique.*

On s'est dit que tout le monde faisait des syllogismes sans avoir étudié Port-Royal ou Aristote. *Donc on a supprimé la Logique.*

On s'est dit que tout le monde savait parler correctement (!?) sans avoir désossé sa langue. *Donc on a supprimé la Grammaire.* Je me trompe : on l'enseigne aux gosses à peine sevrés; on fait alterner la règle des participes et le biberon.

En cela on s'est conduit comme de tristes idiots. On fait des litotes ou des catachrèses sans savoir que ce sont des litotes ou des catachrèses; mais il n'est pas indifférent de l'avoir su. On conclut en Barbara sans avoir conscience que les trois propositions sont affirmatives générales; mais il n'est pas indifférent que l'esprit ait été ployé à cette gymnastique. Ceux qui écrivent passablement ne confondent pas les formes : *je racontai, j'ai raconté;* mais il est bon qu'une fois dans sa vie on soit contraint à la distinction pédante, mais essentielle, des temps qui expriment le passé.

Apprendre la grammaire, la rhétorique, la logique, c'est décom-

poser le mouvement, c'est compter les temps : *c'est appliquer la méthode Taylor*. Et c'est en quoi cette méthode, si elle n'est pas neuve, est intelligente, au moins sous cet aspect très particulier de l'analyse et du chronométrage des gestes élémentaires dans le transport des gueuses de fonte.

Dire que la rhétorique est inutile si l'on naît Démosthène, la logique si l'on naît saint Thomas (de la *Somme*), la grammaire si l'on naît Vaugelas, est d'un crétin, parce que Démosthène, saint Thomas ou Vaugelas ne laissaient pas d'être très forts sur la théorie des sciences qui firent leur gloire. Dire qu'on risque d'éteindre par ces études les dispositions naturelles, c'est énoncer le contraire des faits les plus certains : on ne sait bien que ce qu'on apprend par principes, mais assez longtemps, assez complètement pour ensuite pouvoir oublier les principes.

Voltaire prisait à très haut point les études que lui avaient imposées les Jésuites; l'auteur de *Candide* savait admirablement la grammaire, la rhétorique et la logique. C'est l'armature de ses facéties, c'est pourquoi ses facéties sont encore lisibles.

*
* *

Revenons à cette excellente Mistress C. F. qui fait de sa cuisine un laboratoire.

Son prodigieux enseignement proclame qu'il est bon de ne pas faire de gestes inutiles. Tout ce fatras pseudo-scientifique pour énoncer ce qu'en cinq secs Arthur, maître d'hôtel au GRAND RESTAURANT DES ASTICOTS, apprend à Auguste, le garçon nouvellement arrivé.

« Tu comprends, lui dit-il, le cuir est cher : faut ménager ses godillots. Si tu charries une assiette à la fois, tu te fatigues. Tu embêtes le miché qui se fait vieux en attendant sa bidoche; il regimbe sur le pourboire. Si tu te presses, tu risques de virer dans le panorama et d'abîmer les oignons de la dame. Tu n'imagines pas ce que ces guenons ont de la rancune! C'est pis que la mule du pape! Encore si tu écrases leurs orteils, n'y en a que pour dix ans à te battre froid. Mais si par malheur tu fiches de la graisse sur leurs fringues, mon vieux! c'est la haine à mort! Elles iront jaspiner auprès du singe; t'auras plus qu'à rendre ton tablier. Pour t'éviter ce fâcheux contretemps, reluque un peu comme je fais! »

Là-dessus, Arthur empile assiettes sur assiettes, quitte à plonger le dos de l'une dans le potage que contient l'autre. Arthur s'en bat l'œil, parce qu'on lave si bien la vaisselle au GRAND RESTAURANT DES ASTICOTS, que le dos des assiettes est aussi propre que la face! Puis, d'un pas de sénateur, Arthur s'avance souriant, majestueux et digne, ayant conscience qu'il donne *urbi et orbi* une leçon de taylorisme.

Au bout de huit jours, Auguste est dessalé : il n'use plus ses escarpins. Son geste est onctueux et rare, sa démarche lente; mais il abat sa besogne à l'entière satisfaction du miché et de la dame, qui

reviennent. Allez déjeuner au GRAND RESTAURANT DES ASTICOTS : vous prendrez une leçon définitive sur l'art d'éviter les gestes inutiles.

L'ordre ne consiste pas à griffonner des notes sur tous les sujets, comme le recommande Mistress C. F.

L'ordre est dans l'esprit, non *dans la pratique normale du mémorandum, précieuse pour les maîtresses de maison.*

Dans mon entourage, jamais je n'ai vu tenir des comptes de ménage.

Malgré quoi les comptes se balancent, de manière que la dépense est, à quelques francs près, la même tous les mois que Dieu fait, et justement celle qui convient. J'ignore toujours ce que j'ai dans mon porte-monnaie, mais je ne le trouve jamais vide devant l'imprévu. Mon secret est de laisser une marge entre ce que je gagne et ce que je dépense. Voilà l'ordre et le bon!

Ne soyez pas dupe de cette fausse science qui énonce avec fracas des vérités de la Palisse.

Voici les lois fondamentales de l'organisation taylorienne du travail :

1re Loi. Il est nécessaire, avant de commencer d'agir, d'avoir une connaissance complète de ce que l'on veut faire et de définir d'une façon très précise le but visé.

Ce qui revient à proclamer qu'avant de prendre votre billet, il faut savoir où vous allez.

Malheureusement, le monde se classe en deux catégories : les gens qui savent ce qu'ils font et qui n'ont cure de vos conseils; les gens qui croient le savoir. Or ceux-ci, pour qui vos conseils seraient bons, sont persuadés qu'ils les appliquent. Alors...?

Si l'éducation en une dizaine d'années ne vous a pas mis l'esprit en ordre, comment un précepte, serait-il en italiques, accomplirait-il ce prodige?

2e Loi. — Il est nécessaire, avant d'entreprendre un travail, de préparer des instructions très précises pour tout ce qui doit être fait, quand et où chaque opération doit être exécutée, dans quel temps elle doit être achevée.

Les apprentis physiciens vous apportent une thèse, achevée sur le papier. « Je fais telle expérience : elle donne ceci ou cela. Si elle donne ceci, je fais telle autre expérience; » et ainsi de suite jusqu'à la gauche. O tristesse! la première expérience fournit un troisième résultat qui rend inutile le reste des prévisions.

3e Loi. — Avant de se proposer d'entreprendre un travail déterminé, il faut s'arranger pour se procurer les machines les mieux adaptées à ce genre de travail.

Exemple. Nous voulons conquérir Madagascar. Nous fabriquons 102.327 voitures en acier sans nous inquiéter de savoir s'il y a des routes à Madagascar. Pour avoir le sens commun, la troisième loi s'énonce : avant de conquérir Madagascar, allez y coloniser afin d'apprendre les conditions de la conquête.

4e *Loi. — Pour chaque sorte de travail, il est nécessaire de choisir les ouvriers les mieux adaptés et de ne jamais les détourner de leur travail.*

Il ne faut pas transformer en manœuvres les ouvriers spécialisés.

Fort bien. Mais à quoi donc servaient les apprentis du temps qu'il y avait des apprentis, si ce n'est à éviter que le « maître » quittât sa tâche? Admirable découverte et vraiment neuve!

Vous savez maintenant ce qu'on appelle : « *Organisation scientifique, principes et applications!* »

* * *

Parmi les échafaudages à supprimer, que l'esprit systématique pieusement conserve, mettons au premier rang les *classifications.*

Il est bon de classer. Mais outre que tout n'est pas classable, il est mauvais d'être l'esclave de ses classements. Il faut éviter de rompre une continuité parfaite; par désir d'une vaine symétrie, il ne faut pas accorder la même importance aux termes d'une énumération.

Un bon exemple de sottise dans les classifications est fourni par Reuleaux (c'est un Boche) dans son *Cours de mécanismes;* ou par Laboulaye, Français très authentique, dans son *Cours de cinématique.*

Les mécanismes sont inclassables, parce que trop nombreux, trop divers et s'empruntant des organes. L'homme de bon sens distingue quelques groupes, par exemple les encliquetages et déclics. Sous prétexte de classement, l'homme systématique rapproche les outils disparates, éloigne les analogues. Alors que l'éducation doit montrer les rapports, il n'insiste que sur les différences. Il met dans des groupes divers un engrenage et une crémaillère, alors que l'intérêt pédagogique de la crémaillère est d'être la limite d'un engrenage. Tout à l'avenant.

Certes la classification est le dénombrement parfait de Descartes.

Mais, loin d'attribuer de l'importance pratique aux règles de Descartes, je soutiens que, pour ce qu'elles valent, ce n'était pas la peine que Taylor les repondît.

Descartes nous raconte que *l'exacte observation de ce peu de préceptes qu'il avait choisis, lui donna telle facilité à démêler toutes les questions de l'analyse géométrique et de l'algèbre, qu'en deux ou trois mois, non seulement il vint à bout de plusieurs qu'il avait jugées autrefois très difficiles, mais il lui sembla vers la fin qu'il pouvait déterminer en celles qu'il ignorait, par quel moyen et jusqu'où il était possible de les résoudre.*

Mais croire les auteurs sur la manière dont ils font leurs découvertes est d'une extrême naïveté.

Ils systématisent après coup, pour donner l'apparence d'une

tentative raisonnée au résultat heureux de tâtonnements bien dirigés. A qui persuadera-t-on qu'il était nécessaire d'écrire le *Discours de la Méthode* pour appliquer l'Algèbre à la Géométrie, si ce n'est aux philosophes également nuls en Algèbre et en Géométrie?

*
* *

Les préceptes sont inutiles au cerveau bien éduqué, parce que bien éduqué, au cerveau mal éduqué, parce que mal éduqué.

UNE ÉDUCATION N'EST PAS UN SERINAGE DE PRÉCEPTES; C'EST LA MISE EN ÉTAT DE S'EN PASSER.

Inutile de répéter : *Ayez de l'ordre.*

Par une éducation bien dirigée, obtenez qu'on ait de l'ordre *sans y penser.*

Un cours sur la Tenue de la maison n'apprend pas à tenir une maison : payez d'exemple. Oh! je ne vous défends pas de joindre le précepte, de résumer l'exemple en formules lapidaires. Mais pensez-vous que mes préfaces auraient le retentissement... qu'on leur reproche, si mes livres ne leur servaient pas de témoignage?

Guillaume II, roi de Prusse et empereur d'Allemagne, a bien en évidence sur son impérial bureau la règle impériale de son impériale conduite.

Par imitation pour le maître, tout Boche parvenu à l'âge de raison (c'est une manière de parler) achète une conduite. On en a publié qui ne manquaient pas de saveur. C'est le comble de l'organisation.

Le Français âgé de plus de dix-huit ans qui éprouve le besoin d'inscrire sa règle de vie, est un fumiste ou un détraqué.

La conduite, l'ordre, les gestes mesurés, résultent de l'éducation. Une tragédie de Racine, une fable de La Fontaine, un cours de science bien composé, donnent le sentiment de l'ordre, apprennent l'économie du geste, mieux que tous les systèmes Taylor et toute la normalisation transatlantique.

*
* *

Il faut d'abord compter les temps, il faut apprendre les règles, il faut analyser les méthodes, il faut distinguer les opérations,... mais juste assez longtemps pour rendre possible la suppression des échafaudages.

LES RÈGLES SONT BONNES POUR APPRENDRE A S'EN PASSER.

Par exemple, il est nécessaire qu'on distingue au début les méthodes de la Géométrie euclidienne des méthodes de la Géométrie cartésienne. Mais plus tard, dans la résolution des problèmes, il est stupide d'hésiter sur l'emploi simultané des figures et du calcul. Si le français n'y va pas, que le patois y aille, disait Montaigne.

Au début de l'enseignement de la Mécanique, il faut étudier en eux-mêmes les principes divers sur lesquels on peut la fonder (prin-

cipe du parallélogramme, du levier, du travail virtuel). Mais c'est être systématiquement idiot que d'appliquer toujours un des principes, sous le prétexte d'un exposé plus uniforme.

L'esprit de système est la marque d'une intelligence atrophiée, incapable de se plier à la complexité des phénomènes, retranchant les trois quarts du réel, raisonnant faux par étroitesse d'horizon. L'esprit de système s'attache à une formule, puis n'en démord pas, quitte à amputer les faits de tout ce qui ne va pas dans la formule.

Pour certains professeurs de physique, la Mécanique se réduit à la conservation de l'énergie. Sur les trois équations du mouvement ils en suppriment délibérément deux pour ne voir que le théorème des forces vives, poussant ainsi l'esprit de système jusqu'à l'absurde.

La séparation artificielle des Sciences a de graves inconvénients.

Par exemple, il est entendu que la Trigonométrie n'est pas de la Géométrie euclidienne.

Voyez pourtant quelles simplifications seraient obtenues par l'introduction des notations trigonométriques dans le troisième livre, en conséquence de la similitude des triangles. Vous démontrez que le rapport de la projection orthogonale d'une ligne et de cette ligne ne dépend que de la grandeur de l'angle α qu'elle fait avec la droite de projection. Pourquoi ne pas appeler tout de suite $\cos\alpha$ ces rapports et en donner une table, puisqu'ils simplifient le langage et abrègent les formules?

Vous établissez le *pont aux ânes*. Pourquoi ne pas définir le sinus et utiliser ce nouveau rapport? *Ça ne se fait pas* en conséquence d'une systématisation idiote! Vous y viendrez, sous la poussée de vos élèves qui n'ont plus de temps à perdre!

*
* *

Pourquoi tant d'efforts contre de si évidentes bêtises?

Mon cher lecteur, vous êtes Français. Vous avez donc 10^{10} qualités éminentes.

Malheureusement la fée Granipote a laissé dans votre berceau deux petits défauts : vous êtes vaniteux comme un paon et paresseux comme une loutre! Vous êtes énergiquement décidé à n'en pas fiche une secousse; mais vous avez le prurit d'être considéré comme un puits de science.

Cependant vous n'êtes pas très assuré de l'admiration qu'on a pour vous.

Pour calmer votre inquiétude, vous avez découvert un principe réconfortant qui est la pire des âneries : *l'intelligence générale suffit à tout.*

Ce que vous appelez intelligence générale, ce que nos ministres (sans le croire, je l'espère pour leur santé intellectuelle) nomment « la forte discipline des études classiques », consiste à avoir des lumières de tout sous forme de *tuyaux :* un tuyau pour chaque

sujet, à moins que vous ne trouviez le moyen de condenser en un seul tuyau une infinité de sujets. Tous ces tuyaux convergeant à cette ignominie, *le Bachot*, palladium de la bourgeoisie française, « premier pas dans la vie », à savoir première leçon donnée par l'Etat qu'on parvient à quelque chose avec du piston.

Ils sont même forcés d'avouer officiellement que seuls de rares professeurs de faculté y maintiennent quelque propreté.

Puis vous entrez à l'X.

Au lieu de comprendre que le Débrouillage n'est de mise qu'à l'intérieur du métier que l'on connaît, que *le fameux système* D *consiste à utiliser son acquis au mieux des circonstances imprévues, ce qui suppose l'existence de cet acquis*, vous y posez comme postulat commode que pour construire indifféremment des ponts, des aéroplanes, des allumettes, des couleurs d'aniline, des appareils photographiques, des systèmes philosophiques ou des tragédies en cinq actes et en vers, il suffit de réciter le théorème de Sturm.

C'est ce qu'à l'Ecole vous appelez l'*intelligence générale*.

Conséquence : vos allumettes ne prennent pas!

Nous vous avons trop vus, pendant la Guerre, gâchant, gaspillant, démolissant pour reconstruire, démolissant encore, avec une insouciance des frais pire que le vol. Vous n'avez pas pris un centime; mais votre nullité, votre incurie, votre sottise ont perdu des milliards!

Que nous ayons pour vous des sentiments très différents de l'estime, ne vous en étonnez pas. Retournez-vous contre vos imbéciles de professeurs, bafouilleurs transcendants pour mettre les choses au mieux.

On vous avait seriné que le théorème de Sturm suffit à tout.

A l'Ecole Polytechnique vous avez flâné, confiants dans le théorème de Sturm.

Aux écoles d'application, le théorème de Sturm était votre viatique.

Et c'est ainsi que nous avons senti le vent de la défaite...!

Vraiment nos sentiments pour vos maîtres et vous sont fort loin de l'estime!...

Vous aviez, du reste, trouvé quelque chose d'épatant pour cacher votre nullité professionnelle, à savoir *qu'il fallait juger les gens d'un métier par leur aptitude à en faire un autre.* L'avancement des officiers dépendait des conférences sociales et économiques qu'ils débitaient dans les casernes : ils devaient connaître non pas l'organisation des Ennemis probables, mais les derniers perfectionnements des Sociétés coopératives. On jugeait les professeurs de Faculté sur les foyers du peuple; on classait les recteurs sur les jardins ouvriers.

Vous dites que je suis naïf, que tout cela était l'apparence, que les avancements se décident ailleurs. Vous avez raison : ce n'étaient que des prétextes; mais le malheur est qu'on ait pu mettre en avant de tels prétextes...

Et voici qu'au lieu de revenir au bon sens, que de poser enfin

qu'un métier s'apprend, que le théorème de Sturm ne remplace pas la capacité professionnelle, d'autres charlatans surviennent qui clament : « Succès! succès étonnant! (roulement de tambour.)

« La Science universelle en cinq leçons par la méthode Taylor! Organisons! Organisons!

« L'organisation, messieurs, ne consiste pas à savoir son métier, comme des gens le déclarent qui se proposent de vous contraindre au labeur exténuant! L'organisation c'est, messieurs, de compter les facteurs! (roulement de tambour). Plus de fatigue, plus de souci! La méthode réussit même en voyage et n'exige aucun régime apparent. Apprenez à compter les facteurs! (roulement de tambour).

« Il ne s'agit plus, messieurs, de profiter de l'expérience des anciens, de vous mettre à l'apprentissage de ceux qui savent, ce qui est long et fatigant. Il suffit d'acheter un block-note et de normaliser tout en comptant les facteurs! (roulement de tambour).

« Entrez dans ma boutique, messieurs! Vous y trouverez au plus juste prix les méthodes perfectionnées pour le comptage des facteurs! » (roulement de tambour, orchestre; Barnum montre un chien savant qui compte les facteurs, pendant que la foule se précipite dans la baraque).

Et voilà pourquoi je pars en guerre contre cette nouvelle armée de crétins!

Que le crépuscule du THÉORÈME DE STURM ne soit pas l'aube du COMPTAGE DES FACTEURS!

*
* *

Nous voici naturellement amenés à l'enseignement de l'Optique Systématique, je choisirais délibérément une des méthodes classées et je m'y tiendrais. Un auteur anglais en catalogue six principales : d'où six manières d'enseigner l'Optique géométrique.

Heureusement pour vous je déteste l'esprit de système.

J'appliquerai donc successivement toutes les méthodes.

Je partirai de la loi de Descartes qui est à la base de l'Optique géométrique; je calculerai la marche des rayons, en ayant bien soin de vous prévenir qu'ils n'existent pas. Je vous montrerai que les théorèmes obtenus s'interprètent par un changement de courbure de certaines surfaces; d'où la notion de dioptrie. Je vous parlerai des transformations homographiques et de la méthode abstraite de concevoir la correspondance point par point. D'où trois méthodes qui serviront ensuite d'outils, appliquées suivant les cas de préférence l'une à l'autre.

Dans le second volume je me servirai de la fonction caractéristique et de l'eikonal.

Enfin dans le volume sur *les Interférences et la Diffraction* ces résultats seront interprétés par la théorie des ondes.

Vous verrez ainsi tous les aspects du problème. Vous saurez l'Optique Géométrique quand vous aurez assimilé ces méthodes assez

bien pour raisonner dans l'une ou dans l'autre, sans même vous douter que vous passez de l'une à l'autre.

Pour faire votre éducation, je compterai les temps; mais elle ne sera terminée qu'à l'instant où vous cesserez de les compter.

* * *

L'Optique géométrique peut être envisagée comme susceptible d'applications. Si j'étais systématique, je vous ferais la théorie abstraite de l'Optique géométrique, me gardant comme du feu de tout ce qui est applicable, oubliant délibérément que je porte des lunettes et vous, qui êtes beaux, des lorgnons !

Heureusement pour vous, lecteur, je ne suis que raisonnable. Je ne manquerai donc pas de créer l'occasion d'entrer chez l'opticien, chez l'oculiste. Je justifierai ce que je mets sur la couverture de mon livre : « Ce volume contient les matières exigées à l'entrée de nos grandes écoles, mais exposées d'une manière intelligible et utilisable. »

* * *

L'Optique géométrique est une science d'approximations.

Dans ce volume je ne traite que la première.

Si j'étais systématique, devant exposer la seconde dans le volume suivant, je croirais nécessaire de préparer des formules assez générales pour être immédiatement applicables aux problèmes ultérieurs. De sorte que, pour apprendre les éléments, vous auriez une peine infinie.

Heureusement pour vous, je préfère me répéter.

Je démontrerai donc les théorèmes utiles en faisant *dès le début* les hypothèses simplificatrices, laissant aux autres de les introduire à la fin, quand l'obscurité est complète à l'ombre des algèbres inutiles. Je ne mettrai pas des cosinus pour le plaisir de les remplacer par un, des sinus pour les égaler à l'arc : méthode saugrenue qui s'étale dans tous nos livres élémentaires.

Afin que vous appreniez facilement l'Optique Géométrique, que vous en connaissiez les diverses faces, que vous en compreniez les applications, il faut que je sois discursif, digressif; il faut que je remplace les démonstrations par des explications; *il faut que je me garde du système!*

O mes adversaires, vos livres démontrent qu'on peut être systématique et désordonné. Par exemple...

Il est amusant et profondément éducatif de voir un principe fournir ses corollaires. Le bon sens exige donc qu'on mette sous la même couverture tout ce qui découle d'un même principe.

Vous procédez autrement. Vous faites une horrible salade d'Optique géométrique élémentaire (première approximation), d'Optique géométrique supérieure, d'Optique ondulatoire. Et quand vous avez

mis en vrac les notions les plus disparates, vous êtes fier de savoir tant de choses. Mais le caractère discursif de mon enseignement vous scandalise !

*
* *

Je vous offre un traité d'Optique Géométrique ELÉMENTAIRE, tout ce qu'on peut imaginer d'élémentaire. Les mathématiques employées sont de la force du bachot. Eh bien! mes bons amis, dites combien il reste actuellement en France de SAVANTS (! ?) qui savent ce que contient ce volume, qui ont fait toutes les expériences décrites, bref, qui connaissent l'Optique Géométrique ELÉMENTAIRE ?

Evidemment *avec mon livre,* après six ou neuf mois de travail, ils arriveront à *bien* savoir l'Optique Géométrique Elémentaire, *à la condition toutefois qu'ils aient des dispositions.* Comprenez-vous maintenant le mépris souverain que j'affiche pour ces hâbleurs, grands manipuleurs d'équations, de probabilités, de relativités et de sottises qui, malgré leurs poses, leurs airs et leur bouffissure, ne savent pas... l'Optique Géométrique ELÉMENTAIRE?

Qu'ils l'apprennent, au lieu de nous raser avec le taylorisme et autres systèmes à fabriquer des idiots!

La France frôle l'abîme parce que les Français veulent tous éternuer plus haut que leur nez; ils sont dirigés par une bande de crétins s'efforçant de se tenir debout la tête en bas et finissant par marcher à quatre pattes dans leur désir d'être originaux.

Remettons-les à l'endroit à coups de botte!

Apprenons-leur qu'il est plus difficile de savoir... l'Optique Géométrique Elémentaire, que de s'adonner au bafouillage grandiloquent.

*
* *

Vous, étudiants, sur qui la France compte pour réparer les fautes de vos pères, ne soyez pas systématiques. Ayez une vie normale, mais non pas normalisée. Croyez au bon sens, ne croyez pas aux formules. Il n'y a pas de formule magique pour réussir.

TRAVAILLEZ.

Le vrai « Sésame, ouvre-toi » est la ténacité dans l'effort.

« Mon travail avance, dit l'autre. J'en ai encore pour dix ans : ne perdons pas une minute! »

EN CELA IMITEZ LES BOCHES!

Ne comptez pas sur les blocks, mémorandums, fiches et autres moyens artificiels. Il est clair que je sais beaucoup de choses; vous ne trouverez cependant sur mon bureau ni fiches ni classeur : je case les choses dans ma tête. Je regarde autour de moi, non dans les agendas. N'imitez pas qui se croit du génie parce qu'il prend des notes. Ne prenez pas de notes. Vous oublierez d'abord bien des

choses : ce sont écoles profitables. On a toujours perdu la note qui précisément serait utile : on gâche plus de temps à la chercher, qu'à réfléchir à la difficulté présente.

Soyez débrouillards, mais dans le domaine de votre métier.

Sans vous embarrasser d'un système (autre que le D), résolvez le cas présent par la méthode particulière la mieux appropriée.

Fichez-vous des théories générales : elles ne servent à rien.

Ne soyez pas pressés. On a toujours du temps de reste. Les choses viennent à point à qui sait attendre... sans perdre son temps.

Ne musez pas.

Si vous prenez du repos, prenez-le complètement : *Age quod agis*. Bacon disait qu'il est bon de se saouler une fois par mois. Appliquez le conseil en gens qui se respectent; allez vous promener, la canne à la main, le sac au dos. Saoulez-vous de grand air, de belle nature, de montagnes, de forêts, de cris et de paradoxes : ça vaut mieux que de repasser ses notes.

Soyez simples. Rappelez-vous cet admirable discours qu'un curé de campagne adressait à deux jeunes mariés, discours plus utile dans sa feinte candeur que tous ceux de Bossuet : « Soyez heureux, mes enfants : c'est là le vrai bonheur! »

*
* *

M. Lala, professeur à la Faculté, a bien voulu se charger de dresser la table des matières; je lui en adresse mes sincères remerciements. Elle rend l'ouvrage plus utile en permettant de retrouver aisément les matières dont on a besoin.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE ÉLÉMENTAIRE[1]

CHAPITRE PREMIER

HYPOTHÈSES FONDAMENTALES. MIROIRS PLANS.

1. Propagation rectiligne.

On appelle *Optique géométrique* l'ensemble des propositions qu'on peut tirer de l'hypothèse d'une propagation rectiligne dans un milieu homogène, et des lois dites de la réflexion et de la réfraction.

1°. — Nous posons que dans un milieu homogène existent des *rayons lumineux;* autrement dit, la lumière se propage en ligne droite. Nous avons tous vu les traces rectilignes que le soleil produit dans une chambre quand il pénètre par une fente des volets. Les rayons sont tracés par les poussières de l'air qui diffusent la lumière. Si, par extraordinaire, l'air est assez pur pour que les rayons soient invisibles, on les rend visibles en soufflant de la fumée de tabac ou en frappant sur sa manche.

2°. — Coupons le faisceau par un écran : nous constatons que sa trace n'a pas un contour parfaitement net. Nous sommes portés à trouver la raison de ce flou dans la grandeur apparente du soleil : ce n'est pas un point lumineux, puisqu'il nous apparaît sous un angle de 32 minutes.

Recommençons donc l'expérience dans de meilleures conditions. A l'aide d'un arc, éclairons fortement un trou T d'un demi-millimètre de diamètre (trou d'aiguille). A deux mètres (pour fixer les idées) plaçons un *diaphragme* E percé d'un trou O (le mot *diaphragme* est

1. Ce volume est le premier d'une série de cinq dont voici les titres et auxquels je renvoie en abrégé :

Optique géométrique supérieure.

Construction, description et emploi des appareils de mesure et d'observation.

Dans ce volume sont étudiés les Instruments d'optique.

Vision et reproduction des formes et des couleurs.

Dans ce volume sont étudiés la Photométrie, la Photographie, les Procédés d'impression ..

Interférences et Diffraction, en collaboration avec l'abbé Carrière.

Dans le présent volume et le suivant je me borne à l'étude des éléments (lentilles et miroirs) avec lesquels sont construits les appareils, et aux généralités sur les radiations.

synonyme d'*écran percé*). Enfin mettons un écran E' à deux mètres du premier (fig. 1).

A un mètre, un degré sous-tend un arc de 17,45 millimètres; par suite, à deux mètres, un arc de 35 millimètres. D'un point du trou O, la source apparaît sous un angle de 1/70 de degré, soit environ 1 minute; d'un point de l'espace éclairé O', elle apparaît sous un angle voisin d'une demi-minute. L'expérience semble donc devoir donner du trou O une image O' à bords parfaitement nets. L'expérience détruit cet espoir : *la lumière ne se propage donc pas en ligne droite.*

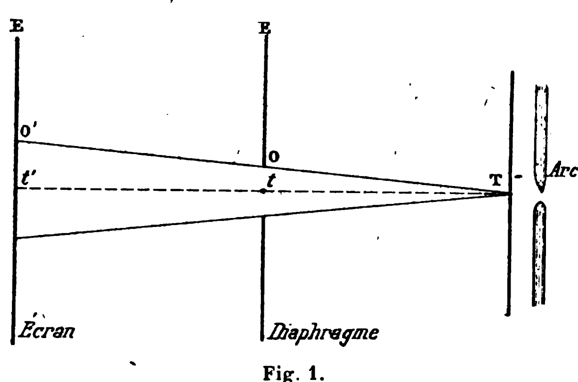


Fig. 1.

Pour réaliser le *rayon lumineux*, pour distinguer un rayon dans le faisceau, nous sommes tentés de remplacer le trou O, de dimensions quelconques, par un trou d'aiguille. Le résultat est contraire à nos prévisions : au lieu d'obtenir une image *t'* du trou *t* du même ordre de grandeur que le trou *t*, nous constatons autour du point *t'* l'existence d'une série d'anneaux alternativement brillants et obscurs.

3°. — Ainsi la lumière est fort loin de se propager en ligne droite; cependant nous fondons toute une science sur l'hypothèse de la propagation rectiligne. Cela tient à ce que, malgré l'évidence de la non-propagation rectiligne *d'un rayon isolé, un cône étendu de lumière* se conduit approximativement comme si les rayons existaient.

Ce n'est pas lieu de résoudre cette apparente contradiction. Je ne retiens ici qu'une conclusion : la parfaite stupidité des pseudo-appareils de démonstration où censément intervient un rayon unique, quand il ne s'agit pas simplement de fixer les idées. J'en décris deux dans ce qui suit immédiatement, pour faire comprendre le sens des énoncés, mais non pour apporter de ces énoncés *qui, pris au pied de la lettre, sont faux,* une preuve impossible.

Que le lecteur se rassure. L'Optique géométrique qui repose sur des hypothèses erronées quand on les applique à UN rayon, nous apprend des propositions utiles et parfaitement correctes quand il s'agit de rayons formant un cône lumineux d'angle solide suffisant. Toutefois, la non-rigueur du principe fondamental se traduit par des phénomènes extrêmement curieux étudiés au long dans le cinquième volume de ce Cours d'Optique.

2. Ombres.

L'hypothèse de la propagation rectiligne explique immédiatement la formation des ombres.

1°. — SOURCE PONCTUELLE.

Imaginons d'abord la source S *ponctuelle*. L'ombre portée par un corps opaque sur un écran (plan ou gauche) est limitée par la courbe d'intersection de cet écran avec le cône dont les génératrices, issues du point S, sont tangentes à la surface du corps. Si le corps opaque est une surface ouverte, le cône peut être déterminé en partie ou en totalité par la courbe qui la limite. La détermination des dimensions relatives du contour apparent du corps vu du point S et de l'ombre portée est une question de géométrie pure sur laquelle nous n'insisterons pas.

L'écran se partage donc en deux régions. L'une ne reçoit aucune lumière : c'est l'ombre ; l'autre est éclairée. Il y a discontinuité dans l'éclairement.

L'éclairement de la partie éclairée est continu, *mais non uniforme :* les portions de l'écran les plus éloignées de la source sont moins éclairées que les portions les plus voisines.

Pour fixer les idées, considérons le cas d'un point S et d'un écran plan. Posons que la lumière envoyée par le point S dans un cône élémentaire est proportionnelle à l'angle solide de ce cône ; posons que l'éclairement est le quotient de la lumière envoyée sur un élément de surface par l'aire de cet élément (chapitre XI) : ce sont les hypothèses les plus simples.

Soit $d\sigma$ l'aire d'un élément de l'écran voisin du point P.

Il est vu du point S sous l'angle solide $d\omega$:

$$d\omega = dS.\cos\theta : r^2.$$

Fig. 2.

L'éclairement E est donc :

$$E = \frac{I\,d\omega}{dS} = \frac{I\cos\theta}{r^2} = \frac{I\cos^3\theta}{\Delta^2}, \qquad \Delta = \overline{SO}.$$

La courbe des éclairements a la forme représentée.

Interposons le corps CC ; la partie sombre DD de l'écran est

entourée d'une partie lumineuse dont l'éclairement continûment variable décroît suivant les ordonnées de la courbe IKL.

2°. — Source étendue.

Nous poserons (c'est une hypothèse qui nous suivra tout le long du cours) que *les phénomènes dus à chaque portion de la source s'ajoutent arithmétiquement*. Autrement dit, l'éclairement d'un point quelconque de l'écran est la somme arithmétique des éclairements dus séparément à chacun des points de la source.

Cette proposition est loin d'être aussi claire qu'elle paraît; nous reviendrons dessus dans le Cours sur les *Interférences*.

Les *pénombres* tiennent à ce que certaines régions de l'écran sont éclairées par quelques points de la source, non par tous. La surface de l'écran est donc partagée en trois régions : la région non éclairée, la région éclairée par une fraction de la source, enfin celle qui est éclairée par la source entière.

Pour fixer les idées, prenons pour source *linéaire* un filament SS' de lampe à incandescence, et pour corps opaque une bande de papier indéfinie de largeur CC' et normale au tableau. La bande AA' de l'écran reste dans l'ombre. Les bandes AB, A'B', forment la pénombre; enfin, extérieurement aux droites parallèles B et B', l'écran est éclairé par le filament tout entier.

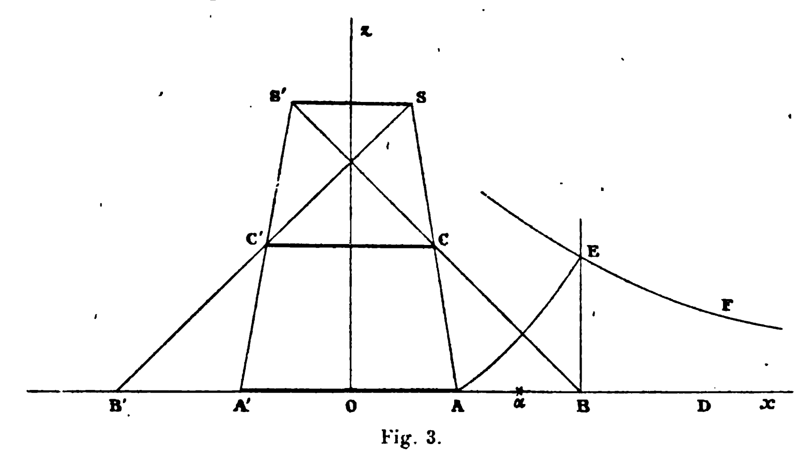


Fig. 3.

Déplaçons-nous de A vers B : l'intensité croît. Le nombre de points lumineux vus d'un point α est proportionnel à $\overline{A\alpha}$: la courbe des intensités serait donc la droite AE, si l'on ne tenait pas compte des variations de la distance. Le lecteur discutera la forme exacte de la courbe AE suivant les dimensions et positions relatives du filament et de la bande opaque.

En dehors des droites B et B', l'éclairement diminue lentement. On calculera aisément la courbe en cloche qui le représente, quand on supprime la bande opaque. On l'obtient par addition des ordonnées de courbes analogues à celle que nous avons rencontrée plus haut.

3. Chambre noire.

1°. — Autre conséquence de la propagation rectiligne : l'expérience connue sous le nom de *chambre noire*. Plaçons devant un arc électrique un écran E percé d'un trou dont le diamètre est de l'ordre du millimètre (1 à 3) : sur un second écran E' disposé au delà de E apparaît l'image de l'arc.

Cette image est floue en raison même de l'hypothèse de la propagation rectiligne et indépendamment des phénomènes de diffraction. Chaque point de la source éclaire, non pas un point de l'écran E', mais une petite aire σ nécessairement plus grande que l'aire du trou T, semblable à cette aire si E et E' sont parallèles.

L'image résulte de la superposition partielle de ces aires éclairées.

Il semble qu'on doive améliorer l'image en diminuant l'aire du trou T. L'expérience prouve le contraire. Dans la cinquième partie de ce Cours, nous montrerons qu'il existe un diamètre optimum pour le trou supposé circulaire.

2°. — De toute manière, le trou étant petit, la quantité de lumière disponible est faible. D'où la nécessité de se garer des lumières étrangères et de constituer avec les écrans E et E' une chambre noire qui n'intervient pas autrement dans la formation de l'image.

On prendra commodément pour écran E' un verre dépoli. On regarde l'image par transparence, en se couvrant la tête d'une étoffe noire. On réalise ainsi une sorte de chambre photographique dont l'objectif est remplacé par un petit trou dans la paroi antérieure. Avec ce dispositif, il n'est plus nécessaire d'utiliser une source intense : un objet quelconque peut servir d'objet lumineux.

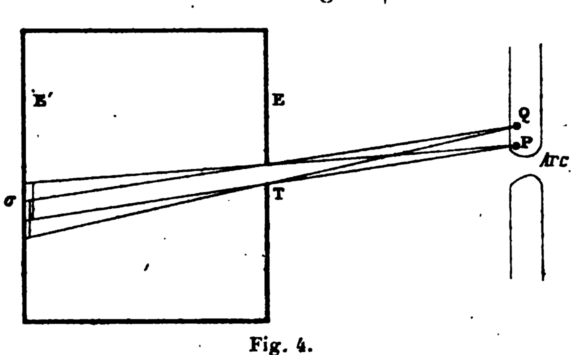


Fig. 4.

4. Lois de la réflexion et de la réfraction.

1°. — Les objets lumineux sont étendus. *Nous les considérons comme composés d'une infinité de sources voisines, de dimensions très petites, que nous appelons des* POINTS LUMINEUX.

Nous posons de plus que *les phénomènes dus à l'un de ces points sont indépendants des phénomènes dus à tous les autres.*

Il y a parfaite indépendance entre les éclairements provenant des diverses parties de la source.

Nous voici donc revenus à l'étude des phénomènes dus à un point lumineux. Nous superposerons les effets des diverses parties de la source, superposition entendue dans le sens où nous prenons l'addi-

tion des éclairements de *n* bougies allumées d'abord isolément, puis simultanément.

Chaque point lumineux est pour nous l'origine de rayons dont l'ensemble forme un faisceau.

Dans un milieu homogène, les rayons sont des droites.

2°. — Il existe une *Optique géométrique* des *milieux anisotropes*, milieux dans lesquels toutes les directions ne sont pas équivalentes. Je me limite dans ce volume aux *milieux isotropes, homogènes ou non*. Je suppose que les propriétés des corps hétérogènes varient d'une manière continue, sauf à la traversée de certaines surfaces, dites *intersurfaces*. Le problème se trouve ramené à la détermination des changements de direction que les rayons hypothétiques subissent sur les intersurfaces. Ces lois énoncées pour les milieux homogènes et généralisées, serviront pour les milieux hétérogènes.

Quand un rayon AB rencontre une intersurface (surface de discontinuité optique), il donne un rayon réfléchi BC ET un rayon réfracté BD. D'où deux espèces de lois, *plus exactement d'hypothèses*.

3°. — LOIS DE LA RÉFLEXION.

Un rayon AB rencontre un *miroir*, c'est-à-dire une substance quelconque travaillée de manière que sa surface ne présente aucune aspérité sensible et se confonde pratiquement avec une surface géométrique continue

$$f(x, y, z) = 0.$$

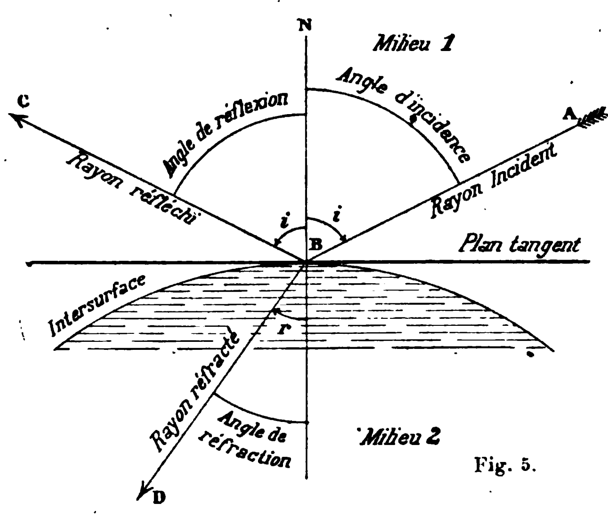


Fig. 5.

Au point B d'incidence, menons le plan tangent et la normale à ce plan (normale à la surface). Le *plan d'incidence* est par définition le plan ABN formé par le rayon et la normale.

HYPOTHÈSE. — *Le rayon réfléchi* BC *est dans le plan d'incidence; les angles d'incidence* ABN *et de réflexion* NBC *sont égaux*.

Nous posons que les courbures de la surface n'interviennent pas; qu'elle soit courbe ou plane, le rayon réfléchi BC conjugué du rayon incident AB est le même, pourvu que le plan tangent de l'intersurface au point B d'incidence reste le même.

Il ne saurait être question de démontrer une loi inexistante prise au pied de la lettre, mais on peut se rendre compte des phénomènes au moyen de l'appareil suivant (fig. 6). Sur le pourtour d'une planche formant un demi-cercle horizontal, on cloue deux règles de bois

mince, divisées en millimètres AP, BQ, telles qu'on les trouve chez les papetiers. Elles forment un cylindre vertical dont la surface intérieure est divisée : elles laissent entre elles une fente mince verticale A.

En M est un miroir plan monté sur un axe vertical qui coïncide avec l'axe du cylindre; une tige ON est fixée au miroir et détermine son azimut.

Fig. 6.

On éclaire la fente A avec un arc placé assez loin derrière un écran E; par suite de la réflexion, une mince bande verticale de l'une des règles est éclairée.

On déplace l'extrémité N de la tige ON d'un arc quelconque : on vérifie que la bande éclairée se déplace d'un arc double.

La figure suppose que la tige ON est dirigée suivant la normale au miroir. On réalise facilement cette condition : on amène N au-dessous de A; on fixe le miroir sur la tige ON de manière que le rayon réfléchi coïncide avec le rayon incident.

Les angles sont ici mesurés par les arcs.

4°. — Lois de la réfraction.

Hypothèse. — *Le rayon réfracté* BD *est dans le plan d'incidence* ABN. *Chaque milieu est caractérisé pour chaque radiation par un paramètre n appelé indice de réfraction.*

Le produit de l'indice dans un milieu par le sinus de l'angle correspondant est le même pour les deux milieux :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r.$$

Répétons qu'on ne peut vérifier quantitativement d'une manière directe cette loi, qui, prise au pied de la lettre, n'a pas de sens.

Ce n'est pas une loi expérimentale, c'est une hypothèse.

Pour se rendre compte des phénomènes, on fait l'expérience représentée par la figure 7.

Un faisceau presque parallèle de rayons solaires, par exemple, tombe sur une cuve pleine d'eau contenant en solution un peu de fluorescéine. Comme cuve, on emploie un réservoir à poissons rouges, dont on remplace l'une des faces en verre à vitre par une glace sans tain. On envoie un peu de poussière ou de fumée de tabac dans l'air. On constate que le faisceau incident se sépare en deux sur l'intersurface air-liquide : un faisceau réfléchi, un faisceau réfracté.

L'angle de réfraction est ici plus petit que l'angle d'incidence.

5°. — PRINCIPE DU RETOUR DES RAYONS.

Rien dans nos lois ne dépend du sens de propagation : *d'où le principe du retour des rayons*, qui logiquement est le corollaire des lois admises.

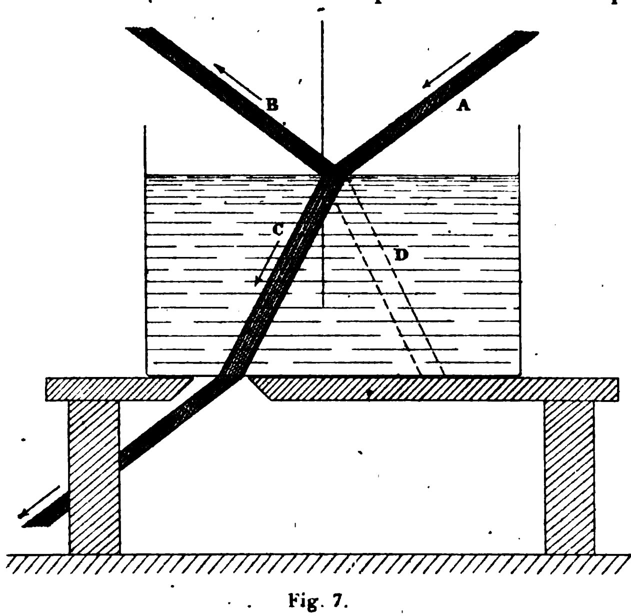


Fig. 7.

Si nous changeons le sens du rayon réfléchi B ou du rayon réfracté C, nous réobtenons le rayon incident A. Les phénomènes sont cependant modifiés : le rayon réfracté qui correspond à B est D symétrique de C; le rayon réfléchi qui correspond à C est D.

Tel est notre système général d'hypothèses : il faut en tirer les conséquences et les comparer aux faits. NOUS NE FERONS PAS AUTRE CHOSE AU COURS DE CE VOLUME. L'Optique géométrique des corps isotropes tient en ces quelques propositions; elle n'en est que le développement déductif et mathématique. Le lecteur réfléchira au curieux paradoxe d'une science fondamentale par ses applications, qui n'est cependant que le recueil des conséquences de lois qui, prises au pied de la lettre, sont entièrement fausses.

Miroirs plans.

5. Miroirs plans.

On voit en arrière d'une glace plane la reproduction des objets qui sont en avant. Supposons la glace posée verticalement contre le mur d'une chambre : un observateur regardant la glace éprouve la même sensation que si elle était remplacée par une ouverture pratiquée dans le mur, et s'il existait au delà du mur une seconde chambre symétrique par rapport au mur.

Les objets sont reproduits d'autant plus exactement que le miroir est plus rigoureusement plan. Si le miroir est plan, les détails sont vus aussi nets sur l'image que sur les objets eux-mêmes. Leurs dimensions sont conservées, ainsi que leurs distances au miroir : seules les intensités sont modifiées.

Les images ne sont généralement pas *superposables* aux objets;

elles sont *symétriques* de ces objets par rapport à un plan; la droite de l'image est la reproduction de la gauche de l'objet. Par exemple, une main droite vue dans le miroir semble une main gauche; à la disposition de ses épaulettes, un sous-lieutenant se voit promu lieutenant. L'image n'est superposable à l'objet que si la gauche et la droite de celui-ci sont identiques, c'est-à-dire s'il possède un plan de symétrie perpendiculaire au miroir.

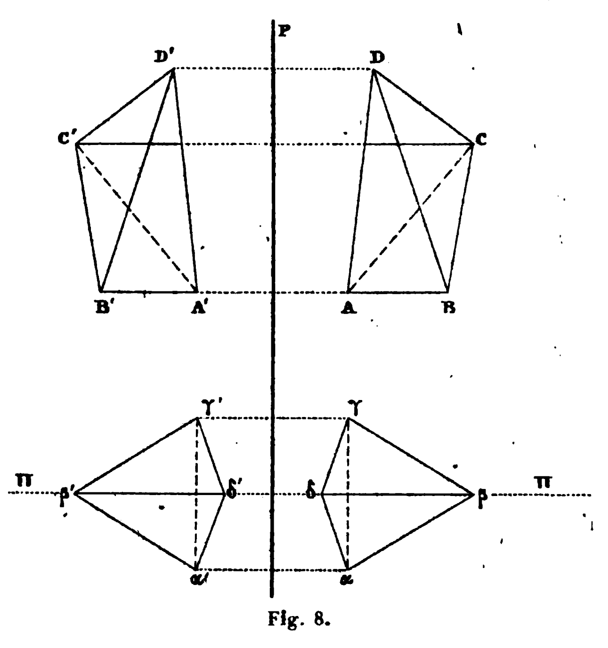


Fig. 8.

La figure 8 représente deux pyramides ABCD, A'B'C'D' symétriques par rapport au plan P normal au tableau : il est impossible de les superposer. Au contraire, les pyramides $\alpha\beta\gamma\delta$, $\alpha'\beta'\gamma'\delta'$, qui ont un plan π de symétrie perpendiculaire au miroir, sont superposables.

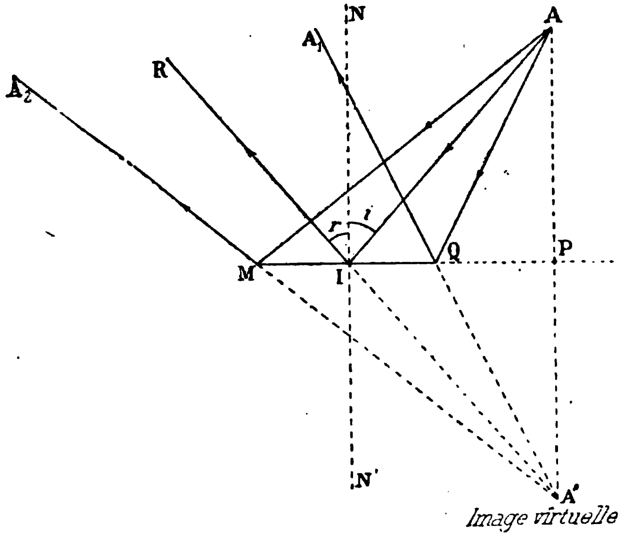


Fig. 9.

6. Formation des images.

1°. — L'étude de la formation de l'image d'un corps étendu se ramène à l'étude de la formation de l'image d'un point lumineux (§ 4).

Prenons le tableau perpendiculaire à la surface plane réfléchissante dont MQ est la trace (fig. 9). Le point lumineux A envoie sur le miroir un cône plein de rayons lumineux, coupé suivant MAQ par le tableau. Des lois de la réflexion résulte immédiatement que ce cône est transformé en un autre cône dont le sommet A' est symétrique de A par rapport à la

surface réfléchissante. En effet, grâce à l'égalité des angles *i* et *r*, tout rayon réfléchi IR est le prolongement d'une droite A'I passant par A'.

Ce qui est vrai dans le tableau est vrai dans tous les plans passant par AA' : le cône plein de sommet A est donc transformé en un cône plein de sommet A'; les deux cônes coupent la surface réfléchissante suivant la même courbe.

2°. — Quand des rayons arrivent à l'œil, la sensation qu'ils produisent, ne dépend que de leurs directions immédiatement avant l'œil. Or les rayons réfléchis sont les mêmes que si le miroir n'existait pas et si le point lumineux était en A'. L'observateur a donc l'illusion de l'existence d'un point lumineux en A', bien que ce point ne lui envoie pas de lumière.

On exprime que le miroir montre en A' le point lumineux A, en disant que A' est l'*image* de A. Pour rappeler que cette image n'existe pas, qu'il n'y a pas concentration réelle de lumière en A', que le point A' n'est que le point d'intersection *géométrique* des prolongements des rayons réels, on dit que l'image A' est *virtuelle*.

3°. — Au lieu d'un point lumineux A, plaçons devant le miroir un objet, c'est-à-dire un ensemble de points lumineux. Répétons pour chaque point ce qui vient d'être dit pour le point A.

L'ensemble des images telles que A' forme une *image virtuelle* symétrique de l'objet par rapport au plan du miroir.

Cela veut dire qu'un observateur placé de manière à recevoir la lumière réfléchie, voit une reproduction de l'objet symétrique de celui-ci par rapport au miroir. Cette image n'existe pas comme source lumineuse réelle; il est impossible de la recueillir sur un écran; mais la lumière *semble* venir de là.

7. Images réelles. Objets virtuels.

1°. — Le cône de lumière envoyé par le point *réel* A sur le miroir (fig. 9) est *divergent* : en allant dans le sens de la lumière, on s'éloigne du sommet du cône. De même pour le cône de lumière réfléchie qui semble émaner de l'image *virtuelle* A'.

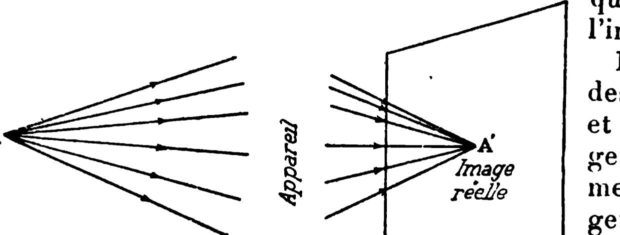


Fig. 10.

Nous trouverons des appareils (miroirs et lentilles convergents) qui transforment un cône divergent A en un cône *convergent* A' : en allant dans le sens de la lumière le long d'un rayon du cône transformé, on s'approche du sommet A' de ce cône (fig. 10). La lumière issue de A se concentre en A'; un écran passant par A' est illuminé en ce point.

Nous disons que A′ est l'image *réelle* de A.

2°. — Ayant ainsi produit un cône convergent A′, recevons-le sur un miroir plan S, placé avant le sommet A′ (fig. 11). Il l'arrête et le réfléchit : pour rappeler que le cône des rayons *incidents* sur le miroir a son sommet en A′, nous disons que A′ est *point lumineux;* comme ce point n'existe pas en tant que source réelle envoyant de la lumière sur le miroir, nous l'appelons *point lumineux virtuel.*

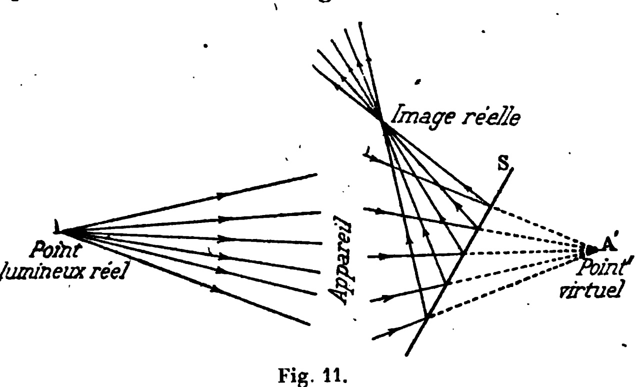


Fig. 11.

3°. — Ces définitions sont générales; elles s'appliquent à tous les instruments d'optique, c'est-à-dire à tous les instruments qui transforment un cône de rayons en un autre cône. Le cône des rayons *incidents* est *divergent* lorsque le point lumineux est *réel;* il est *convergent* lorsque le point lumineux est *virtuel.* Le cône des rayons *transformés* est *convergent* lorsque l'image est *réelle,* il est *divergent* lorsque l'image est *virtuelle.*

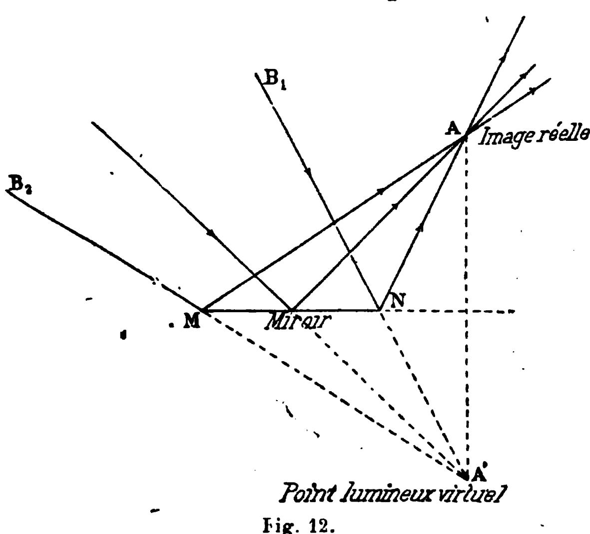


Fig. 12.

Dans le cas d'un miroir plan, on démontre comme au paragraphe précédent que l'image d'un point virtuel A′ (fig. 12) est *réelle* et située au point A symétrique de A′ par rapport au miroir.

8. Banc d'optique, viseur, source lumineuse ponctuelle. Ce Cours d'optique suppose que le lecteur vérifie les phénomènes qu'on lui enseigne, avec des appareils non pas compliqués et coûteux, mais qu'il prendra plaisir à construire lui-même. Pas un des phénomènes dont je parle que je n'aie vérifié cent fois, et toujours avec le contentement de celui qui retrouve ce qu'il doit trouver. J'espère ainsi combattre les Cours ridicules actuels dont les

auteurs parlent des phénomènes sur la foi des livres. On a traduit des ouvrages étrangers à foison dont il n'est que juste de dire qu'ils sont stupides. On pensera du mien ce qu'on voudra, mais assurément pas cela.

Décrivons donc l'installation fondamentale.

1°. — Banc d'optique.

Le banc d'optique sert à déterminer les distances, variables à volonté, de points en ligne droite.

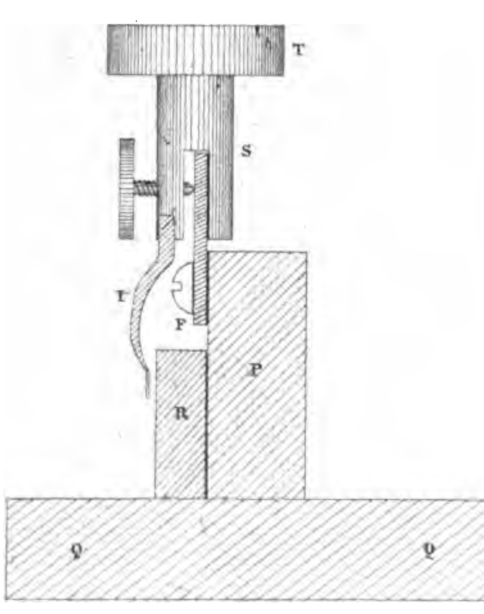


Fig. 13.

On le construit aisément avec une planche P clouée de champ sur une planche horizontale Q. On utilise commodément du bois de sapin *à parquet* qu'on trouve dans le commerce tout dressé et déjà raboté sur une face. Pour ne pas être trop encombré, on donne à ces planches trois mètres de longueur. Le long de la planche P, on visse une bande de feuillard (fer laminé) de 4 cm. de largeur par exemple; le commerce le fournit d'un morceau jusqu'à 10 mètres de longueur.

On monte les supports mobiles le long du banc sur deux serre-lames de laiton S' qu'on trouve dans les bazars d'électricité. Si le support T est en bois, on soude une vis à bois dans le trou supérieur du serre-lame. Enfin à l'un des serre-lames de chaque support est soudé un index I qui se déplace devant une règle graduée : on utilise les règles de deux mètres de commerce ou un morceau de ruban d'arpenteur. Il suffit de déterminer les longueurs au millimètre près, ce qui est très facile. On construit ainsi pour une dizaine de francs un banc long de 3 à 4 mètres, très suffisamment précis et rendant pour l'enseignement tous les services qu'on peut attendre des bancs perfectionnés cotés de 500 à 700 francs.

2°. — Viseur.

L'appareil le plus important est le *viseur*. C'est une planchette, montée comme il est dit ci-dessus, de manière à glisser le long du banc; sa longueur est de 50 cm., par exemple. A l'une des extrémités est vissée une équerre de laiton E, percée d'un large trou contre les bords duquel est fixée (avec un peu de cire molle) une lentille de 4 dioptries (25 cm.) de distance focale (plus ou moins, je donne des chiffres pour fixer les idées).

A l'autre extrémité est une seconde équerre E′, également percée d'un trou, contre les bords duquel est fixée (avec un peu de cire molle) un bout de verre dépoli V sur lequel on trace à l'encre deux traits en croix *aa*, *bb*. Ce système de deux traits s'appelle un *réticule*. L'équerre E′ devant se déplacer d'une expérience à l'autre est fixée sur la planche P avec un peu de cire molle.

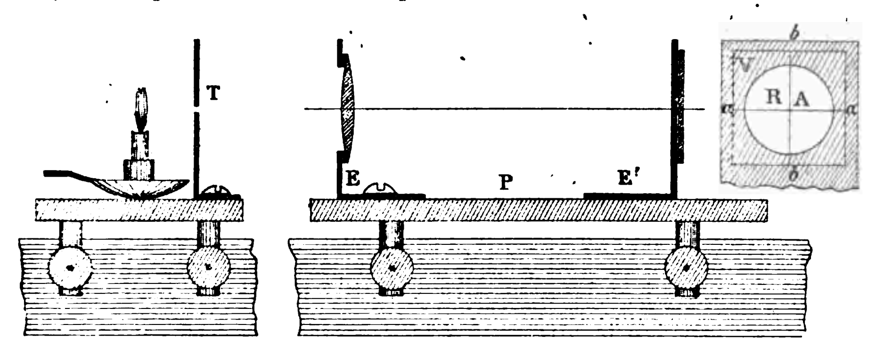


Fig. 14.

Comme source lumineuse ponctuelle nous prendrons un petit trou T percé dans une équerre de laiton et éclairé par un procédé quelconque (une bougie suffit parfaitement). Le tout est monté sur un support spécial.

3°. — Propriétés du système.

L'*axe optique* du viseur est la droite qui passe par le centre de la figure de la lentille et qui aboutit à la croisée A des traits réticulaires.

C'est là une pure et simple définition.

L'*axe optique* de la lentille est la droite qui passe par les centres de courbure de ses faces. Ces deux axes optiques ne sont pas nécessairement confondus : ils le sont si l'appareil est bien construit; peu importe du reste. On s'arrange de manière que l'axe optique du viseur soit parallèle au banc et à la hauteur du trou lumineux T.

L'expérience montre que, dans ces conditions (et dans des limites de distances à déterminer), il est possible d'obtenir sur la croisée A des fils réticulaires une image parfaitement nette du trou.

Le trou est alors sur l'axe optique du viseur et à la distance p bien déterminée de la lentille.

Sans qu'il soit nécessaire d'invoquer la théorie des lentilles et uniquement en vertu du principe qu'aux mêmes effets on peut, sans absurdité, assigner les mêmes causes, chaque fois que nous aurons une image ponctuelle au point A, nous conclurons qu'il existe un point lumineux sur l'axe optique du viseur, à la distance p.

Cette distance p est fonction de la distance p' de la lentille au verre dépoli. Nous montrerons plus loin qu'il existe entre p et p' la relation :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f};$$

ou f est un paramètre caractéristique de la lentille (*distance focale principale;* j'ai posé ci-dessus $f=25$ cm.). Mais pour l'instant peu importe la forme de la relation qui existe entre p et p'. Je ne la donne que pour fixer les idées et faciliter le montage de l'appareil.

Nous sommes en état de faire un grand nombre d'expériences intéressantes.

9. Détermination de la position de l'image d'un point dans un miroir plan.

Avec un peu de cire molle collons un miroir normalement au support tournant dont la figure 15 à droite et en haut montre la construction. Disposons le viseur de manière que l'image de la bougie B′ se forme sur la croisée A des traits du réticule R. Installons

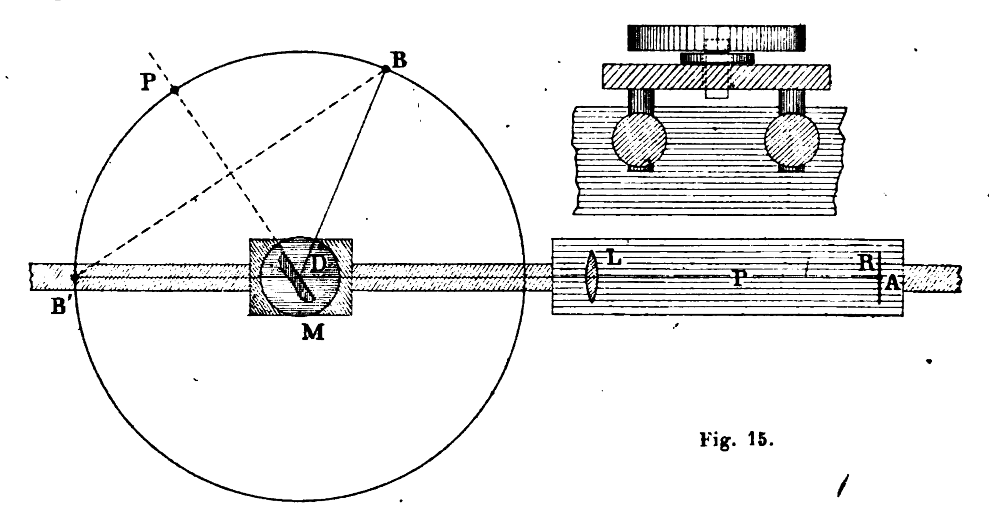


Fig. 15.

le miroir en M. Cherchons quelles positions doit occuper la bougie B pour qu'une image de cette bougie se forme au point R, c'est-à-dire *pour que tout se passe comme s'il existait réellement une bougie en* B′.

L'expérience montre que la bougie B doit être sur un cercle horizontal de rayon B′D; D est la trace de l'axe optique du viseur sur le plan réfléchissant. Quand la bougie est en B et que son image se forme en A, le plan du miroir passe par le point P tel que $\overline{BP}=\overline{PB'}$.

En disposant le banc d'optique sur une table, on peut tracer à la craie point par point le lieu de la bougie B et vérifier la proposition ci-dessus énoncée, qui renferme tous les résultats de la loi de la réflexion appliquée aux miroirs plans.

On varie l'expérience en rapprochant plus ou moins le miroir de la lentille : les lieux de la bougie B sont des circonférences tangentes entre elles au point B′.

10. Remarques sur les images virtuelles. Accommodation.

1°. — Ce serait une erreur grossière de considérer les images virtuelles comme des choses imaginaires qu'il est permis de placer n'importe où. Les faisceaux de rayons qui pénètrent dans l'œil et qui déterminent la sensation, sont exactement dans les mêmes conditions qu'ils proviennent d'une image virtuelle ou d'un objet réel. Pour voir l'image virtuelle distinctement, nous devons *accommoder* pour une distance *parfaitement déterminée*, c'est-à-dire modifier instinctivement notre œil de manière qu'il donne une image nette sur la rétine. Nous savons tous qu'on ne voit pas simultanément avec netteté des objets placés à des distances différentes : si nous regardons dans la rue à travers un rideau de mousseline, nous voyons mal les fils du rideau; si nous accommodons sur les fils, les passants sont flous.

L'œil joue donc *à chaque instant* le rôle de viseur dans l'expérience fondamentale; *mais il le joue sans que nous en ayons conscience* : le mécanisme d'accommodation est trop prompt, nous mesurons trop mal l'effort musculaire qu'il rend nécessaire. Si encore nous percevons assez bien les *variations* de l'accommodation, nous n'avons qu'une connaissance très vague de sa *valeur absolue* à chaque instant.

Toutefois, il faut retenir de ce qui précède que *regarder un point, c'est précisément opérer avec l'œil comme nous opérons ci-dessus avec le viseur;* c'est amener l'image de ce point en un lieu déterminé de la rétine (*fovea*); c'est déformer le cristallin de manière que l'image soit nette. Dans l'expérience de chaque instant, au lieu de déplacer le viseur supposé invariable de forme, nous modifions ses propriétés : quand nous connaîtrons la théorie des lentilles, nous verrons qu'on pourrait aussi bien arriver aux déterminations précédentes en modifiant le viseur sans le changer de place.

Le lecteur touche du doigt l'incommensurable sottise des braves gens qui suppriment l'œil des programmes : nous ne pouvons pas écrire 10 pages d'Optique sans le rencontrer, *ce qui est évidemment tout naturel.*

2°. — L'image virtuelle d'un objet est l'ensemble des images virtuelles de ses points; elle a donc une grandeur parfaitement déterminée que le viseur permet de mesurer, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir aucune propriété connue *a priori* : nous nous appuyons sur la seule proposition que *les mêmes causes produisent les mêmes effets.*

Pour faire l'expérience, on remplace la croisée des fils réticulaires par une plaque de verre ou de celluloïd sur laquelle on trace des traits équidistants.

On étalonne l'appareil avec un objet lumineux de grandeur connue (une échelle transparente éclairée par derrière); on mesure la grandeur de l'image quand elle est nette. Il est clair qu'une image

nette de même grandeur (couvrant le même nombre de traits) correspond à un objet situé à la même distance et de même grandeur que celui qui sert à l'étalonnage.

11. Parallaxe.

L'expérience vulgaire permet de vérifier tout ce qui précède. Elle nous amène à définir un mot qui revient à chaque instant en Physique et en Astronomie, la *parallaxe*. Le mot *parallaxe* (*différence, changement*) représente la variation dans les positions relatives apparentes des objets du fait que l'observateur se déplace. On vérifie immédiatement que deux objets A et B se déplacent le plus, relativement l'un à l'autre et toutes choses égales d'ailleurs, s'ils sont dans un plan passant par l'œil O; le moins si B est dans le plan normal à la droite OA. Revenons au premier cas : le changement apparent est d'autant plus grand que la distance AB est plus grande; il s'annule quand cette distance s'annule.

La vision binoculaire nous fournit des aspects différents du même objet; cette différence, cette *parallaxe,* produite par l'existence *simultanée* de deux observateurs (les deux yeux), permet de reconnaître la distance des objets sans déplacement de la tête. Dire qu'un objet change de forme, c'est dire que les points qui le constituent changent de distances relatives apparentes : nous restons bien dans les effets de *parallaxe*.

Ceci posé, regardons la maison d'en face à travers une vitre, en allumant une lampe dans la chambre. Nous voyons simultanément la maison d'en face à travers la vitre, la lampe par réflexion sur la vitre. Il suffit de déplacer la tête pour vérifier que les deux objets ne sont pas à la même distance. La parallaxe nous fournit un renseignement sûr : l'image virtuelle de la lampe, jouant le rôle d'objet réel, est plus proche de nous que la maison d'en face. Je suppose qu'on habite un appartement à Paris; car en province il peut encore arriver que la chambre soit plus profonde que la rue n'est large.

Nos pères, qui n'avaient pas le cinéma et étaient faciles à contenter, montraient des spectres au théâtre en plaçant vers le milieu de la scène une glace sans tain, légèrement inclinée vers les spectateurs. Elle réfléchissait un figurant placé contre l'orchestre plus bas que la scène convenablement trouée : on l'éclairait avec un nombre suffisant de quinquets.

La Mort apparaissait en image virtuelle. Macabre phénomène! les acteurs, vus par transparence à travers la glace, pouvaient traverser la Mort sans qu'elle résistât le moins du monde!

Mais voici où je veux en venir : le spectateur savait parfaitement quand l'acteur passait devant ou derrière la Mort, ou (chose épouvantable) la traversait sans plus de façon. C'est donc que l'image, pour virtuelle qu'elle fût, avait dans l'espace une position bien déterminée qu'on reconnaissait avec autant de facilité que celle d'un objet réel.

12. Champ d'un miroir.

1°. — On appelle *champ d'un miroir* la portion d'espace qu'on voit par réflexion dans le miroir.

Regardons par réflexion sur une portion du miroir située près de son pourtour. En fermant alternativement l'un des yeux, nous constatons que chacun d'eux ne voit pas exactement la même portion d'espace : le champ dépend donc de la position de l'œil.

Soient A la pupille, MN le miroir. Le champ est limité par le cône dont le sommet est en A′ symétrique de l'œil par rapport au miroir, et dont les génératrices s'appuient sur le pourtour du miroir. En effet, tous les rayons qui tombent sur le miroir et passent par le point A′ convergent après réflexion sur la pupille A. L'œil voit donc les objets dont ils proviennent.

Les rayons situés hors du cône A′MN et qui passent par A′ ne rencontrent pas la partie étamée du miroir et ne se réfléchissent pas : l'œil ne voit pas les objets qui les émettent.

2°. — Nous voyons donc dans le miroir une portion des objets qui sont devant. Le lecteur remarquera que, pour symétriques que soient l'objet et l'image par rapport au miroir, il ne les voit symétriques que si son œil est dans le miroir (ou tout près pour que l'expérience soit possible) : c'est un effet de perspective. A mesure que l'œil s'éloigne du miroir, l'image et l'objet ne restent plus à la même distance de lui ; ils sont vus sous des aspects très différents. Par exemple, deux objets placés à des distances différentes de l'œil et qui se recouvrent pour la vision directe, peuvent avoir des images distinctes ; inversement, deux objets dont les images se recouvrent, peuvent être vus distincts à la vision directe. Que messieurs les peintres sachent donc qu'il ne suffit pas de retourner leurs arbres et leurs arches de pont pour avoir une réflexion naturelle ; l'image vue dans l'eau dépend de la position de l'observateur. Il est clair que si l'observateur est très au-dessus de l'eau, les images par réflexion sont quasi supprimées.

13. Images par réflexions successives sur plusieurs miroirs.

1°. — Le point A envoie sur le miroir MN un cône de lumière qui se transforme en un cône de sommet A′ symétrique de A par rapport au plan MN.

La lumière réfléchie rencontre un second miroir M′N′ ; elle se réfléchit dessus comme si elle émanait de A′ et comme si MN n'existait pas. La réflexion transforme le cône des rayons incidents en un cône de rayons réfléchis issus géométriquement de A″ symétrique de A′ par rapport au plan M′N′. Et ainsi de suite.

Dans le cas de deux miroirs, on peut prendre comme tableau le plan normal à leur intersection : si A est dans le tableau, A′ et A″ y sont aussi ; s'il existe plusieurs miroirs qui ne soient pas tous nor-

maux au même plan, les images successives ne sont plus dans le même plan.

L'observateur placé dans le cône A'M'N' voit l'image A' comme si c'était un objet réel. Placé dans le cône A"PQ, il voit l'image A". Si les cônes ont une partie commune, il peut se faire qu'il voie simultanément, ou simplement en tournant la tête, l'objet A et les images A' et A".

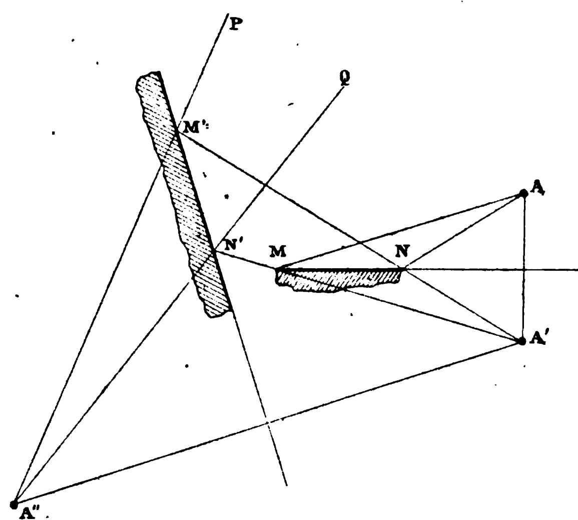


Fig. 16.

Ce phénomène s'observe dans une salle où un lustre est suspendu entre deux glaces parallèles ou à peu près telles. En se plaçant entre les glaces, on voit une file d'images du lustre dans un des miroirs, une file semblable dans le miroir opposé. On a l'illusion de l'existence d'une double enfilade de salles, identiques à celle où l'on se trouve et situées de part et d'autre. Grâce à la disposition des glaces, on se trouve en effet simultanément à l'intérieur d'un grand nombre de cônes réfléchis provenant d'un même point lumineux.

2°. — Expérience de Plateau.

On utilise une règle métallique mince bien polie. On lui donne une forme quelconque, mais concave toujours du même côté. Au voisinage d'une extrémité et dans une direction voisine de la tangente, on fait tomber dessus un mince pinceau de rayons parallèles, de rayons solaires par exemple. Après des réflexions successives, le pinceau forme un polygone inscrit dans la règle. Le nombre des côtés du polygone augmente à mesure que le pinceau tombe au début suivant une direction plus voisine de la tangente. S'il coïncide presque avec cette tangente, la lumière semble suivre la règle et former un rayon courbe. Il redevient rectiligne après la dernière réflexion sur la règle, en un point voisin de l'extrémité opposée à l'extrémité d'entrée.

14. Déplacement de l'image par déplacement du miroir.

1°. — Translation.

Le miroir plan est transporté parallèlement à lui-même de M_1N_1 en M_2N_2. L'image du point A qui était en A_1, vient en A_2.

Il est clair qu'on a :

$$\overline{A_1A_2} = 2\ \overline{P_1P_2}.$$

Le déplacement de l'image normalement au miroir est double du déplacement du miroir.

2°. — Rotation.

Un miroir MN tourne autour d'un axe O, situé dans son plan et que nous supposons normal au tableau.

Le lieu des images d'un point A est une circonférence de centre O et de rayon OA. Lorsque le miroir passe de M_1N_1 à M_2N_2 en tournant de l'angle α, l'image passe de A_1 à A_2; la droite OA_1 tourne de l'angle 2α. C'est la même règle que plus haut, mais les distances sont comptées sur la circonférence AA_1A_2... lieu des images.

Fig. 17.

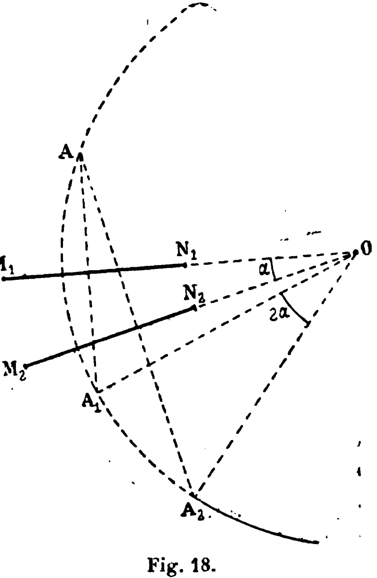


Fig. 18.

Du reste, il suffit d'envoyer le point O à l'infini pour retrouver la translation.

15. Miroirs parallèles. Positions des images successives.

1°. — Déterminons les images successives données d'un point O par deux miroirs parallèles A et B.

Le point O pris pour source (sommet du triangle) est respectivement aux distances α et β des miroirs.

Commençons par le miroir A.

Comptons les distances à partir du point O.

La première image a_1 est à la distance $\overline{Oa_1} = 2\alpha$.

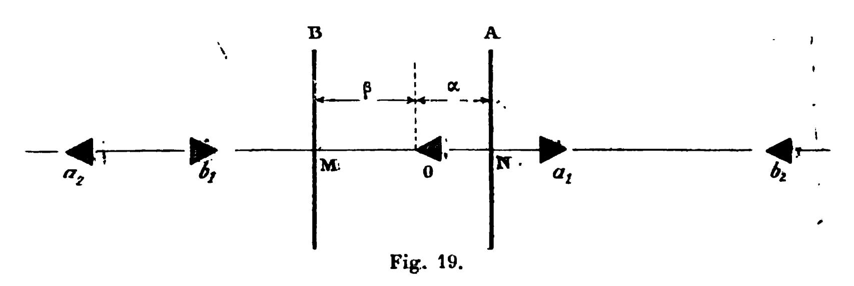


Fig. 19.

L'image a_1 sert d'objet par rapport au miroir B. Elle en est distante de $2\alpha + \beta$. Son image a_2 en est distante de $4\alpha + 2\beta$.

Pour avoir la distance $\overline{Oa_2}$, il faut retrancher $\overline{Oa_1} = 2\alpha$.

D'où le résultat $2\alpha + 2\beta$.

L'image a_2 sert d'objet par rapport au miroir A. Elle en est distante de $3\alpha+2\beta$. Son image a_3 en est distante de $6\alpha+4\beta$.

Pour avoir la distance $\overline{Oa_3}$, il faut retrancher $\overline{Oa_2}$.

D'où $\overline{Oa_3}=4\alpha+2\beta$.

Bref nous obtenons la série de distances :

$$2\alpha, \quad 2\alpha+2\beta, \quad 4\alpha+2\beta, \quad 4\alpha+4\beta, \quad 6\alpha+4\beta,\dots \qquad (1)$$

Par raison de symétrie, on a les distances $\overline{Ob}$ des images b :

$$2\beta, \quad 2\beta+2\alpha, \quad 4\beta+2\alpha, \quad 4\beta+4\alpha, \quad 6\beta+4\alpha,\dots \qquad (2)$$

La loi de récurrence est évidente.

2°. — Pour une raison que nous verrons au paragraphe suivant, prenons le point M pour origine des distances des images impaires a_1, a_3, a_5,... Prenons le point N pour origine des distances des images paires a_2, a_4, a_6,...

Nous devons ajouter β aux distances calculées pour les images impaires, nous devons ajouter α aux distances calculées pour les images paires.

La série (1) revient :

$$2\alpha+\beta, \quad 3\alpha+2\beta, \quad 4\alpha+3\beta, \quad 5\alpha+4\beta, \quad 6\alpha+5\beta,\dots$$

Posons $\alpha+\beta=\theta$; on a :

$$\theta+\alpha \quad 2\theta+\alpha, \quad 3\theta+\alpha, \quad 4\theta+\alpha, \quad 5\theta+\alpha,\dots$$

De même la série (2) devient :

$$\theta+\beta, \quad 2\theta+\beta, \quad 3\theta+\beta, \quad 4\theta+\beta, \quad 5\theta+\beta,\dots$$

Les distances sont calculées à partir du miroir pour lequel l'image doit servir d'objet virtuel.

16. Expérience avec un tube de verre.

Voici des expériences qui apprendront au lecteur maintes choses utiles; elles ne coûtent pas cher à reproduire.

Devant le bec Auer A plaçons un écran (lame de clinquant, carton,...) percé d'un trou de grosse aiguille. Nous fabriquons ainsi un point lumineux qui émet dans un angle solide notable.

Commençons par l'expérience avec une glace G. Regardons le trou t par réflexion. L'image n'est pas simple, en raison de l'existence de la seconde face de la glace; nous étudions plus loin les phénomènes (§ 42). Mais, derrière les points où la lumière se réfléchit, enduisons la glace d'une couche N de noir de fumée délayé dans de l'huile : *l'image devient unique*.

Nous avons ainsi le moyen précieux de réduire une glace à n'être qu'une *seule* face réfléchissante.

Ceci posé, prenons un tube T, de 8 à 10 mm. de diamètre intérieur. Enduisons sa face extérieure de noir de fumée délayé dans l'huile. Nous possédons ainsi *une surface* cylindrique réfléchissante.

Plaçons-la devant le trou t; regardons en O. Nous voyons 6 ou 7 cercles concentriques équidistants.

L'expérience s'interprète immédiatement en considérant chaque génératrice du cylindre comme un miroir plan infiniment mince. La lumière se réfléchit successivement sur les deux miroirs parallèles constitués par les génératrices situées dans le même plan méridien.

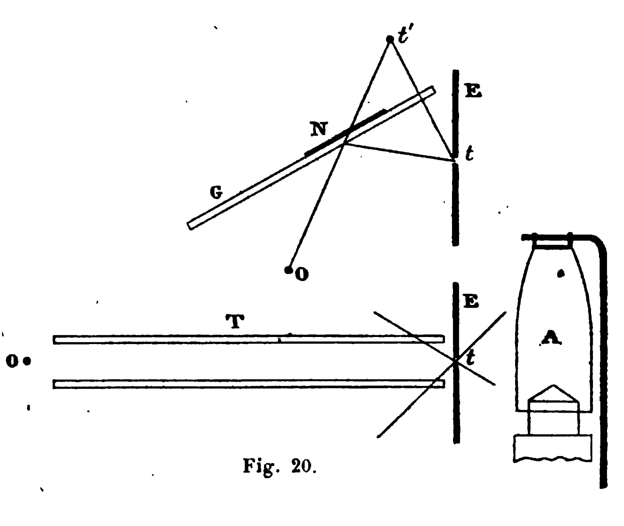


Fig. 20.

Le phénomène est de révolution autour de l'axe du cylindre si nous plaçons le trou t sur cet axe : d'où les cercles concentriques.

Je laisse au lecteur le plaisir de discuter le problème, en particulier de déterminer en quels points du tube nous croyons voir les divers cèrcles.

Il va de soi que l'expérience réussit avec deux glaces parallèles, mais en se donnant beaucoup plus de peine et avec un résultat moins attrayant.

17. Miroirs inclinés. Positions des images successives.

1°. — Inutile de recommencer nos calculs : le lieu des images est une circonférence Γ dont le plan est normal à l'intersection des miroirs, et dont le centre est sur cette intersection (fig. 21).

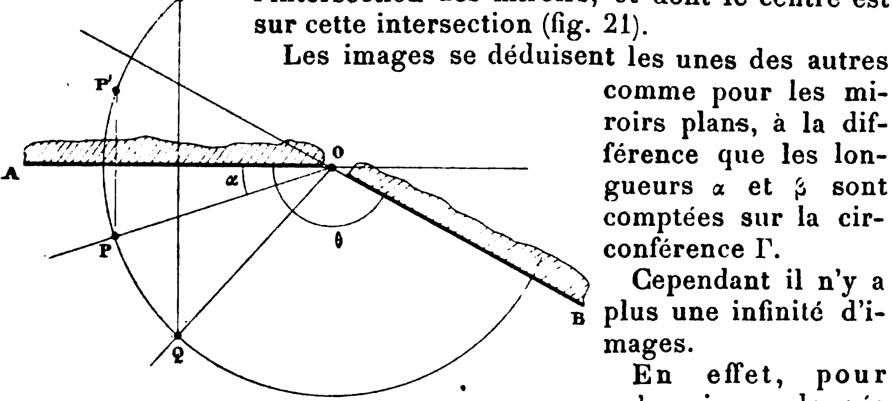


Fig. 21.

Les images se déduisent les unes des autres comme pour les miroirs plans, à la différence que les longueurs α et β sont comptées sur la circonférence Γ.

Cependant il n'y a plus une infinité d'images.

En effet, pour qu'une image donnée par l'un des miroirs joue le rôle d'objet par rapport à l'autre, il faut qu'elle soit *devant* lui : si elle est *derrière* lui, elle est *improductive*.

La figure 21 montre le sens de cette proposition.

L'image P′ que le miroir A donne du point P, est devant le miroir B. Elle donne une image par réflexion sur ce miroir; certains rayons issus de P tombent sur le miroir B après s'être réfléchis sur A.

L'image Q′ que le miroir A donne du point Q, est derrière le miroir B. Elle ne donne pas d'image par réflexion sur ce miroir; aucun rayon issu de Q ne tombe sur B après s'être réfléchi sur A.

2°. — Le calcul du nombre possible des images est maintenant simple.

Chaque série précédemment considérée se termine à l'image dont la distance au miroir pour lequel elle doit servir d'objet, est supérieure à 180°. Ces distances étant de la forme $k\theta + \alpha$, $k\theta + \beta$, les conditions à satisfaire sont :

$$k\theta + \alpha < 180^\circ, \qquad k\theta + \beta < 180^\circ.$$

Autrement dit, dans chaque série le nombre d'images est égal au plus petit nombre k pour lequel on a :

$$k\theta + \alpha > 180^\circ, \qquad k\theta + \beta > 180^\circ.$$

Ainsi dans la figure 21, l'angle θ vaut 153°. Pour qu'il y ait deux images, il faut que l'angle α soit inférieur à 27°.

Pour le point P, $\alpha = 18°$; il y a deux images.

Pour le point Q, $\alpha = 47°$; il n'y a qu'une image.

Pour les deux points et la série qui commence par une réflexion sur le miroir B, il n'y a qu'une image; en effet, β vaut 135° et 106° suivant qu'on prend le point P ou le point Q.

3°. — Cas où θ est partie aliquote de la circonférence.

a) Soit : $360 = 2n\theta = N\theta, \qquad 180 = n\theta.$

k est égal à n. Chaque série se compose de n images.

Mais les dernières images de chaque série sont confondues. Elles sont en effet à des distances $180 + \alpha$, $180 + \beta$ (comptées en sens inverses) de deux points dont la distance est $\alpha + \beta$.

En convenant de compter l'objet pour une image, on trouve au total :

$$(2\,n - 1) + 1 = 2n = N, \qquad \text{images distinctes.}$$

b) Soit : $360 = (2n + 1)\,\theta = N\theta, \qquad 180 = n\theta + \frac{\theta}{2}.$

Une des séries contient n images; l'autre en contient $n + 1$; au total $N + 1$ images, y compris l'objet.

Les dernières images des deux séries sont confondues quand le point lumineux est sur la bissectrice des miroirs; en tout N images, y compris l'objet.

4° — Cas où θ n'est pas partie aliquote de la circonférence.

Je crois inutile d'aller plus loin dans cette analyse, dont voici le résultat.

θ n'est plus partie aliquote de la circonférence ; il y est contenu N fois avec un reste :

$$N\theta < 360 < (N+1)\theta.$$

Le nombre des images (y compris l'objet) est au moins $N+1$. Il peut-être $N+2$ pour une position convenable du point lumineux.

Ainsi dans la figure 21, $\theta = 153$; $N = 2$. Il y a donc toujours (y compris l'objet) 3 images ; pour des positions particulières du point lumineux, il peut en exister 4. Ces positions sont définies par l'angle α, les dimensions absolues n'intervenant pas.

Je laisse au lecteur le soin de terminer ce petit problème.

18. Caléidoscope.

Le caléidoscope se compose ordinairement de deux longs miroirs A, B, de forme rectangulaire, logés dans un tube cylindrique T, de manière à faire un angle de 60° ; une vis V permet le réglage. L'œil, placé à l'une des extrémités du tube, regarde par un petit trou des fragments de verre coloré qui reposent sur un morceau de verre dépoli fixé à l'autre extrémité. Le dessin formé par les objets est reproduit 5 fois ; d'où une figure admettant trois plans de symétrie.

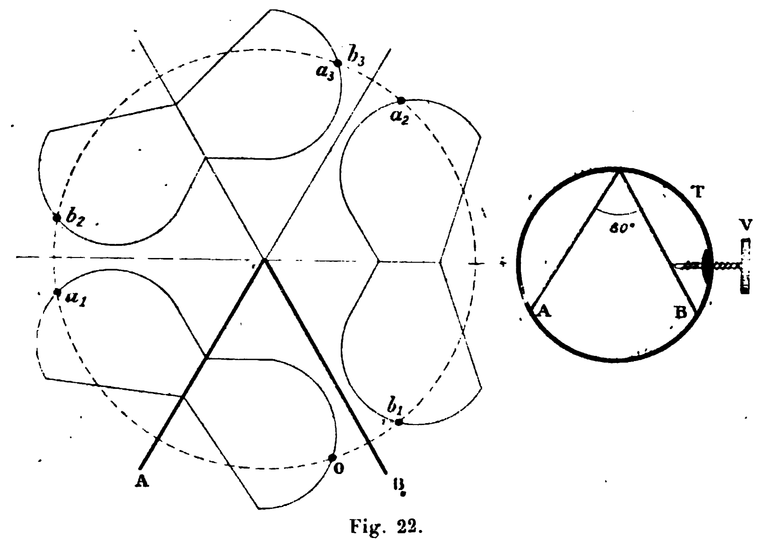


Fig. 22.

L'œil regardant sous une incidence très oblique, la quantité de lumière est relativement grande. Les images a_1, b_1 sont moins intenses que l'objet ; les images a_2, b_2 le sont encore moins. Heureusement les images a_3, b_3 sont superposées ; le réglage consiste précisément à obtenir cette superposition.

Pour insignifiant que soit le dessin formé par les bouts de verre coloré, il devient agréable à l'œil quand il reproduit six fois, tant nous aimons la symétrie. L'appareil donne des idées pour l'ornementation.

19. Considérations sur la symétrie.

1°. — Ce qui précède démontre un théorème fondamental : il est curieux qu'on ne l'énonce jamais.

Quel que soit le plan par rapport auquel on prend le symétrique d'un corps, on obtient toujours la même figure.

Il suffit donc de dire que les figures sont symétriques par rapport à un plan (*énantiomorphes*), *sans préciser la position de ce plan.*

En effet, deux plans quelconques se coupent suivant une droite : ils peuvent donc être considérés comme deux miroirs inclinés l'un sur l'autre. Appliquons successivement les deux parties du § 14 à un objet fini constitué par un certain nombre de points que nous devons traiter comme indépendants (§ 4). Il en résulte immédiatement que les images par rapport à ces plans se superposent par simple rotation : le théorème s'ensuit.

Quand deux figures se superposent par un déplacement sans déformation, on dit qu'elles sont *congruentes.*

Je reviens là-dessus dans l'*Optique géométrique supérieure.*

Voici des corollaires évidents, mais fondamentaux.

La figure obtenue par des réflexions successives sur un nombre pair de miroirs *disposés comme on voudra,* est identique à l'objet. En effet deux figures énantiomorphes d'une troisième sont identiques.

La figure obtenue par des réflexions successives sur un nombre impair de miroirs *disposés comme on voudra,* est énantiomorphe de l'objet.

2°. — Ici se pose une question intéressante, parce qu'elle généralise la notion impliquée par les deux expressions : *triangles semblables, triangles homothétiques.*

Pour aller du simple au complexe, soient deux figures identiques : elles sont *superposables.* Mais, pour les superposer *effectivement,* il faut leur imposer une translation ET une rotation convenables (Voir ma *Mécanique*).

Deux triangles (ou deux figures quelconques dans l'espace) peuvent être *semblables* sans être *homothétiques;* pour ramener deux triangles semblables coplanaires à l'homothétie, il faut imposer à l'un d'eux une rotation.

De même deux figures *énantiomorphes* ne sont généralement pas *symétriques par rapport à un plan.* L'énantiomorphie est indépendante des positions relatives dans l'espace ; la symétrie par rapport à un plan dépend des positions relatives.

D'où la solution du problème : *Est-il possible de remplacer un nombre impair de réflexions par une seule réflexion ?* Non : l'image définitive est énantiomorphe de l'objet, elle n'est généralement pas symétrique par rapport à un plan. Il n'existe généralement pas un miroir donnant, par une réflexion unique, une image superposée à l'image donnée par le nombre impair de miroirs.

Voici le problème parallèle : *Est-il possible de superposer par sim-*

ple translation l'objet et l'image fournie par des réflexions successives sur un nombre pair de miroirs ? Non. Une rotation est généralement nécessaire. L'objet et l'image définitive sont *identiques, superposables;* mais, pour les superposer effectivement, il faut imposer à l'un d'eux une translation ET une rotation.

3°. — Deux figures symétriques par rapport à un point sont énantiomorphes. On obtient une figure identique à l'objet en prenant la symétrique par rapport à un point, puis la symétrique du résultat par rapport à un plan, ou inversement.

Le lecteur rapprochera la proposition ici énoncée du théorème élémentaire. *Tout corps qui possède simultanément un plan et un centre de symétrie, possède un axe binaire normal au plan et passant par le centre.*

Les figures symétriques par rapport à un axe binaire sont évidemment congruentes; d'où résulte que les figures symétriques par rapport à un point (figures inverses), ou par rapport à un plan, sont toutes deux énantiomorphes (puisque l'une d'elles l'est certainement).

Ceci posé, je prie le lecteur de se rappeler la proposition suivante. *Quand l'objet est une figure plane,* DONT LE PLAN N'A PAS SES FACES DISTINCTES, *la figure symétrique par rapport à un point est identique à l'objet.*

La théorie de l'image d'un plan de front donné par un système centré repose TOUT ENTIÈRE sur ce théorème, *que naturellement on n'énonce jamais.*

Je reviens là-dessus aux §§ 162 et suivants de l'*Optique géométrique supérieure,* et dans mon Cours sur la *Vision,...* à propos du *retournement* et du *renversement* des clichés.

20. Image sur deux miroirs rectangulaires.

L'image donnée par deux miroirs rectangulaires qui tournent autour de la droite commune, est immobile.

Chaque point P a en définitive pour image P″ son symétrique par rapport à la droite d'intersection des deux miroirs.

La position de P″ est donc indépendante de l'azimut du système des miroirs.

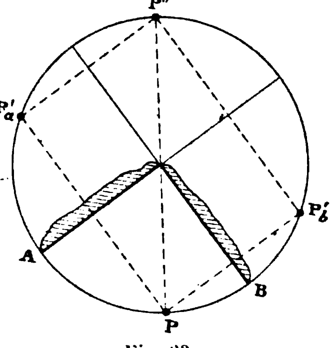


Fig. 23.

21. Périscope des poilus. Manipulation.

Dans leurs tranchées, pour observer les mouvements des Boches, les poilus se servaient de périscopes rudimentaires, composés de deux miroirs (12×12 cm. environ), parallèles entre eux, fixés à 45° dans une sorte de cadre en bois long de 80 cm. Pour la manipulation qui suit, on se servira commodément de deux tubes de laiton de même diamètre, raccordés par un collier, pouvant tourner l'un par

rapport à l'autre. Dans ces tubes sont fixés les miroirs à 45° ; j'ai remplacé celui du haut par un prisme à réflexion totale (comme dans les périscopes de sous-marins).

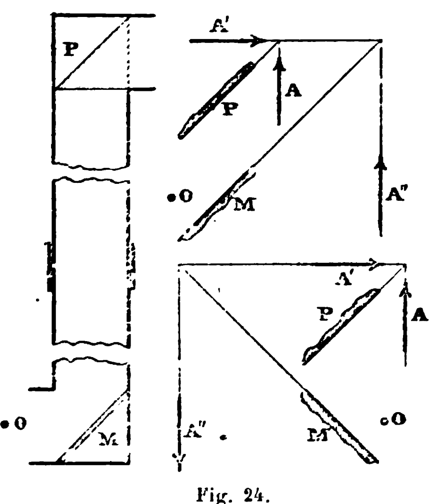


Fig. 24.

La figure 24 à droite et en haut montre qu'avec les miroirs parallèles l'image A″ de l'objet A est identique à l'objet et *droite*.

C'est la disposition d'emploi.

Demandons-nous ce qui arrive quand on fait tourner l'un des miroirs par rapport à l'autre. La figure 24 à droite et en bas montre que si le miroir inférieur tourne de 180°, l'image se renverse, c'est-à-dire tourne elle-même de 180°. Montrons que le théorème est général : *l'image tourne d'un angle égal à celui dont on fait tourner le miroir inférieur.*

En effet, par réflexion sur le miroir M, le plan horizontal dans lequel se trouve l'image A′ se rabat verticalement autour de son intersection D avec le miroir M comme charnière. Dans le rabattement les angles se conservent : donc l'image A″ fait avec l'horizon (droite D) le même angle que A′ avec la droite D. Quand on fait tourner le miroir M autour de la verticale, la droite D tourne d'un angle égal ; il en est par conséquent de même pour l'image A″; ce qui démontre le théorème.

Nous en trouverons une application dans le périscope des sous-marins.

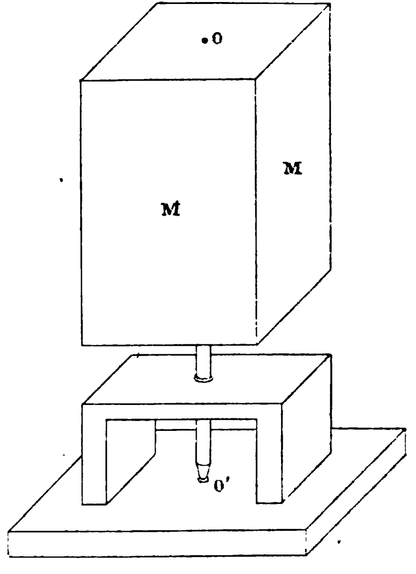


Fig. 25.

22. Miroir tournant.

1°. — Le *miroir tournant* est généralement constitué par quatre miroirs formant un prisme à base carrée; l'axe de rotation OO′ du système est l'axe quaternaire de ce prisme (fig. 25).

L'étude du lieu des images d'un point est intéressante (voir *Exercices de mathématiques*, § 301). Quand la surface réfléchissante du miroir passe par l'axe de rotation O, le lieu des images d'un point A est une circonférence de centre O et passant par le point A (fig. 26). Quand la surface réfléchissante est seulement parallèle à l'axe, le lieu est

un limaçon de Pascal. Les deux boucles du limaçon correspondent respectivement à l'hypothèse que l'une ou l'autre face du plan réflecteur est polie.

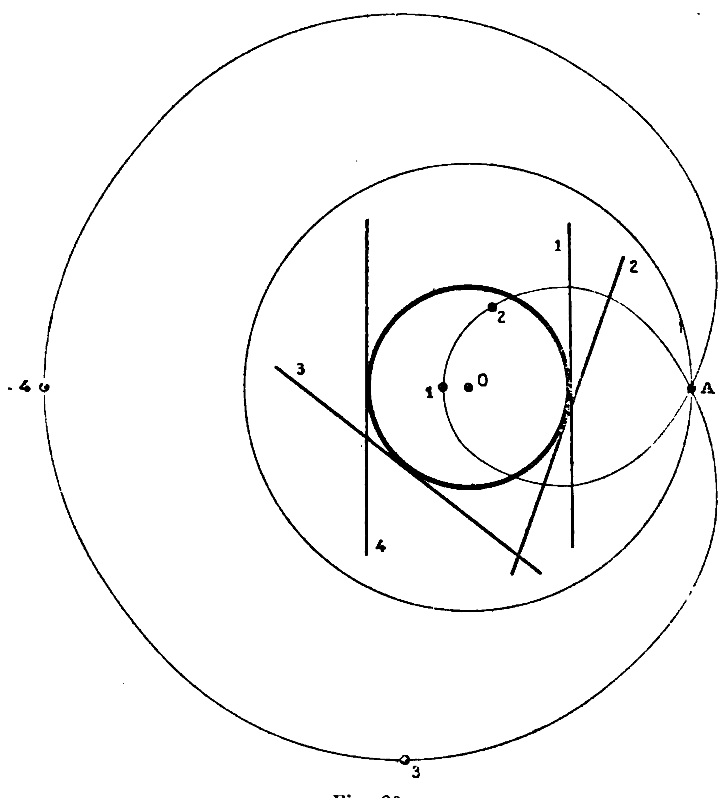


Fig. 26.

2°. — Le miroir tournant pose une intéressante question de *champ*.

L'œil et le point A étant disposés comme dans la figure 27, nous ne voyons le point A que pour des azimuts du miroir compris entre 1 et 2; autrement dit, de la trajectoire de l'image A′ nous ne voyons que la portion 1, 2.

Le point 1 est symétrique de A par rapport au miroir 1; n'arrive à l'œil qu'un seul rayon qui est réfléchi sur le bord *gauche* du miroir. Le point 2 est symétrique de A par rapport au miroir 2; n'arrive à l'œil qu'un seul rayon qui est réfléchi par le bord *droit* du miroir. Si le miroir est en deçà de 1, ou au delà de 2 par rapport au sens de rotation indiqué par la flèche, aucun rayon issu de A ne parvient dans l'œil.

On augmente la portion de trajectoire visible en augmentant les dimensions du miroir.

3°. — Pour élucider le rôle du miroir tournant, plaçons-nous dans le premier cas du *1°*, le plus simple.

Quand le miroir fait n tours par seconde, l'image A′ fait $2n$ tours. Soit $r=\overline{OA}$, le rayon de la circonférence parcourue; la vitesse linéaire de l'image est $4\pi nr$.

Fig. 27.

Grâce à la persistance des impressions lumineuses, si n est assez grand, nous voyons *simultanément* l'image A′ dans une série de positions *successives*. Par exemple, l'objet est une flamme de hauteur invariable; le miroir tourne autour d'un axe vertical : nous voyons dans le miroir une bande lumineuse horizontale continue ayant la hauteur de la flamme.

Imaginons que l'objet A se déforme suivant une loi quelconque en fonction du temps.

Les images *successives* représentent l'objet *aux instants successifs*. On voit donc simultanément les apparences successives de l'objet qui se déforme, *plus ou moins superposées suivant ses dimensions latérales*. Si l'objet est une flamme *mince* qui s'allonge et se raccourcit périodiquement, le miroir montre une bande lumineuse limitée en bas par une horizontale, en haut par une courbe périodique analogue à la dentelure d'une lame de scie.

Soit $r=50$ centimètres, $n=5$: la vitesse linéaire de l'image de la flamme est $31^m,4$ par seconde. S'il y a 200 périodes, le chemin parcouru par l'image en une période est 16 centimètres environ : la distance entre 2 dents de la scie est 16 centimètres.

Le miroir tournant est précieux pour étudier les déformations rapides; il montre *simultanément* les uns à côté des autres les aspects *successifs* d'un phénomène.

23. Déviation des rayons par les miroirs.

1°. — Pour essentielle que soit la considération des images *indépendamment des rayons qui les forment,* elle ne doit pas faire oublier les rayons eux-mêmes qui, fictifs assurément, n'en sont pas moins

importants. En particulier quand les objets sont lointains, seules interviennent les directions dans lesquelles ils se trouvent : tout se passe comme si nous avions affaire à un rayon.

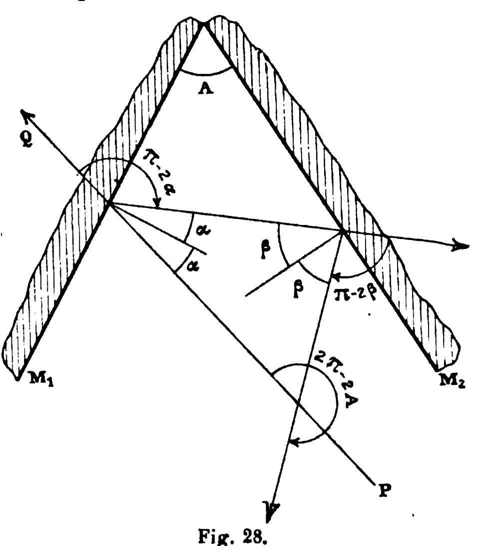


Fig. 28.

Le lecteur méditera la manière dont je démontre les théorèmes suivants. Ineptes sont les procédés habituels de démonstration : ils consistent toujours *à faire de la Géométrie,* sans avoir l'air de savoir qu'*on fait de l'Optique.*

a) La déviation d'un rayon PQ par un miroir M_1 est $\pi-2\alpha$; α est l'angle d'incidence.

Je me garde bien de dire que la déviation est 2α.

Pour l'incidence rasante, la déviation est nulle; elle vaut π pour l'incidence normale.

b) La déviation par réflexion successive sur deux miroirs M_1 et M_2 est :

$$(\pi-2\alpha)+(\pi-2\beta)=2\pi-2(\alpha+\beta)=2\pi-2A,$$

où A est l'angle des miroirs.

Je me garde bien de dire que la déviation est 2A.

2°. — Corollaires.

Pour $A=0$ (miroirs parallèles) la déviation est nulle (ou 2π).

Pour $A=90°$ (miroirs rectangulaires), la déviation est π.

C'est ce que savent les joueurs de billard quand ils évitent de faire de l'effet : on joue sur deux bandes, la bille revient parallèlement à sa direction première.

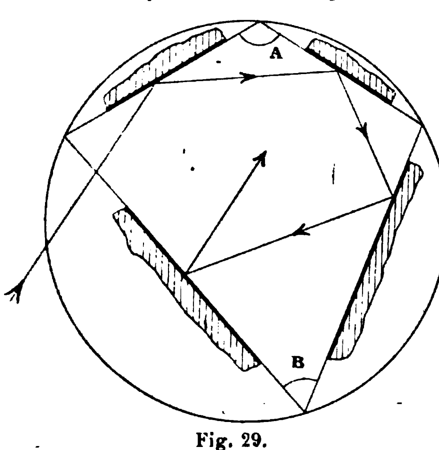


Fig. 29.

Un rayon incident qui se réfléchit successivement sur les quatre faces d'un quadrilatère inscriptible, se retrouve parallèle à sa direction première.

La déviation est en effet :

$$(2\pi-2A)+(2\pi-2B)$$
$$=4\pi-2(A+B)=2\pi.$$

Je laisse au lecteur l'amusement de trouver une multitude de propositions analogues, conséquences de la valeur connue de la somme des angles d'un polygone.

Les groupes de deux miroirs ne dévient pas les rayons nécessairement tous dans le même sens.

Si, par exemple, on associe deux groupes de même angle, suivant la position du second groupe, on a l'une ou l'autre des déviations :

$$4\pi - 4A \quad \text{ou} \quad \text{zéro.}$$

Il n'y a, du reste, aucune ambiguïté en choisissant comme positif un certain sens de cassure au point d'incidence.

J'insiste sur ces questions de méthode, parce qu'elles se retrouvent dans la théorie élémentaire du prisme qu'on enseigne aux enfants d'une manière géométriquement correcte, je le veux bien, mais physiquement absurde.

CHAPITRE II

MIROIRS SPHÉRIQUES

Les *miroirs sphériques* sont des miroirs dont la face réfléchissante est une portion de sphère. La matière du miroir est à l'extérieur ou à l'intérieur de la sphère réfléchissante. Dans le premier cas le miroir est *concave* ou *convergent;* il est *convexe* ou *divergent* dans le second, nous verrons bientôt pourquoi.

24. Miroirs concaves.

1°. — A la condition que le cône lumineux incident soit d'angle solide assez petit et tombe à peu près normalement sur le miroir, il est transformé en un cône réfléchi; en d'autres termes, *un point* A' *a une image* A'. Le phénomene est évidemment le même dans tous les plans qui passent par le point lumineux A et le centre de courbure C du miroir. D'où résulte que l'image A' de A est sur le rayon AC qu'on appelle *axe du miroir pour le point* A..

Peu importe la courbe qui limite le miroir, à la condition qu'elle s'écarte peu du point O trace sur le miroir de la droite AC (*centre de figure pour le point* A).

Avec les restrictions posées, le miroir est *stigmatique :* il fait correspondre une image A' ponctuelle au point objet A.

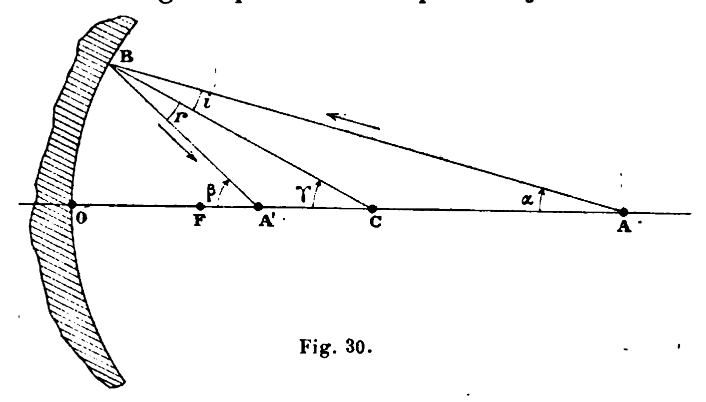


Fig. 30.

Montrons que le rayon réfléchi BA' conjugué de l'incident AB coupe l'axe en un point A' indépendant de l'angle α que fait l'incident avec l'axe.

Posons : $\overline{OA}=p,\quad \overline{OA'}=p'\quad \overline{OC}=R.$

Pour des angles α, β, γ petits, on a :

$$p\alpha=p'\beta=R\gamma,\qquad \alpha:\frac{1}{p}=\beta:\frac{1}{p'}=\gamma:\frac{1}{R}.$$

On a rigoureusement :

$$\beta=r+\gamma,\qquad \gamma=i+\alpha;\qquad i=r.$$

D'où : $$2\gamma=\alpha+\beta.$$

Remplaçons par les quantités proportionnelles; il vient :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{R}. \qquad (1)$$

Dans cette formule, l'angle α n'intervient pas : à un point lumineux A correspond donc une image bien déterminée A'.

Notre raisonnement suppose des angles α, β, γ petits, et des rayons quasi normaux au miroir.

2°. — La formule est générale si l'on compte positivement p et p' à partir du point O vers le côté d'où vient la lumière.

Les signes de p et de p' sont alors rattachés aux propriétés physiques de l'objet et de l'image.

Si p est positif, le point lumineux est en avant du miroir, *du côté de la face réfléchissante;* il est *réel,* on peut le toucher.

Si p est négatif, le point lumineux est *virtuel* : les rayons incidents forment un faisceau conique *convergent.* Ils se rencontrent en un point situé à une distance p en arrière du miroir, si l'on supprime le miroir.

Si p' est positif, l'image est *réelle;* on peut la recevoir sur un écran en avant du miroir.

Si p' est négatif, l'image est *virtuelle* : les rayons réfléchis ont les mêmes directions que s'ils émanaient d'un point situé à une distance p' en arrière du miroir.

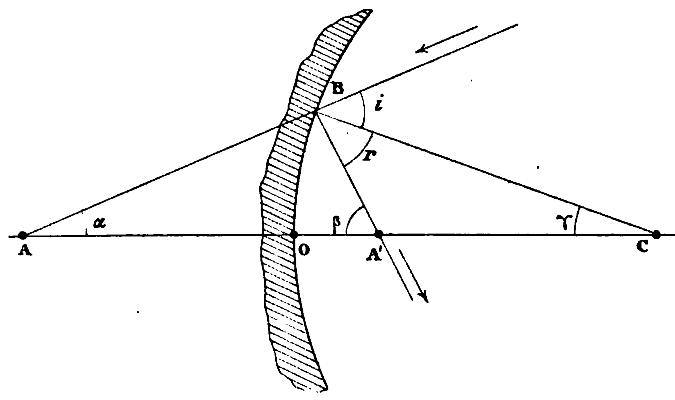


Fig. 31.

Démontrons la formule sur un second cas particulier (fig. 31).

L'objet A est maintenant virtuel : il faut poser $p<0$.

D'où l'égalité : $-p\alpha = p'\beta = R\gamma.$

On a : $\beta = r + \gamma, \quad \alpha + \beta = i + r = 2r;$

d'où : $\beta - \alpha = 2\gamma.$

Remplaçant les quantités proportionnelles :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R},$$

qui est précisément la formule (1).

25. Discussion de la formule. Foyers.

Différentions l'équation (1) :

$$\frac{dp}{dp'} = -\frac{p^2}{p'^2} < 0.$$

Les segments p et p' varient toujours en sens inverse. Si le point lumineux va de droite à gauche, l'image va de gauche à droite.

Pour suivre commodément la discussion, représentons sur deux droites les positions correspondantes de l'objet et de l'image.

Cela revient à séparer l'espace en un *espace objet* et un *espace image*.

Les points conjugués de ces deux espaces portent le même numéro.

Le signe → veut dire que l'objet ou l'image sont très loin, à l'infini, dans la direction de la flèche.

$p = \infty$ donne $p' = R:2$. Un cône de rayons dont le sommet est à droite et très loin, c'est-à-dire un cylindre de rayons parallèle à l'axe, se transforme en un cône de sommet F' qui est à égale distance du miroir et de son centre de courbure.

Le point F' est *le foyer de l'espace image.*

L'objet passe de 1 en 2, l'image s'éloigne du miroir.

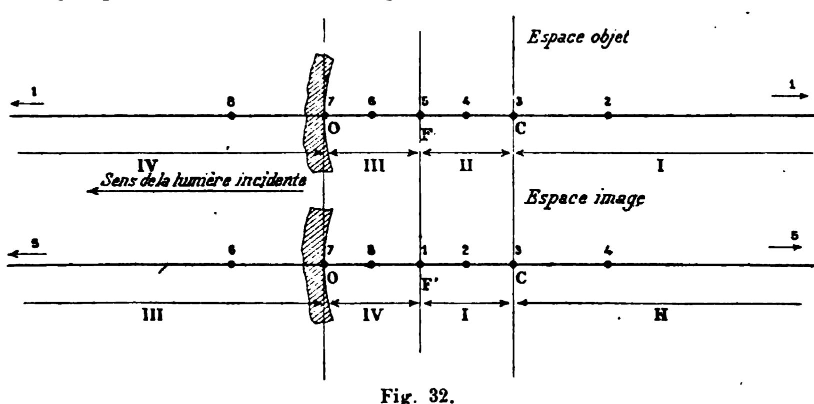


Fig. 32.

Quand l'objet arrive en 3 (centre de courbure), on a $p = p' = R$: l'image coïncide avec lui; ce qui est évident en raison des propriétés des rayons d'une sphère.

L'objet se rapproche du miroir jusqu'au point F qui est le *foyer de l'espace objet*. Le point conjugué image passe à l'infini. Un faisceau conique de rayons incidents est transformé en un cylindre réfléchi.

L'objet vient en 6 en deçà du foyer; l'image est virtuelle après être passée brusquement de l'infini à droite à l'infini à gauche.

Elle reprend sa marche vers la droite.

Pour $p=0$, $p'=0$; l'objet et l'image coïncident avec le miroir.

En définitive, quand le point lumineux se déplace vers la gauche et va de l'infini à droite à l'infini à gauche en décrivant un diamètre de la sphère, l'image part du foyer, se déplace vers la droite, arrive à l'infini à droite, passe brusquement à l'infini à gauche, reprend sa marche vers la droite et aboutit finalement à son point de départ, le foyer.

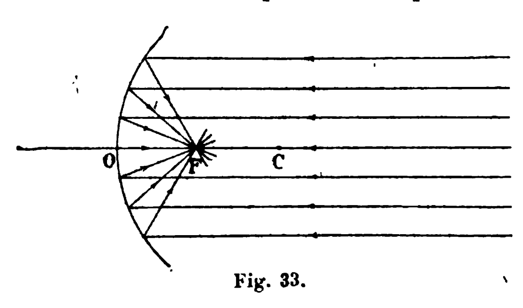


Fig. 33.

Ces résultats sont faciles à retenir, en se rappelant : que l'image et l'objet vont toujours en sens inverses; qu'ils coïncident au centre de courbure C et au centre de figure O; que l'infini pour l'un correspond au foyer pour l'autre.

Le principe du retour des rayons se vérifie : on peut échanger le point lumineux et son image.

J'insiste sur cette dernière proposition. Le diagramme se décompose en quatre parties qui se correspondent I à I, II à II,... dans l'espace objet et dans l'espace image. Quand l'objet va de l'infini à droite au foyer de l'espace objet, l'image va du foyer de l'espace image à l'infini à droite. Quand l'objet va du foyer de l'espace objet à l'infini à gauche, l'image va de l'infini à gauche au foyer de l'espace image. C'est la conséquence immédiate du principe du retour des rayons.

Remarque I. — Il est absurde de dire aux débutants qu'il existe un foyer : il y en a deux qui se trouvent accidentellement superposés. Par quel procédé ramènera-t-on la théorie des lentilles à celle des miroirs, si l'on commence par poser cette définition entièrement fausse?

Il y a deux foyers, comme il y a deux espaces.

On veut dire non pas qu'il y a deux espaces physiquement différents, mais que chaque point de l'espace joue deux rôles différents.

Remarque II. — On se rendra compte des résultats précédents en considérant la *convergence* des faisceaux incident et réfléchi.

Partons de ce fait que pour un point lumineux extrêmement éloigné (faisceau cylindrique, convergence ou divergence nulle), le cône réfléchi a son sommet en F.

Quand le point lumineux se rapproche, il envoie sur le miroir un

cône de rayons plus divergents; par suite, le cône réfléchi est moins convergent : son sommet s'éloigne.

Le cône réfléchi reste convergent (image réelle) jusqu'à ce que le point lumineux arrive en F, position pour laquelle le faisceau réfléchi est cylindrique. Le point lumineux se rapprochant encore du

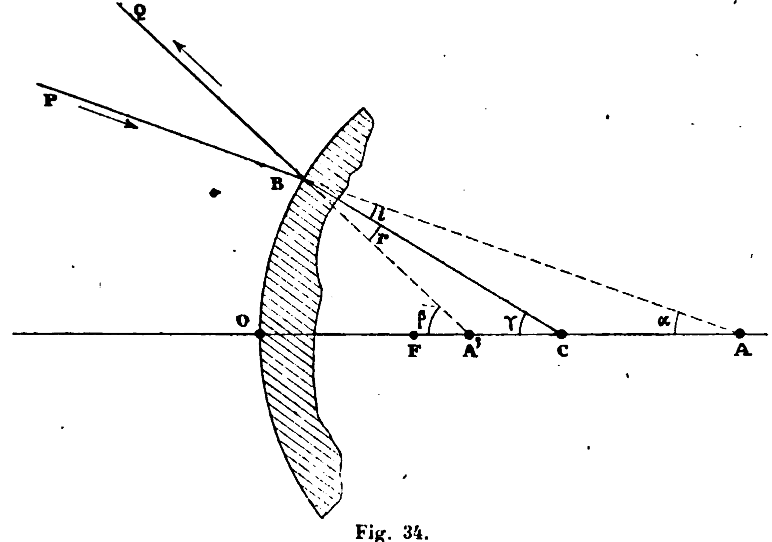


Fig. 34.

miroir, le faisceau incident devient trop divergent pour que, malgré la convergence qu'il produit, le miroir puisse le transformer en un faisceau convergent : le cône réfléchi est alors divergent, l'image est virtuelle.

Enfin quand le point lumineux est virtuel, le miroir reçoit un cône de rayons convergent; le cône réfléchi est alors très convergent, l'image est réelle et à une faible distance du miroir (plus petite que OF).

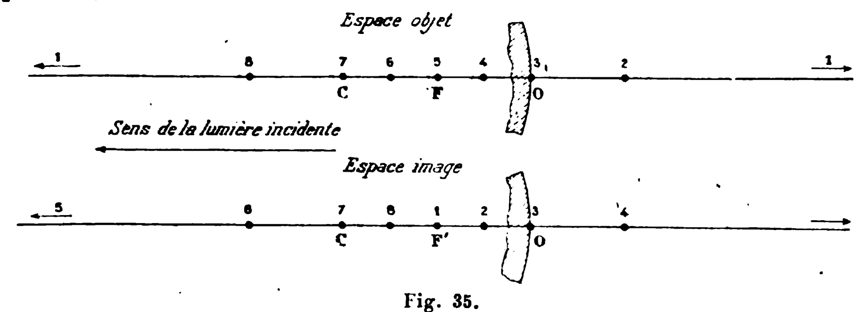


Fig. 35.

26. Miroirs convexes.

La position relative des points conjugués reste la même que pour les miroirs concaves. Pour le vérifier on comparera les deux figures 30 et 34. Le diagramme du miroir convexe est identique à celui du miroir concave (fig. 32 et 35), au numérotage des points près. Cela

résulte encore immédiatement du principe du retour des rayons. L'avant du miroir concave étant l'arrière du miroir convexe, tout point (objet ou image) réel dans le premier cas devient virtuel dans le second, et inversement.

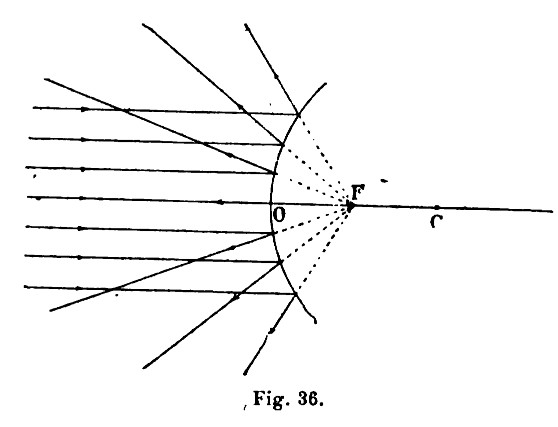


Fig. 36.

Les foyers sont virtuels pour le miroir convexe. Si un faisceau cylindrique tombe sur lui, il est transformé en un faisceau divergent; inversement, pour obtenir un faisceau cylindrique, il faut envoyer sur le miroir un faisceau convergent de rayons (fig. 36).

La formule devient :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{2}{R}.$$

Nous pouvons encore poser : $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$,

à la condition d'écrire : $f=-R:2$,

La distance focale principale est donc positive pour les miroirs concaves, négative pour les convexes, les p et p' étant toujours pris positivement à partir du point O vers la portion de l'espace où se trouve effectivement la lumière.

27. Formule de Newton.

Jusqu'à présent nous prenons pour origine des coordonnées le point O, centre de figure pour le diamètre sur lequel voyage le point lumineux.

Prenons comme nouvelle origine le foyer; il se trouve à mi-chemin entre O et C. Comptons positivement dans la direction FC du foyer vers le centre de courbure. Nous avons (fig. 28) :

$$\overline{OA}=\overline{OF}+FA, \qquad \overline{FA}=\overline{OA}-\overline{OF};$$

$$\pi=p-f, \qquad \pi'=p'-f.$$

$$\frac{1}{\pi+f}+\frac{1}{\pi'+f}=\frac{1}{f}, \qquad \pi\pi'=f^2.$$

C'est la formule de Newton.

π et π' sont toujours de même signe : l'objet et l'image sont toujours du même côté du foyer; c'est ce que nous faisons remarquer au § 25.

28. Construction de l'image d'un point.

Avec les conditions spécifiées, nous savons que cette image existe : l'intersection des conjugués de deux rayons incidents *quelconques* détermine donc sa position. Il va de soi que nous choisissons les rayons incidents de manière à simplifier la construction graphique.

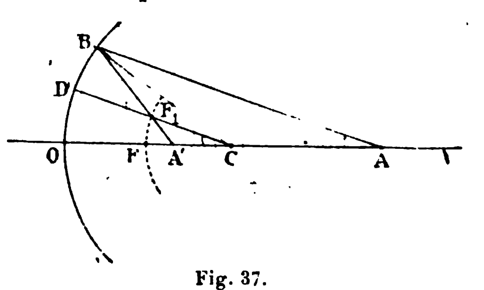


Fig. 37.

Soit A le point lumineux (fig. 37). Le rayon incident ACO frappe normalement le miroir (ou son prolongement géométrique) et donne le rayon réfléchi OCA. Menons un rayon incident quelconque AB. Pour construire le réfléchi correspondant, menons CD parallèle à AB; joignons B avec le milieu F_1 de CD; BF_1A' est la droite cherchée. En effet, tous les rayons d'un faisceau incident cylindrique parallèle à CD convergent en F_1 après réflexion; le rayon incident AB appartient à ce faisceau.

Le point A', intersection des rayons réfléchis OCA et BF_1A', est l'image cherchée.

29. Objets étendus.

1°. — L'image d'un objet est constituée par les images de tous ses points; elle peut n'avoir avec lui qu'une vague ressemblance.

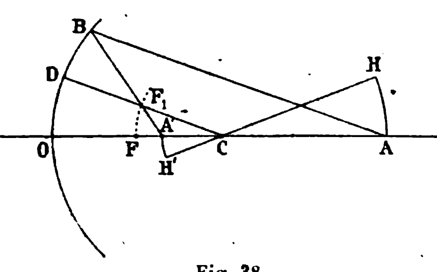


Fig. 38.

L'image d'un arc de cercle AH de centre C est un arc de cercle A'H' concentrique (fig. 38). En effet, l'image de chaque point de AH est sur son propre diamètre; tous les diamètres ont des propriétés identiques : les points de l'objet AH étant à même distance de C, il en est de même des points de l'image A'H'.

Si les arcs AH et A'H' sont assez petits, on peut les confondre avec de petites droites perpendiculaires au diamètre OC. A l'approximation de nos calculs, l'image d'un segment de droite normal à un rayon de la sphère est un segment de droite normal au même rayon.

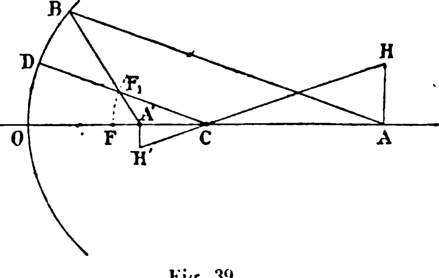


Fig. 39.

Pour obtenir l'image de l'objet rectiligne AH perpendiculaire au diamètre AO, nous construisons l'image A' du point A.

L'image A'H' est perpendiculaire à OA et limitée au diamètre passant par A et par H.

L'image et l'objet sont vus du centre de la sphère, sous le même angle apparent.

L'image est droite (de même sens que l'objet) si elle est du même côté du centre de courbure que l'objet; elle est renversée si elle est de l'autre côté.

2°. — GROSSISSEMENT.

On appelle *grossissement transversal* ou simplement *grossissement* le rapport d'une dimension i de l'image normale à un rayon, à la dimension correspondante o de l'objet. On pose donc :

$$g = i : o.$$

Les triangles semblables AHC et A'H'C' donnent :

$$g = \frac{i}{o} = \frac{R - p'}{p - R} = \frac{p'}{p}.$$

Ce qui démontre la proposition suivante : *l'image et l'objet sont vus sous le même angle apparent du centre de figure* O.

Les dimensions de l'image et de l'objet sont entre elles comme leurs distances au miroir ou comme leurs distances au centre de courbure.

Fig. 40.

Par exemple, pour un miroir concave, l'image est plus grande que l'objet lorsqu'elle est virtuelle parce qu'elle est alors plus éloignée du centre de courbure que l'objet (fig. 40). Pour un miroir convexe, au contraire, l'image virtuelle d'un objet réel est plus rapprochée du centre de courbure que l'objet; conséquemment elle est plus petite (fig. 41).

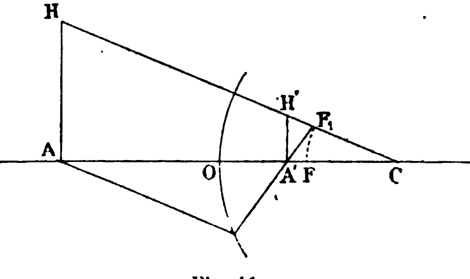


Fig. 41.

3°. — Voici quelques conseils expérimentaux.

Pour préparer un objet plan, fini, donnant de belles images, on découpe dans une carte de visite un trou rond de 3 cm. de diamètre. Sur les bords du trou on colle du tulle noir, à grands hexagones. On éclaire avec une lampe à mèche plate placée derrière le trou, ou avec un bec Auer. Pour la projection on utilise le faisceau issu d'un arc et rendu quasi parallèle par une lentille. On trouve dans le commerce *pour quelques sous* des lentilles plan-convexes de 85 mm. d'ouverture et de 15 cm. de dis-

tance focale environ. Avec deux de ces lentilles, on fabrique à peu de frais un condenseur de projection (voir mon Cours sur la *Construction... des appareils de mesure et d'observation*).

30. Vérifications expérimentales.

1°. — Miroirs.

Comme miroirs excellents, on se servira de verres de besicles que le commerce fournit au prix de 3 à 4 francs *la dizaine de paires*. On les argentera par le procédé que j'indique dans mon Cours sur la *Construction, etc., des instruments*. On les polira au rouge d'Angleterre; on se servira de l'argenture *extérieure* pour éviter les doubles réflexions. Les miroirs concaves sont fournis par des verres de myopes, les convexes par des verres d'hypermétropes. On en peut avoir un jeu à peu de frais. On choisira, par exemple, un miroir de 50 cm. de rayon, 25 centimètres de distance focale.

2°. — Expériences avec les objets réels.

On installe le miroir sur le support de la figure 15. On le dispose en M au bout du banc (fig. 42). Pour les expériences avec les objets

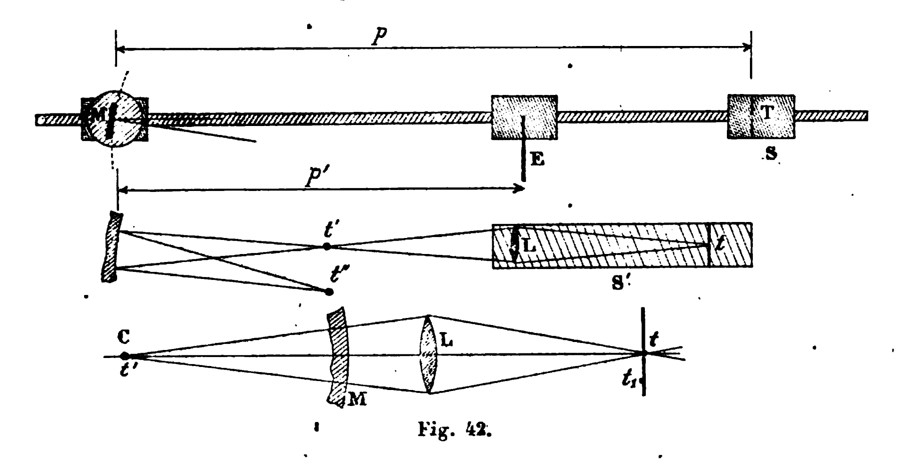


Fig. 42.

réels, on place à la distance p le trou T éclairé par une bougie (fig. 14). On fait varier p à volonté entre la longueur du banc et zéro.

Quand l'image est réelle, on la reçoit sur un écran E, monté sur un support glissant. Pour que l'écran ne gêne pas la lumière incidente, on incline très légèrement le miroir.

On mesure p' quand l'image est le plus nette possible.

Quand l'image est virtuelle, on doit recourir à la méthode du § 8 et utiliser le viseur : il permet de reconnaître la présence d'un cône (réel ou virtuel) de rayons et de déterminer la position du sommet.

Le premier essai avec un miroir concave est toujours de déterminer le rayon de courbure. On approche le support S de manière qu'en tournant convenablement le miroir M, on obtienne l'image du trou T à côté de lui, sur la plaque dans laquelle il est percé jouant le rôle d'écran.

3°. — EXPÉRIENCE DU BOUQUET RENVERSÉ.

Si l'on possède un miroir concave de grande ouverture, on fera l'*expérience du bouquet renversé*, qui est une des plus curieuses de l'Optique.

Un vase V est placé sur une boîte S que je représente sans faces latérales mais qui est latéralement fermée. On suspend dedans un bouquet schématiquement figuré en AB. On dispose le miroir de manière qu'il en donne une image réelle exactement sur le vase, en A'B' : son centre de courbure est en C. On croit effectivement voir le vase surmonté d'un bouquet quand on place l'œil quelque part en O; on a le soin d'éclairer fortement le bouquet par une lampe à incandescence L.

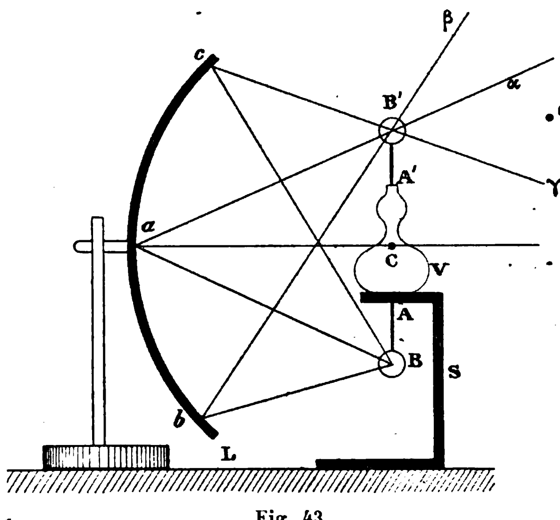


Fig. 43.

Ce n'est pas le tout de constater la saisissante impression de réalité que donne l'image; il faut l'expliquer. C'est là qu'intervient la condition posée que le miroir est de grande ouverture.

Assurément une image réelle se comporte comme un objet réel pour l'observateur O placé au delà. Pour la voir, l'œil doit s'accommoder sur elle. Si l'image du bouquet se forme exactement sur le vase, l'œil est par conséquent simultanément accommodé pour le vase et pour le bouquet : ce qui détermine la position de l'image dans l'espace et réalise une première condition de réalité apparente.

Cependant il existe une différence essentielle entre un objet réel et l'image réelle donnée par un instrument d'Optique : nous pouvons tourner autour de l'objet réel sans cesser de le voir; mais il est clair que les rayons envoyés par chaque point de l'image réelle ne remplissent qu'un cône limité, d'angle au sommet d'autant moindre dans l'espèce que l'ouverture du miroir est plus petite. Pour avoir l'impression d'un objet réel, il faut donc un miroir assez grand pour que nous puissions déplacer l'œil verticalement et horizontalement d'une quantité notable sans cesser de voir le bouquet. Il nous apparaît alors toujours sur le vase : d'où l'impression de réalité.

A la vérité, nous sommes fort loin des conditions du stigmatisme pour la surface totale du miroir. Mais il importe peu, parce que l'œil diaphragme les faisceaux utilisés. Pour chaque position de l'œil, chaque point de l'objet n'envoie dedans qu'un mince pinceau qui

fournit une image *nette, mais déformée*. L'inconvénient de la déformation est minime, un bouquet n'ayant pas une forme connue *a priori*.

Conformément à cette explication, l'impression de réalité est plus grande à quelque distance. En effet, le déplacement *linéaire* que nous pouvons donner à l'œil sans cesser de voir le bouquet, augmente avec la distance, puisque l'œil doit rester dans un certain cône dont le bouquet est le sommet.

On ferme la boîte latéralement pour ajouter à l'effet de surprise.

31. Expériences avec les objets virtuels.

1°. — Pour obtenir un objet ponctiforme virtuel, on se sert du système tL représenté en bas de la figure 42 (lentille de 25 cm. de distance focale, 4 dioptries, par exemple; trou à 50 cm. de la lentille). On vérifiera qu'il donne une image réelle t', à 50 cm. en avant de la lentille avec les nombres ci-dessus posés. Peu importe la théorie de cet appareil; il suffit que manifestement il produise un cône de rayons convergents.

On utilisera le sommet t' de ce cône comme objet virtuel.

Employant d'abord cet objet comme objet réel, on refait l'expérience qui termine le *2°* du § 30. On montre la possibilité d'obtenir une troisième image t'' au voisinage de t', ce qui prouve l'identité des propriétés d'un objet réel et d'une image réelle utilisée comme objet.

On rapproche ensuite le support S′ du miroir jusqu'à ce que le point t' passe de l'autre côté du miroir : l'objet devient virtuel.

Nous savons qu'avec un miroir concave l'image reste réelle.

Pour déterminer le rayon de courbure d'un miroir convexe, on procède comme suit (méthode d'autocollimation).

On cherche la position du système tL telle qu'après réflexion sur le miroir, l'image t_1 du trou vienne se refaire à côté de t sur la plaque dans laquelle t est percé. Il est évident qu'alors l'image t' de t coïncide avec le centre de courbure du miroir. C'est la conséquence de la normalité des rayons au miroir et du principe du retour des rayons. On incline un peu le miroir de manière que t et t_1 ne se confondent pas.

2°. — Voici une jolie manipulation (Stroud).

D'une fente lumineuse S, le miroir *convexe* M donne l'image virtuelle S′. L'expérience consiste à disposer un miroir plan P de manière que l'image virtuelle S″ qu'il donne de S, coïncide avec S′. Il en est ainsi lorsque les images S′ et S″ restent en coïncidence malgré les hochements horizontaux de la tête de l'observateur (*mouvements de parallaxe*).

Si P est trop près ou trop loin du miroir, c'est-à-dire si S″ est au delà ou en deçà de S′ (fig. 44 en bas), le hochement de tête amène la séparation des images dans un sens relatif ou dans le sens inverse.

Il faut que le miroir plan P ne couvre que la moitié du miroir M pour que l'œil voie quasi simultanément les images S′ et S″.

Il faut de plus que le système MP soit légèrement incliné sur les rayons incidents de manière que la tête ne les arrête pas.

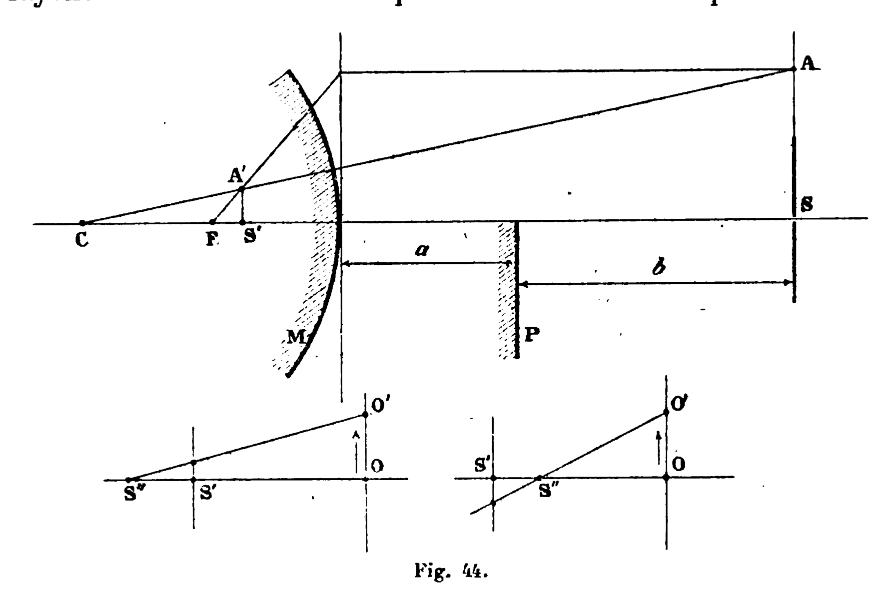


Fig. 44.

Le réglage obtenu, on calcule le rayon du miroir par la formule :

$$\frac{1}{b+a}-\frac{1}{b-a}=-\frac{2}{R}.$$

32. Méthode de Poggendorff pour mesurer les petites rotations autour d'un axe.

1°. — Emploi d'un miroir sphérique et d'une échelle transparente.

Le miroir sphérique tourne autour de l'axe vertical O; son rayon de courbure est OS. Une échelle cylindrique transparente, ayant l'axe O comme axe de révolution, se projette suivant AB.

En S est une fente lumineuse (*spot*); le miroir en donne une image réelle sur l'échelle.

Si la normale au miroir coïncide d'abord avec OS, l'image du spot se fait sur le spot. Pour que le spot et son image ne se recouvrent pas, on élève le spot et on abaisse l'échelle de la quantité correspondante.

Quand la normale au miroir vient en ON, tournant de l'arc SN, l'image du spot vient en S′, tournant de l'arc double $\overline{SS'}=2\,\overline{SN}$.

Soit OS = 1 mètre.

Un degré à un mètre vaut $17^{mm},45$.

Si le miroir tourne d'un degré, le spot se déplace de 35 millimètres.

On observe au dixième de millimètre, soit au 1/350 de degré, soit à 10 secondes d'arc près.

Dans la pratique, l'échelle est rectiligne, de 50 centimètres de long, en celluloïd ou en papier collé sur du verre. Elle se confond *tant bien que mal* avec la tangente au cercle AB. Il y a deux inconvénients : les déplacements du spot ne sont plus proportionnels aux rotations du miroir; la mise au point est mauvaise, sauf pour une position du miroir.

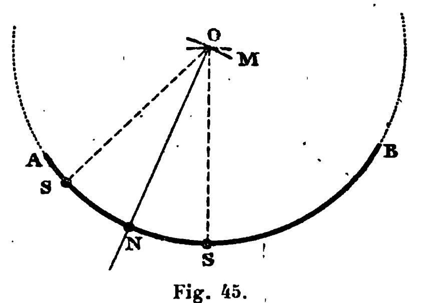


Fig. 45.

Dans l'Optique géométrique supérieure, nous revenons sur cette expérience pour les angles d'incidences notables.

Au lieu d'un miroir concave on peut utiliser un miroir plan devant lequel on place une lentille convergente fixe. La fente lumineuse et son image sont dans le plan focal principal de la lentille.

C'est un premier exemple d'autocollimation.

2°. — Emploi d'une lunette et d'un miroir plan.

Un miroir plan donne de l'échelle AB (cintrée sur l'axe de rotation) une image A'B'.

Quand le miroir tourne de l'arc $\overline{M'M''}$, l'image glisse sur le cylindre d'un arc double $\overline{A'A''}=2\,\overline{M'M''}$. Elle vient en A''B''.

On vise en V avec une lunette L (§ 86). Quand le miroir tourne, on voit défiler les traits de l'échelle sur le réticule de la lunette.

Par exemple, dans la première position du miroir, on vise l'image du point A ; dans la seconde, on vise l'image du point B.

Comme échelle courbe, on utilise des règles de bois ou de métal fixées sur un gabarit découpé dans une planche.

On utilise aussi des règles droites : on se heurte aux inconvénients signalés ci-dessus.

Les miroirs sphériques sont généralement très minces; ils se déforment aisément. On doit les coller avec un peu de cire vierge appliquée, comme la soudure ordinaire, avec un bout de fil de fer chauffé servant de fer à souder.

3°. — Sensibilité.

J'utilise des notions qui seront exposées plus loin; dans une première lecture le lecteur passera la fin du paragraphe.

Soit d la distance de l'échelle au miroir. Pour une rotation unité, le premier dispositif donne un déplacement du spot égal à $\delta=2d$.

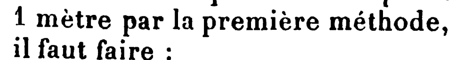
Passons au second dispositif. Soit D la distance de l'objectif au miroir, f la distance focale de la lunette, g le grossissement de l'oculaire. Pour une rotation unité, l'image dans le miroir se déplace de $2d$; l'image réelle formée par l'objectif se déplace sensiblement de $2df : (d+D)$.

L'image virtuelle donnée par l'oculaire se déplace de :

$$\delta = \frac{2df}{d + D} g = 2fg : \left(1 + \frac{D}{d}\right) = fg,$$

dans le cas habituel où l'on fait $d = D$.

La sensibilité est alors indépendante de la distance de l'objectif et de l'échelle au miroir ; elle ne dépend que des caractéristiques de la lunette. Pour obtenir la même sensibilité qu'avec un spot à 1 mètre par la première méthode, il faut faire :



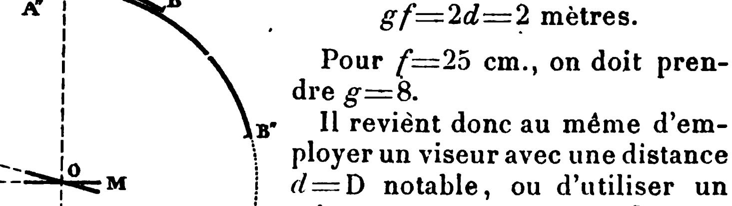


Fig. 46.

$$gf = 2d = 2 \text{ mètres.}$$

Pour $f = 25$ cm., on doit prendre $g = 8$.

Il revient donc au même d'employer un viseur avec une distance $d = D$ notable, ou d'utiliser un microscope, pourvu que le produit fg reste le même ; on doit prendre alors une échelle finement divisée. L'emploi d'un microscope facilite l'éclairage de l'échelle, mais a l'inconvénient de rapprocher l'observateur du miroir.

On double la sensibilité en faisant $D = 0$, c'est-à-dire en mettant l'objectif tout près du miroir. On a :

$$\delta = 2fg.$$

En employant une lunette ordinaire, on est alors forcé d'utiliser une incidence oblique, 45° par exemple ; il faut de plus que l'argenture soit sur la face avant du miroir.

La méthode indiquée à la fin du 1° rentre dans ce cas ; l'oculaire étant supprimé, il faut poser $g = 1$. On a $\delta = 2f$.

33. Miroirs magiques.

Les *miroirs magiques* sont des disques de quelques millimètres d'épaisseur, dont la face polie est plane ou sphérique. Recevant les rayons solaires, ils donnent sur un écran placé à quelque distance une image des dessins gravés sur la face non réfléchissante. Ils sont intéressants comme montrant avec quelle sensibilité la lumière décèle les moindres déformations d'une surface.

Les miroirs magiques japonais sont des plaques de bronze de 2 à 3 mm. d'épaisseur. L'une des faces est polie et légèrement convexe ; l'autre, légèrement concave, est ornée de figures en relief venues de fonte.

L'expérience montre que, par le fait du polissage, la surface polie

n'est pas régulièrement convexe. En raison de l'élasticité des parties minces, elle y est plus convexe. Elle est plus usée, par conséquent moins convexe, dans les parties épaisses moins élastiques, qui correspondent aux reliefs de la face arrière.

Éclairons avec un faisceau solaire de rayons quasi parallèles.

Les rayons réfléchis sur les parties plus convexes divergent davantage; ils éclairent moins un écran placé à quelque distance.

Les rayons réfléchis sur les parties moins convexes et quasi planes gardent leur parallélisme et donnent une image relativement nette des éléments qui les ont réfléchis.

Quand le miroir n'est pas magique, on le rend tel en le chauffant : cela tient à l'inégale dilatation des parties inégalement épaisses.

On obtient des miroirs magiques avec des glaces minces du commerce d'un millimètre d'épaisseur dans lesquelles on grave un dessin. On argente la face restée plane. Le miroir constitue l'un des fonds d'un tambour métallique dans lequel on augmente ou l'on diminue la pression de quelques centimètres de mercure. Le miroir se déforme inégalement : il devient magique. Quand on augmente la pression, le miroir se bombe ; le dessin apparaît en noir : preuve que les parties amincies se bombent davantage. Quand on diminue la pression, le miroir se creuse : le dessin apparaît en clair.

L'appareil constitue un curieux manomètre.

CHAPITRE III

RÉFRACTION. PRISME

34. Rappel des lois de la réfraction.

1°. — Lois de Descartes.

Au § 4 sont énoncées les lois de Descartes ou de Snellius, suivant le pays qu'on habite. Il est pourtant certain qu'elles appartiennent à Descartes dont l'honnêteté est démontrée. Sans être chauvin, on peut ne pas admettre d'être volé.

Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.

L'angle de réfraction est lié à l'angle d'incidence par la relation :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r; \qquad (1)$$

n_1 *et* n_2 *(indices de réfraction) sont des constantes caractéristiques des deux substances transparentes* pour la lumière considérée.

Quand on multiplie les deux indices par un même nombre, la relation fondamentale (1) reste satisfaite : la direction du réfracté conjugué d'un incident n'est pas modifiée. La valeur numérique d'un des indices est donc arbitraire : *par convention nous posons l'indice du vide égal à un.*

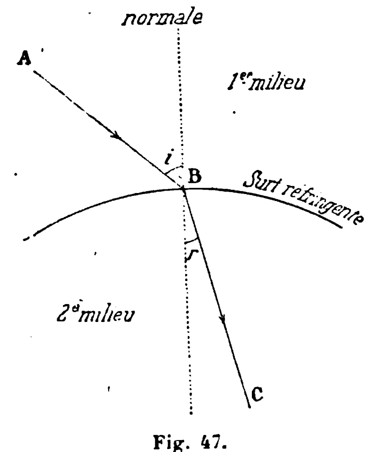


Fig. 47.

L'indice de l'air est si voisin de l'unité (1,000294 à 0° et 760 mm.), que sans erreur sensible on l'identifie avec l'indice du vide.

De même que les lois de la réflexion, les lois concernant les directions des rayons incident et réfracté, *prises au pied de la lettre,* n'ont aucun sens, *puisque les rayons n'existent pas ;* il serait absurde d'en chercher expérimentalement une vérification précise. Mais, *dans les conditions d'expérience où nous opérerons toujours,* les résultats observés sont conformes à ces lois.

2°. — Continuité et discontinuité optiques.

Quelques mots sont ici nécessaires pour préciser ce qu'on entend par *continuité et discontinuité optiques.*

Bornons-nous aux corps transparents.

Il y a *discontinuité optique* sur la surface qui sépare deux milieux

homogènes transparents si, pour la radiation considérée, les indices ne sont pas les mêmes. Si les indices sont égaux, il y a *continuité optique,* bien que les milieux n'aient pas la même constitution chimique.

Par exemple, un mélange en proportions convenables de sulfure de carbone et de benzine a exactement l'indice du verre ordinaire (*crown*). De ce mélange remplissons un tube à essais; plongeons une baguette de verre : *elle devient parfaitement invisible : il y a continuité optique.* La lumière traverse l'intersurface comme si, de part et d'autre, le corps était le même; il n'y a plus réflexion, par suite plus rien qui permette de distinguer l'intersurface, la réfraction se faisant sans déviation. L'expérience est facile à réaliser.

On peut encore employer un mélange d'hydrate de chloral et de glycérine. La dispersion étant la même que celle du verre, l'invisibilité est plus complète.

Un milieu homogène transparent est donc complètement défini par un seul paramètre, *son indice.* S'il est absorbant, il est défini par deux paramètres; mais nous excluons ce cas, qui n'est pas du domaine de l'*Optique géométrique.*

Le lecteur comprend maintenant le rôle de la couche d'huile et du noir de fumée, utilisés au § 16 pour supprimer la réflexion. A la vérité l'huile n'a pas tout à fait l'indice du verre (1,47 pour l'huile; 1,53 pour le verre). Mais il s'en faut de peu : la discontinuité optique est faible. En rendant l'huile opaque, nous supprimons les réflexions sur la face huile-air. Bref, nous continuons le verre par un corps absorbant dont l'indice est à peu près le même.

3°. — Radiations monochromatiques.

La loi énoncée présuppose la définition d'une radiation *monochromatique.* Or, on ne peut donner clairement l'idée de la complexité de la lumière et la définition même d'une *radiation simple* sans user du prisme.

Le lecteur admettra donc provisoirement l'existence d'une telle radiation.

Toutes les expériences du présent chapitre sont faites avec un bec Bunsen dont la flamme est rendue obscure par une arrivée d'air suffisante, et dans laquelle on maintient du sel ordinaire (chlorure de sodium) à l'aide d'une petite nacelle en platine ou plus économiquement en fer. On obtient une lumière jaune intense appelée *simple,* pour des raisons qu'on verra plus loin.

Pour les expériences en projection, on utilise commodément la lumière de l'arc tamisée par une cuve rectangulaire, épaisse de quelques centimètres, pleine d'une solution aqueuse de bichromate de potassium. On conseille encore la solution d'hélianthine ou la solution de perchlorure de fer et de chlorure de nickel. Ces écrans ne laissent passer que le jaune-orange. Du reste, les verres jaunes du commerce sont plus commodes et suffisants.

Les verres rouges rubis clairs employés en photographie fournissent une lumière rouge à peu près homogène.

La liqueur de Zettnow (sulfate de cuivre, 170 gr. ; bichromate de potassium, 17 gr. ; acide sulfurique, 2 cm³ ; 1 000 gr. d'eau) est un bon écran vert.

La liqueur de Barreswill (sulfate de cuivre ammoniacal) est un bon écran bleu.

4°. — PRINCIPE DU RETOUR DES RAYONS.

Il s'applique à la réfraction. Le rayon AB se propageant dans le milieu 1 donne le réfracté BC dans le milieu 2. Inversement, le rayon CB dans le milieu 2 donne le réfracté BA dans le milieu 1.

L'indice n_1 caractérise donc le milieu 1 d'une manière absolue pour la radiation considérée et une température déterminée.

De même n_2 caractérise le milieu 2.

La formule : $$n_1 \sin i = n_2 \sin r,$$

s'applique quel que soit le sens de propagation.

35. Discussion de la formule.

1. — Posons que le rayon passe de l'air (indice $=1$) dans un milieu d'indice n. On a :

$$\sin i = n \sin r.$$

Pour tous les solides et les liquides *transparents*, $n > 1$. Donc $r < i$. Le réfracté existe toujours ; sa direction est moins inclinée sur la normale dans le milieu *le plus réfringent* (celui dont l'indice est le plus grand).

On a : $$\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

Fig. 48.

La relation $i = f(r)$, est représentée dans la figure 48 ; elle suppose $n = 1{,}33 = 4 : 3$.

Quand i est petit, on peut confondre les sinus et les arcs ; la courbe est tangente à la droite $i=nr$. Dans le cas de l'eau : $n=4:3$,

$$3i=4r.$$

Pour $i=90°$, $dr:di=0$.

La courbe aboutit horizontalement à son point d'arrêt.

La valeur que r prend alors, s'appelle *angle limite* :

$$L=\arcsin(1:n).$$

Voici sa valeur numérique dans quelques cas :

Verre léger (crown)......	$n=1,53$	$L=41°$	environ.
Verre lourd (flint).......	$n=1,66$	$L=37°$	—
Eau....................	$n=1,33$	$L=49°$	—

Tous les rayons frappant l'intersurface en un point A donnent des réfractés contenus dans un cône de révolution BAC (fig. 49) dont l'axe AN est normal à la surface et dont le demi-angle au sommet est L.

Ce qui précède reste vrai quel que soit le premier milieu, pourvu qu'on ait $n_2 > n_1$.

Il suffit d'écrire : $n=n_2:n_1$.

2°. — Étudions le cas où le rayon passe du milieu d'indice n dans l'air.

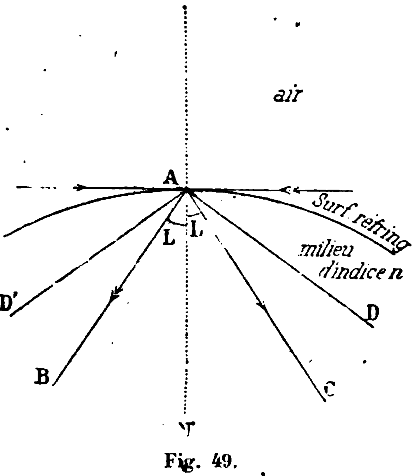


Fig. 49.

En vertu du principe du retour des rayons, la figure 48 représente encore la relation $i=f(r)$, entre l'angle d'incidence r et de réfraction i.

A tout incident contenu dans le cône BAC correspond un réfracté.

Lorsque l'incidence r dans le milieu d'indice n est supérieure à l'angle limite, l'équation :

$$\sin i=n\sin r$$

donne pour i un angle imaginaire.

Effectivement l'expérience montre qu'il n'y a pas de réfracté correspondant à l'incident DA; le rayon réfléchi AD′ existe seul.

Dans le cas général l'énergie transportée par l'incident se partage entre le réfléchi et le réfracté; dans le cas particulier que nous étudions, l'énergie se retrouve tout entière dans le réfléchi : *la réflexion est totale*.

Par exemple, un rayon qui se propage dans l'eau, ne passe dans l'air que s'il fait avec la normale à l'intersurface un angle inférieur à 49°, tandis que tout rayon se propageant dans l'air pénètre dans l'eau.

3°. — CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE.

Pour avoir le réfracté OB conjugué de l'incident ROA par rapport à l'intersurface XX, menons deux circonférences de rayons 1 et n.

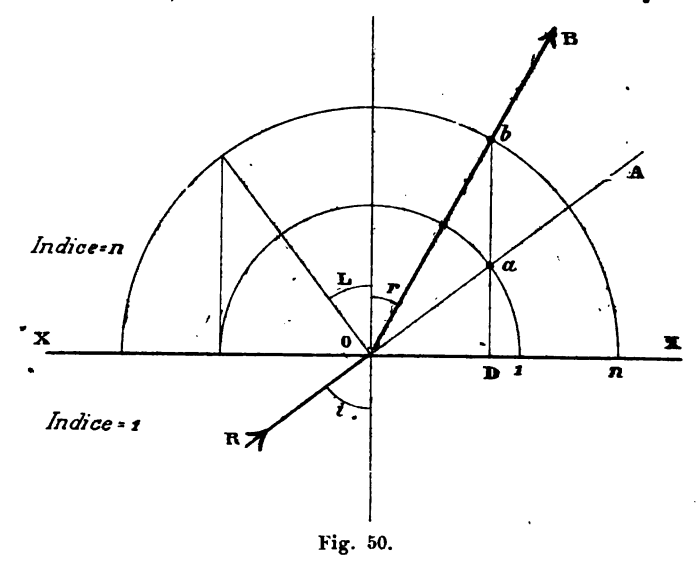


Fig. 50.

Par le point a où OA coupe la circonférence 1, menons la normale à XX. Elle coupe la circonférence n au point b.

Je dis que Ob est le rayon cherché.

En effet, on a :

$$\overline{OD} = \overline{Oa}. \sin i = \overline{Ob}. \sin r;$$

d'où :

$$\sin i = n \sin r.$$

Je laisse au lecteur le soin de discuter les phénomènes sur cette figure, en particulier de construire l'angle limite L.

36. Expériences sur la réflexion totale. Fontaines lumineuses.

1°. — L'expérience fondamentale sur la réflexion totale consiste à envoyer un faisceau lumineux normalement à une des faces d'un prisme de verre isocèle rectangle (fig. 53 en haut et à droite). Il ne sort pas de lumière par la face hypoténuse; le faisceau émerge en quasi-totalité par l'autre face adjacente à angle droit.

Un tel prisme constitue donc un excellent miroir, que nous utiliserons comme tel dans une infinité d'appareils (*prisme dit à réflexion totale.*

Le lecteur vérifiera qu'on peut mettre le doigt hors du prisme, tout près de la face réfléchissante, sans qu'il soit visible. Si le doigt touche la surface, surtout s'il est humide, *il y a contact optique :* le phénomène est modifié; la réflexion *totale* disparaît.

Voici une jolie expérience de Bouguer.

Dans un verre V de Bohême, cylindrique, on met du mercure et

de l'eau. En disposant une bougie et l'œil comme l'indique la figure, on peut voir la bougie successivement par réflexion sur le mercure et sur l'intersurface eau-air du côté de l'eau. *Dans les deux expériences, l'image paraît avoir le même éclat.* On prendra le vase assez large pour que la surface du mercure soit plane dans sa partie centrale : elle est en effet fortement modifiée par la capillarité au voisinage de la paroi.

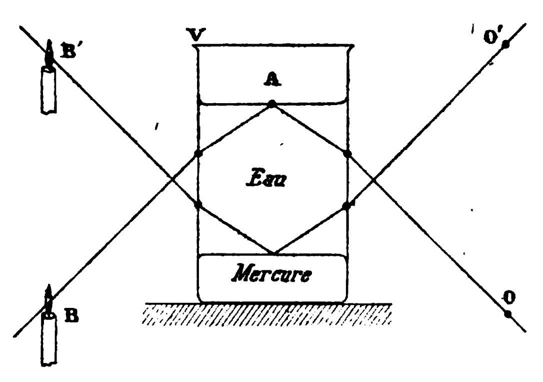


Fig. 51.

Plaçons l'œil en O. Approchons du point A une allumette enflammée : *nous ne la voyons pas.* Nous sommes prévenus qu'elle atteint l'eau par le grésillement caractéristique. Pourtant de voir la bougie B par réflexion prouve que du point O nous pouvons voir le point A de l'intersurface eau-air.

2°. — Avec deux glaces sans tain de 15×10 centimètres (telles qu'on les trouve pour quelques sous dans les déchets des miroitiers), construisons une cuve très plate A de 5 mm. d'épaisseur, fermée

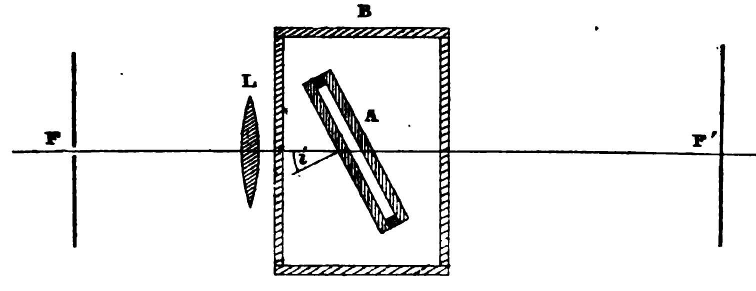


Fig. 52.

sur trois côtés par trois baguettes de glace collées au baume du Canada, ou par des bandes de liège collées à la gomme arabique, mais recouvertes de paraffine.

Plongeons la cuve vide dans une cuve B remplie d'eau, de manière que ses bords supérieurs soient hors de l'eau et ses faces latérales verticales.

A travers l'ensemble, projetons une fente F fortement éclairée. La lentille L en donne une image réelle en F'.

L'expérience montre qu'à partir d'une certaine inclinaison i, rien ne traverse la cuve. Avec la lumière blanche, l'image, avant de disparaître, passe par le jaune, l'orangé et le rouge extrême du spectre.

Calculons l'angle i.

Soit n_1 l'indice de l'eau, n_2 l'indice du verre formant les glaces:

On a : $n_1 \sin i = n_2 \sin r = 1, \quad \sin i = 1 : n_1.$

L'indice du verre n'intervient pas; l'angle i est l'angle limite qui convient à l'eau (49°).

Cette expérience permet de mesurer rapidement l'indice des liquides. On fait tourner la lame dans les deux sens jusqu'à ce que la lumière disparaisse. L'angle des azimuts de disparition égale $2i$. C'est une excellente manipulation.

3°. — Fontaines lumineuses.

Dans la paroi d'un vase de fer-blanc (tel qu'un vieux bidon à essence) on perce un trou sur lequel on mastique une lentille L. En face on en perce un autre sur lequel on soude un ajutage métallique. On remplit d'eau; l'eau s'écoule sous forme de jet.

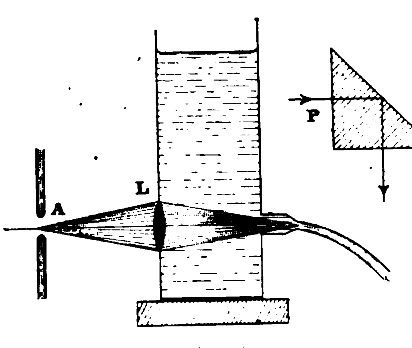


Fig. 53.

On éclaire au moyen d'un arc. Le jet est obscur tant qu'il reste lisse, la lumière se réfléchit totalement sur l'intersurface eau-air. La lumière jaillit au point où le jet se divise en gouttelettes.

Quand l'eau est trouble, le jet devient lumineux dans sa partie lisse, à cause de la lumière diffusée ou diffractée.

2°. — Ce que verrait un plongeur.

Un plongeur est couché horizontalement sur le fond d'un bassin dont l'eau est tranquille. Son œil est en O; on demande ce qu'il voit.

L'indice de l'eau est 1,33; l'angle limite est $L = 48° 35'$.

Il est d'abord évident que le phénomène est de révolution autour de la verticale OV. Ne considérons donc que la partie comprise entre deux plans P, P', passant par OV et faisant un très petit angle : P est le plan du tableau. Traçons deux circonférences concentriques de rayons VA, VB. Les circonférences et les plans PP' découpent un petit quadrilatère sur la surface libre VS de l'eau. Cherchons ce que le plongeur voit se projeter sur ce quadrilatère.

Par réflexion, il voit une portion semblable du fond du bassin. L'éclairement de cette portion croît à mesure que l'angle d'*incidence* r croît. A partir du point C' tel que $r = L$, toute la lumière émise par le fond dans les directions qui atteignent l'œil, se réfléchit : il y a réflexion totale.

Par réfraction, il voit les objets extérieurs *écrasés dans le sens de la hauteur, et d'autant plus que r est plus grand.*

En effet, il voit dans l'angle dr ce qui se trouve extérieurement dans l'angle di qui est plus grand (voir § 35 et fig. 48).

Le rapport $dr : di$ tend vers zéro quand r tend l'angle limite.

Tous les objets extérieurs se projettent pour lui sur une portion circulaire de la surface libre dont le rayon est VC. On a :

$$\overline{VC} = e \operatorname{tg} L = e : \sqrt{n^2 - 1}.$$

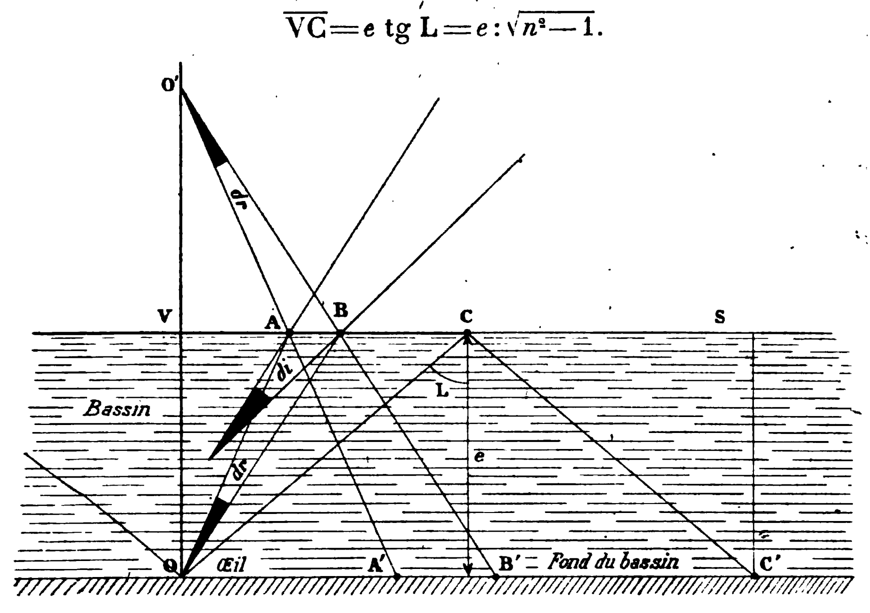


Fig. 54.

La portion CS extérieure au cercle qui vient d'être défini, semble opaque pour la réfraction; mais c'est un miroir parfaitement réfléchissant. Nous retrouverons le même problème en *Optique géométrique supérieure.*

37. Vision d'un objet placé dans un milieu plus réfringent que l'air.

1°. — Un bassin rempli d'eau semble moins profond que lorsqu'il est vide; les poissons vus dans l'eau paraissent aplatis dans le sens vertical.

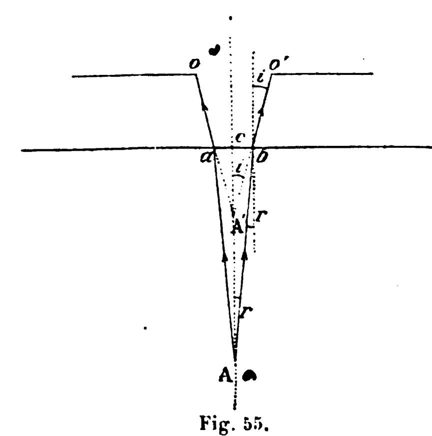


Fig. 55.

Tout point situé dans l'eau paraît *au-dessus de sa position véritable* pour un observateur placé dans l'air. Les lois de la réfraction expliquent ces apparences. Nous étudierons plus tard le cas général; limitons-nous pour le moment à l'étude des rayons quasi normaux à l'intersurface. Rappelons qu'un point lumineux paraît être à l'endroit d'où semblent partir les rayons dont il est l'origine, *dans la partie de leur trajet qui précède immédiatement l'œil.*

Autrement dit, *nous situons l'objet là où se forme sa dernière image.*

2°. — Soit A le point lumineux. Seule est utile la partie du faisceau émis qui pénètre dans la pupille oo'. Elle forme dans l'eau un cône Aab qui se réfracte en traversant l'intersurface et se transforme en un cône $aboo'$ de sommet A′. Le point A est vu en A′; le point A′ est plus près de la surface que le point A, parce qu'un rayon lumineux, Abo' par exemple, est plus écarté de la normale après réfraction qu'il ne l'était avant.

La position du point A′ se calcule aisément.

Posons : $\overline{cA}=p, \qquad \overline{cA'}=p'.$

Les angles i et r étant petits par hypothèse, on a :

$$pr=p'i, \qquad i=nr; \qquad \text{d'où : } p=np'.$$

Le rapprochement est : $\overline{AA'}=p-p'=p\dfrac{n-1}{n}$.

Pour l'eau $n=1{,}33$; $(n-1):n=0{,}25$.

Le point A est rapproché du quart de sa distance à la surface libre.

S'il est à 40 cm. au-dessous de la surface, on le voit à 30 cm.

3°. — L'expérience est disposée comme l'indique la figure 56.

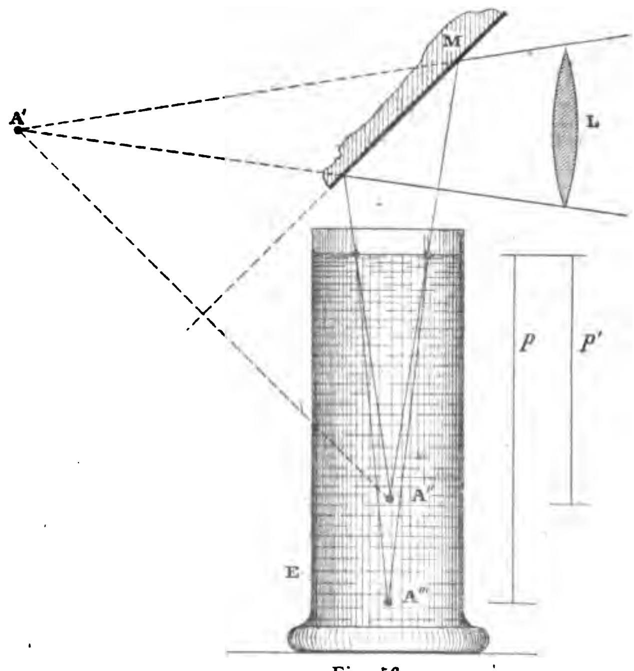


Fig. 56.

Une lentille L donne une image réelle A′ d'un point A.

Dans l'air le miroir M en donne une image A″ qu'on repère avec un écran.

On dispose alors une éprouvette E pleine d'une solution de fluorescéine. On obtient de l'image A″ jouant le rôle d'objet virtuel une image A‴, plus éloignée de la surface libre dans le rapport de 4 à 3.

38. Lames à faces planes et parallèles (planparallèles).

1°. — Soit n_2 l'indice de la lame; soient n_1 et n_3 les indices des milieux ambiants.

Un rayon ABCD traverse cette lame; il se réfracte en B et en C.

On a : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$,
$n_2 \sin i'_2 = n_3 \sin i_3$.

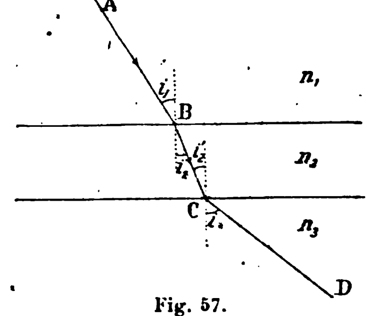


Fig. 57.

Les angles i_2 et i'_2 sont égaux en raison du parallélisme des surfaces réfringentes; d'où :

$$n_1 \sin i_1 = n_3 \sin i_3. \qquad (1)$$

L'angle i_3 est le même que si le rayon AB passait directement du milieu n_1 dans le milieu n_3, l'épaisseur de la lame devenant nulle. La *direction* du rayon dans le troisième milieu est la même que si la lame n'existait pas.

2°. — Si les milieux extrêmes sont identiques, on a $i_1 = i_3$; *le rayon émergent est parallèle à l'incident.*

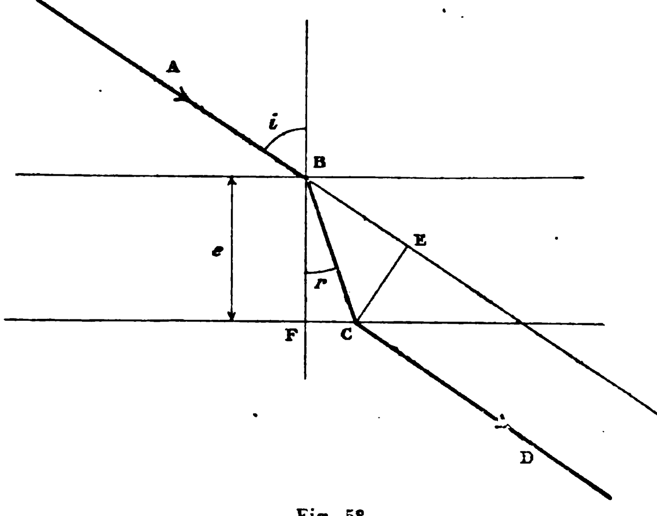


Fig. 58.

Le passage du rayon à travers la lame lui impose un déplacement latéral $\overline{CE}$. Soit e l'épaisseur de la lame; on a :

$$\delta = \overline{CE} = e \frac{\sin (i - r)}{\cos r} = e \sin i \left[1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right].$$

Pour une lame d'épaisseur donnée, le déplacement croît avec l'inci-

dence. Nul pour l'incidence normale, il devient égal à l'épaisseur pour l'incidence rasante.

Pour de petits angles d'incidence, on a :

$$\cos r = 1, \quad \sin(i - r) = i - r = i\left(1 - \frac{1}{n}\right) = i\,\frac{n-1}{n}.$$

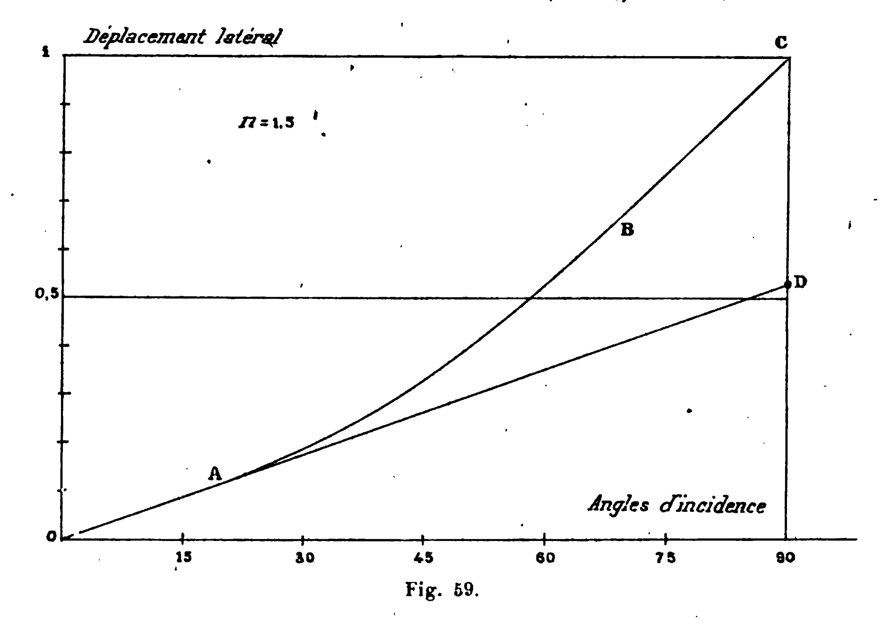


Fig. 59.

La courbe représentative 59 commence par une portion OA quasi rectiligne et dont la formule précédente donne l'inclinaison.

Prenons l'épaisseur e pour unité; i est mesuré en radians (90° valent 1,5708). Par exemple, pour $n = 1{,}5$, on a :

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{3}, \qquad \frac{\delta}{e} = \frac{i}{3}.$$

Pour $i = 90°$ ou 1,5708, $\quad i : 3 = 0{,}524$,
ce qui détermine le point D.

D'après le § 35, $\quad dr : di = 0$, pour $i = 90°$.

D'où :

$$\frac{d\delta}{e} = \frac{\cos(i - r).\, di}{\cos r} = \operatorname{tg} r.di.$$

Cette formule donne l'inclinaison BC de la courbe au voisinage de son point d'aboutissement.

3°. — On utilise le théorème précédent pour vérifier qu'une lame a ses faces (supposées planes) rigoureusement parallèles.

Nous décrirons plus loin la lunette astronomique, instrument employé pour déterminer les directions des faisceaux lumineux que nous recevons des astres. Une étoile envoie sur l'objectif de la lunette un faisceau de rayons parallèles qu'il transforme en un cône

convergent; autrement dit, il donne une image réelle de l'étoile. La position de cette image ne dépend que de la *direction* des rayons reçus ; un déplacement latéral de ces rayons ne la modifie pas.

On peut repérer *très exactement* l'image à l'aide d'un réticule à fils fins croisés.

L'interposition d'une lame à faces parallèles en avant de l'appareil, sur le trajet des rayons qu'il reçoit d'une étoile, ne modifie pas la position de l'image, puisqu'elle ne change pas la direction des rayons lumineux.

Nous vérifions constamment, d'une façon grossière, le parallélisme des rayons incidents et émergents. A travers les vitres des fenêtres, nous voyons les objets extérieurs dans les mêmes directions que si les fenêtres étaient ouvertes, *à la condition que les vitres soient bien homogènes*. Toutefois il n'en est ainsi que grâce à la distance relativement grande des objets et à l'épaisseur relativement faible des vitres. Les rayons envoyés dans l'œil par un point quelconque des objets sont pratiquement parallèles, et le déplacement latéral est insensible.

A la vérité, les vitres ont rarement leurs faces parallèles et sont encore moins souvent d'une matière homogène : d'où résultent des déformations énormes. Traçons un trait noir sur du papier blanc; regardons-le à travers une vitre, en plaçant l'œil à un mètre du papier, et la vitre à égales distances de l'œil et du papier : ordinairement le trait est irrégulièrement courbé, surtout si nous inclinons la vitre de manière que les rayons la traversent obliquement.

En raison de la petitesse de la pupille, chaque point de la droite est vu à travers un petit élément de la vitre. Il joue le rôle d'un prisme, tant à cause du non-parallélisme des faces que de la variation continue de l'indice. La droite donne une image nette mais déformée. A travers un viseur de grande ouverture, toute image disparaîtrait, parce que ces prismes (réels ou fictifs) ont un angle et une section principale variables d'un point à l'autre de la plaque de verre.

Les déformations généralement énormes avec une vitre (qui est en verre soufflé) sont beaucoup faibles sinon nulles avec une glace (qui est en verre usé, plané et poli).

Au lieu de dire que nous vérifions à travers les vitres le parallélisme des rayons incidents et émergents, il serait donc plus juste de dire que nous vérifions le contraire : mais, comme on le voit, l'explication du phénomène est aisée.

Remarque. — En *Optique géométrique supérieure* nous généraliserons le théorème précédent pour des intersurfaces sphériques concentriques.

39. Manipulation.

1°. — Les propriétés des lames planparallèles fournissent une excellente manipulation que je décris ici, bien qu'elle suppose des

connaissances non encore acquises. Le lecteur débutant n'a qu'à la passer pour y revenir plus tard.

La lame à faces parallèles G verticale est montée sur un cercle divisé P horizontal qui détermine son azimut. Un viseur V vise une aiguille verticale A à travers la glace G, à une distance qui peut varier, par exemple, de 20 cm. à 1 mètre.

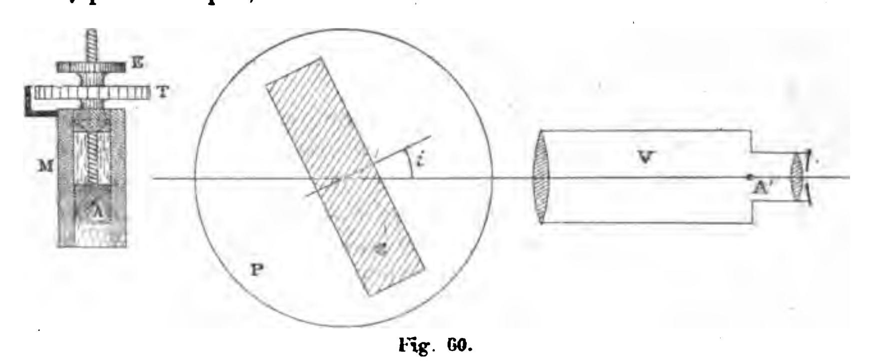


Fig. 60.

L'expérience consiste à déterminer, en fonction de i, la position z de l'aiguille telle que l'image soit toujours sur le réticule A' du viseur. L'aiguille est montée sur un chariot fixé à l'extrémité d'une vis régulière (*vis micrométrique;* pas de 0,5 millimètre) ; on le déplace au moyen de l'écrou E qui porte un tambour T divisé en 100 parties. Une division du tambour correspond donc à un déplacement de 5μ de l'aiguille.

Changeant le tirage du viseur, par suite la distance de l'aiguille au viseur, on vérifie que la fonction $z=f(i)$ est indépendante de la distance. Mais à mesure que l'aiguille s'éloigne, le grossissement dû au viseur diminuant, le même déplacement de l'aiguille se traduit par un déplacement de l'image de plus en plus petit (§ 86). Conséquemment, quand on opère avec un faisceau de rayons parallèles (objet à l'infini), la rotation de la glace ne modifie pas la position de l'image : nous retombons sur l'expérience 3° du § 38.

2°. — On peut déterminer par cette méthode l'indice des liquides. On constitue une cuve plate avec deux glaces (glace sans tain de miroitier); les côtés sont faits de baguettes de glace collées au baume du Canada. On remplit successivement la cuve, par exemple, de solutions plus ou moins concentrées d'un sel dans l'eau.

Le déplacement latéral est égal à la somme des trois déplacements dus aux lames de verre et de liquide. Pour s'en convaincre, il suffit d'imaginer entre le liquide et les glaces une couche infiniment mince d'air.

Remarque. — La méthode précédente est effectivement utilisable pour mesurer les indices. Elle n'est pas absolument correcte, parce que (§ 41) l'image d'un objet vu à travers une glace qu'on incline est non seulement déplacée latéralement, mais encore rapprochée. Elle ne reste donc pas absolument au point dans le viseur. Conséquem-

ment on diaphragme le viseur et on éclaire l'aiguille avec un faisceau de rayons à peu près parallèles. D'où l'emploi d'un collimateur (§ 84) en avant de l'aiguille.

40. Épaisseur des glaces.

Les miroitiers estiment l'épaisseur des glaces (en particulier des glaces argentées) par la distance $\overline{AM}$ qui sépare le bord M d'un objet placé contre la face supérieure, de son image par réflexion sur la face inférieure, *image projetée sur la face supérieure.* Cette distance, égale à $2e \operatorname{tg} r$, dépend de l'angle d'incidence i ; il est donc impossible aux miroitiers, malgré leur grande habitude, d'obtenir au jugé une détermination précise.

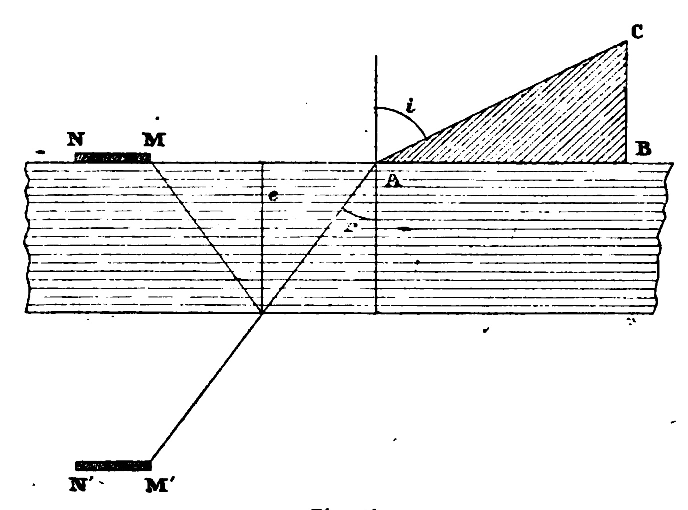


Fig. 61.

On a perfectionné la méthode par l'emploi d'une équerre BAC dont l'angle $A = 90° - i$ est choisi de manière que $\overline{AM}$ soit une fois et demie l'épaisseur, lorsque le rayon incident est parallèle au côté CA de l'équerre. On a les conditions :

$$2e \operatorname{tg} r = 1{,}5.e, \qquad \sin i = n \sin r = 0{,}6.n.$$

En particulier pour $n = 1{,}5$, on trouve $i = 25°$ environ.

L'équerre porte en dessous un pied à coulisse qui mesure la distance AM en dixièmes de millimètre. On regarde suivant CA; on déplace le pied jusqu'à ce que l'image M' du bord M se projette sur l'arête A. On lit sur la graduation la distance $\overline{AM}$, ou encore une fois et demie cette distance qui est l'épaisseur de la glace. La précision est telle qu'il n'est pas utile de tenir compte de l'indice exact de la glace; du reste il ne varie guère que de 1,51 à 1,53.

Sur le même principe on réalise d'amusantes manipulations. Par exemple, on verse du mercure dans une capsule de porcelaine qu'on remplit d'eau. Sur l'eau on fait flotter deux fils rectilignes métalli-

ques allégés par des bouchons et maintenus parallèles. On regarde sous une incidence telle que l'image de l'un coïncide avec l'autre. On fait varier commodément l'épaisseur e de la lame réfringente (couche d'eau) et la distance $\overline{AM}$ des fils. On détermine approximativement l'indice. La mesure de l'angle i est obtenue en visant le long d'une équerre.

41. Vision d'un objet à travers une lame planparallèle.

1°. — Supposons la lame dans l'air et les rayons utilisés quasi normaux.

Montrons que l'interposition de la lame rapproche les objets d'une quantité :

$$e(n-1) : n,$$

indépendante de leur distance.

En effet, soit d la distance du point lumineux P à la face A_1B_1. La réfraction à travers cette face donne un conjugué P_1, dont la distance à la face est nd : les rayons qui arrivent sur la face A_2B_2 sont les mêmes que s'ils venaient du point P_1 situé dans le milieu d'indice n, considéré comme indéfini dans le sens OP_1. Pour la réfraction à travers A_2B_2, tout se passe comme pour un point lumineux P_1 situé à une distance $nd+e$ de la surface réfringente, dans la substance même de la lame.

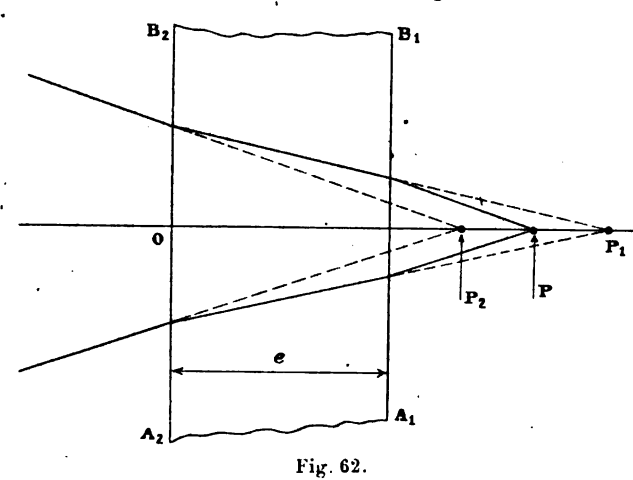


Fig. 62.

La réfraction à travers A_2B_2 en donne un conjugué P_2 tel que :

$$\overline{OP_2}=(nd+e):n=d+e:n.$$

C'est en P_2 qu'on voit le point lumineux P. On a :

$$\overline{OP}=d+e; \qquad \text{d'où :} \qquad \overline{PP_2}=e-\frac{e}{n}=e\frac{n-1}{n}. \qquad (1)$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Le rapprochement $\overline{PP_2}$ est indépendant de la distance du point lumineux à la lame. En particulier, si le point P est sur la lame, nous retombons sur la formule du § 37, puisque alors le p de cette formule a le même sens que le e de la formule (1).

2°. — Méthode du duc de Chaulnes pour la mesure des indices.

La formule (1) fournit une méthode de mesure de l'indice d'une lame planparallèle.

Nous avons expliqué (§ 8) comment un viseur détermine la position d'un point lumineux. Posons que le microscope jouit de la même propriété; imaginons-le mobile dans une coulisse verticale et porté par une vis micrométrique qui en mesure le déplacement.

Plaçons la plaque à étudier sur le porte-objet du microscope; visons les poussières de sa face supérieure, puis rapprochons le microscope de manière à voir distinctement les poussières de sa face inférieure : le déplacement du microscope est $e:n$.

Pour déterminer l'épaisseur e, posons la lame sur un plan bien dressé, lui-même placé sur le porte-objet du microscope. Visons les poussières de la face supérieure de la lame; enlevons-la; puis rapprochons le microscope de manière à voir les poussières du plan qui sert de support. Le déplacement est évidemment égal à e.

42. Images successives dans une glace à faces parallèles.

Le problème général sera traité dans l'*Optique géométrique supérieure*. Bornons-nous ici au cas des rayons peu inclinés sur la normale à la lame. Nous désignerons par h la distance du point lumineux S à la lame dont l'épaisseur est e et l'indice n.

1°. — Images par réflexion (fig. 63).

Par réfraction sur la face 1, le point S donne une image S'_1 à la distance nh. A partir de là nous retombons sur le problème des deux

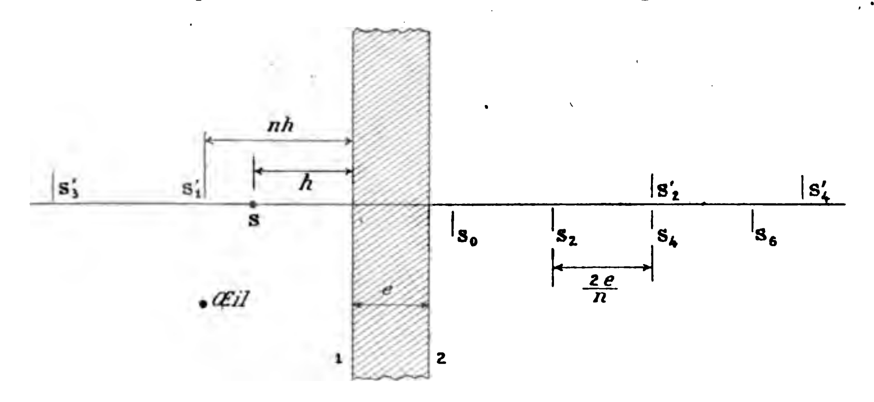


Fig. 63.

miroirs parallèles (§ 15). Le point S'_1 (qui est dans le verre) donne successivement sur la face 2, puis 1, puis 2,... les images S'_2, S'_3, S'_4,... qui sont également dans le verre.

Seules vont nous servir les images d'ordre pair S'_2, S'_4...

Par réfraction à travers 1, elles donnent des images S_2, S_4... à des distances n fois plus petites de la surface 1.

En définitive, y compris l'image S_0 par réflexion sur la face 1, nous avons une série d'images dont les distances à la face 1 sont données par la formule générale :

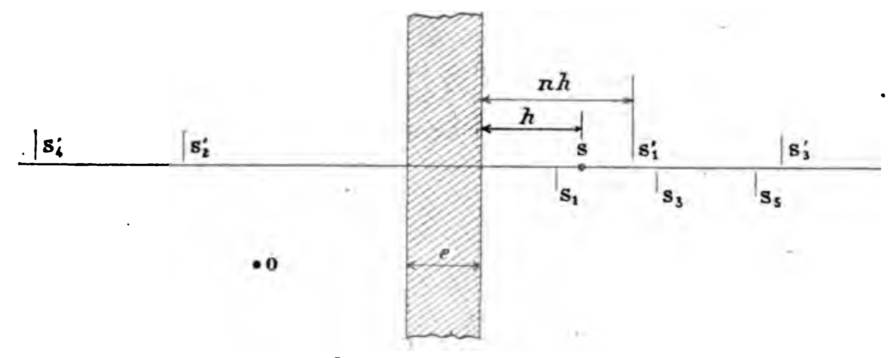
$$\Delta = h + \frac{2pe}{n}.$$

L'œil placé en O *près de la normale issue du point lumineux*, voit donc une série d'images. Les deux premières sont à peu près de même intensité, égale à la fraction $[(n-1):(n+1)]^2$ de celle de la lumière incidente. A partir de la seconde, les intensités forment une progression géométrique dont la raison est voisine de $[(n-1):(n+1)]^4$. Pour que plus de trois images soient visibles, il faut employer comme source un fragment de filament de lampe à incandescence placé normalement au plan de la figure.

Si on écarte l'œil latéralement, les images restent visibles et paraissent naturellement plus écartées; mais comme les caustiques interviennent, leur loi de distribution n'est plus aussi simple.

2°. — IMAGES PAR TRANSMISSION (fig. 64).

Par réfraction sur 2, le point lumineux S donne l'image S'_1 à la distance *nh*. A partir de là nous retombons sur le problème des miroirs parallèles (§ 15); d'où la série des images S'_2, S'_3, S'_4,... qui sont



Images par transmission

Fig. 64.

dans le verre. Seules les images S'_2, S'_3,... vont nous servir : leur équidistance est $2e$. Par réfraction à travers 1, elles donnent des images S_1, S_3, S_5,... dont les distances à la face 1 sont n fois plus petites. Les premières distances étant $nh + (2p-1)e$, les secondes sont :

$$\Delta = h + \frac{(2p-1)\,e}{n}.$$

Les images des deux séries forment donc, à partir de l'image S_0 par réflexion, une série unique d'équidistance $e:n$.

Les intensités de ces images forment une progression géométrique dont la raison est encore

$$[(n-1):(n+1)]^4.$$

Pour $n=1{,}5$, la valeur de cette raison est voisine de $1:600$.

3°. — AUTRE MÉTHODE.

Soit O l'œil (fig. 65). Cherchons la condition pour qu'un rayon parti de S parvienne dans l'œil après avoir traversé $2p$ fois la lame. La condition est

$$(h+H)\,\mathrm{tg}\,i + 2pe\,\mathrm{tg}\,r = D.$$

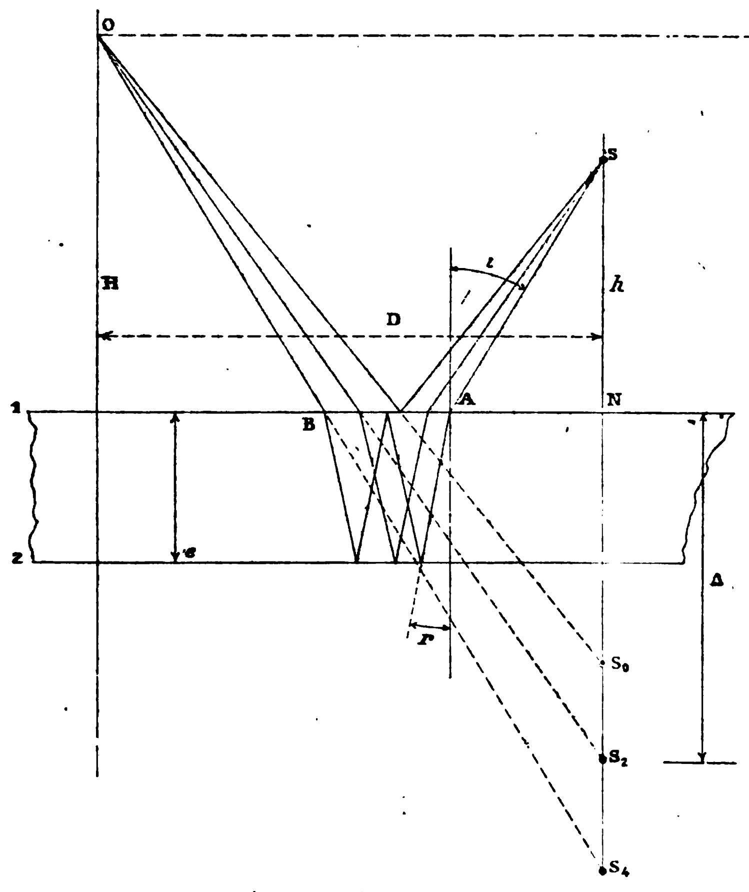


Fig. 65.

Cherchons à quelle distance Δ de la face 1 le rayon émergent coupe la normale SN. On a :

$$\Delta + h = D\,\mathrm{cotg}\,i = h + H + 2pe\frac{\mathrm{tg}\,r}{\mathrm{tg}\,i},$$

$$\Delta = h + 2pe\frac{\mathrm{tg}\,r}{\mathrm{tg}\,i} = h + \frac{2pe}{n},$$

si l'angle i est assez petit. C'est la loi trouvée ci-dessus.

Même raisonnement pour les images par transmission.

Le rayon traverse alors $2p-1$ fois la lame. La condition devient :

$$(h+H)\,\mathrm{tg}\,i + (2p-1)\,e\,\mathrm{tg}\,r = D.$$

D'où :
$$\Delta = h + \frac{(2p-1)e}{n}.$$

Cette méthode de calcul, qui est plus rapide, est cependant inférieure à l'autre, qui peut se généraliser par remplacement de l'image ponctuelle par la caustique.

Prisme[1].

Un *prisme* est un dièdre rempli d'une matière transparente. Une *section principale* est un plan normal à l'arête. Rien ne suppose que l'arête existe en réalité : le prisme peut être réduit à un fragment quelconque.

43. Marche d'un rayon dans la section principale.

Prenons la section principale comme tableau. Posons que la matière du prisme est plus réfringente que le milieu ambiant; n est (*pour la radiation considérée*) le rapport de l'indice du prisme à celui du milieu.

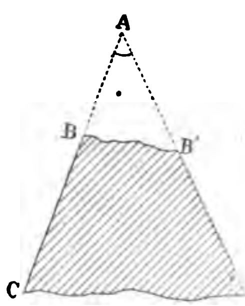


Fig. 66.

BC est le rayon incident, i l'angle d'incidence.

Quel que soit i, le réfracté CC′ existe puisque $n>1$. Il est dans la section principale en vertu de la première loi de Descartes. On a :

$$\sin i = n \sin r.$$

Le rayon CC′ touche la seconde face du prisme en C′; il fait avec la normale un angle r'.

Si cet angle est inférieur à l'angle limite L, il y a réfraction.

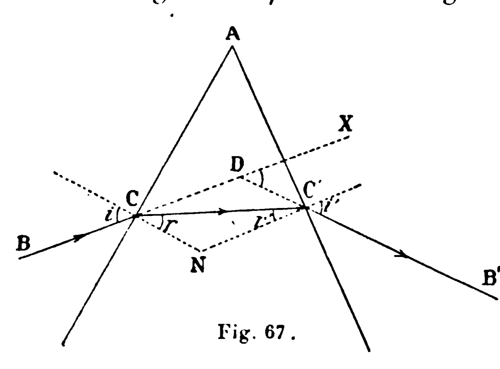


Fig. 67.

Le réfracté C′B′ est encore dans le tableau.

L'angle d'émergence i' est donné par la formule :

$$\sin i' = n \sin r'.$$

Si *r' est supérieur à l'angle limite,* il y a réflexion totale en C′ : le rayon incident ne traverse pas le prisme.

2°. — Calcul de la déviation.

On appelle *déviation* l'angle de l'émergent avec l'incident.

Parcourons le rayon suivant BCC′B′. En C, il subit la déviation $i-r$; en C′, il subit la déviation de même sens $i'-r'$. D'où :

$$D = i + i' - (r + r').$$

1. L'appendice contient des expériences intéressantes sur les prismes.

Or : $r+r'=A$; d'où : $D=i+i'-A$.

La théorie du prisme (*pour les rayons dans la section principale*) est contenue dans les formules :

$$\sin i = n \sin r, \qquad \sin i' = n \sin r';$$
$$r+r'=A, \qquad D=i+i'-A.$$

Donnons i : la première fournit r, la troisième r', la seconde i', enfin la quatrième donne la déviation D.

44. Discussion de la formule.

1°. — Pour fixer les idées, voici les déviations pour un prisme d'angle $A=60°$, et d'indice $n=1,6$.

Les résultats sont représentés par la figure 68.

i	r	r'	i'	D
90°	38° 41′	21° 19′	35° 38′	65° 38′
85	38° 28′	21° 32′	35° 56′	60° 56′
80	38° 2′	21° 58′	36° 44′	56° 44′
75	37° 10′	22° 50′	38° 23′	53° 23′
65	34° 19′	25° 41′	43° 53′	48° 52′
53 10′	30°	30°	53° 10′	46° 20′

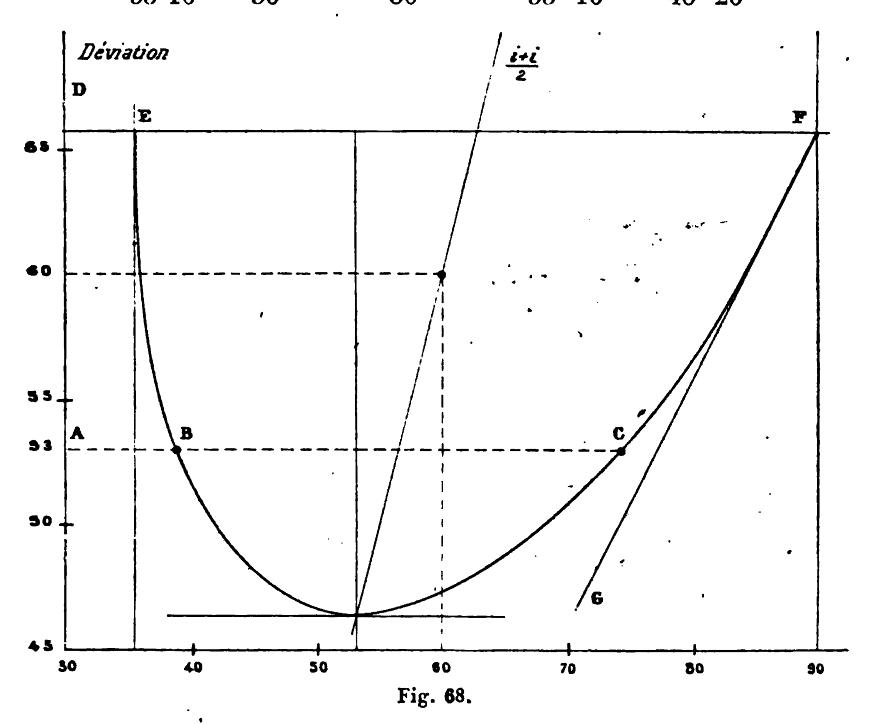


Fig. 68.

Les équations étant symétriques en i et i', le tableau fournit deux fois plus de points qu'il ne semble; on prendra pour i les valeurs de i', et inversement.

Par exemple, la même déviation $D=53°$ est fournie par les deux systèmes :

$$i=\overline{AB},\ i'=\overline{AC}; \qquad i=\overline{AC},\ i'=\overline{AB}.$$

Différentions les équations; on trouve :

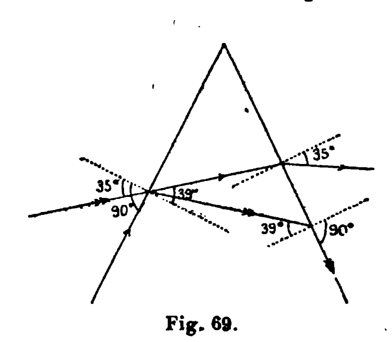


Fig. 69.

$$\cos i.di=n \cos r.dr,$$
$$\cos i'.di'=n \cos r'.dr';$$
$$dD=di+di', \qquad dr+dr'=0.$$

Pour $i=90°$, $dr=0$.
Par suite dr' et di' sont nuls.

On a donc : $dD=di$,

équation qui donne la pente de la tangente FG.

Pour $i'=90°$, $dr'=0$.
Par suite dr et di sont nuls.

On a donc : $dD=di'$, par suite $dD:di=\infty$.

La tangente au point E est verticale.

La courbe admet une droite comme diamètre des cordes horizontales. On a en effet :

$$D=2\left(\frac{i+i'}{2}\right)-A=2x-A.$$

Par exemple pour $D=60$, on a $x=60$.

2°. — Minimum de déviation.

La déviation redevenant la même pour deux incidences, i et i' intervenant symétriquement, le minimum a lieu pour :

$$i=i', \qquad r=r'=A:2.$$

On a alors : $D=2i-A$, $\quad i=(A+D):2$

D'où : $$\sin\frac{A+D}{2}=n\sin\frac{A}{2}, \qquad (1)$$

formule qui donne n quand on connaît A et D.

On trouve aisément :

$$\sin\frac{D}{2}=\sin\frac{A}{2}\left[n\cos\frac{A}{2}-\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}\right] \qquad (1)$$

Pour A très petit, on retrouve bien la formule connue :

$$D=A\,(n-1).$$

Pour vérifier grossièrement l'existence du minimum de déviation, on envoie sur le prisme un faisceau cylindrique; on reçoit le faisceau émergent sur un écran où il produit une tache lumineuse O' (fig. 70). Si le prisme n'existait pas, la tache serait en O. Quand, à partir de l'incidence rasante, on tourne le prisme autour d'un axe parallèle à son arête, la tache O' se rapproche d'abord de O : la dé-

viation diminue. La tache O′ parvient en O_1, *semble s'arrêter,* puis s'éloigne de O. La déviation augmente alors; elle était minima lorsque la tache était en O_1.

Nous trouverons au § 47 une vérification précise des formules.

Il est intéressant de calculer pour un prisme donné (angle A donné) comment varie D quand n varie.

Il suffit de différentier la formule (1), on trouve immédiatement :

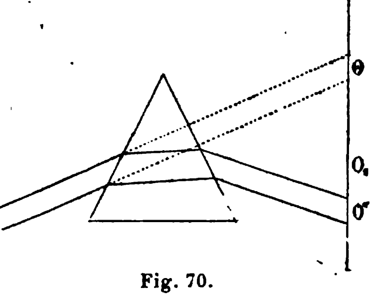


Fig. 70.

$$dD = 2dn : \sqrt{\text{cosec}^2 \frac{A}{2} - n^2}; \qquad (2)$$

formule très utile dans la théorie des spectroscopes (Voir mon Cours *Construction...*).

45. Construction géométrique.

Pour construire l'émergent conjugué de l'incident OA_1, on applique deux fois la construction du § 35. Par un point O on mène les droites XX, YY, parallèles aux faces du prisme; avec le point O comme centre, on trace les circonférences de rayons 1 et n.

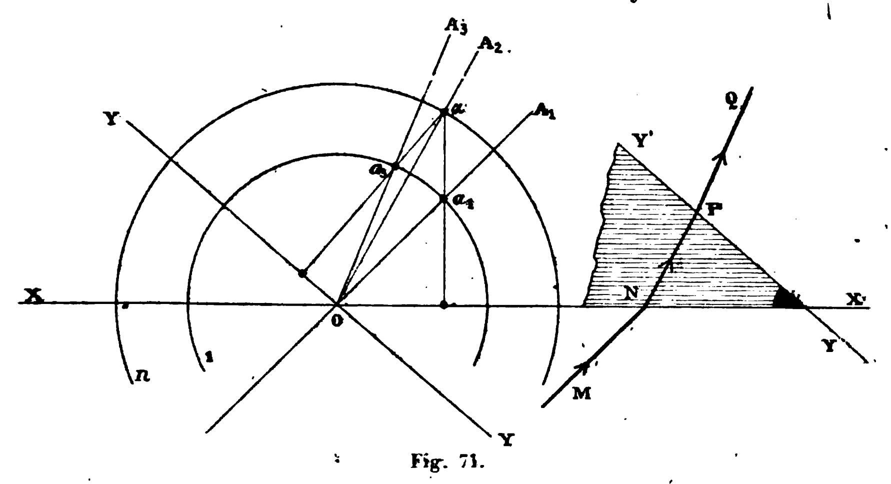


Fig. 71.

Le rayon OA_2 est conjugué de l'incident OA_1; la droite αa_1 est normale à XX.

Du point α on abaisse une perpendiculaire sur YY; on détermine ainsi le point a_3 et l'émergent OA_3.

Menant des parallèles aux droites OA_1, OA_2, OA_3, on construit le rayon MNPQ par exemple.

On généralise la construction pour trois milieux d'indices n_1, n_2, n_3, c'est-à-dire pour un prisme baigné par des milieux différents. On trace alors trois circonférences de rayons n_1, n_2, n_3. La construction est la même, avec dédoublement de la circonférence 1 de la figure 71.

46. Condition pour qu'un rayon traverse le prisme.

Sur la face AD du prisme, un rayon tombe en B sous une incidence presque rasante ; son conjugué dans le prisme est BC. On a $r = L$.

Faisons varier l'angle A du prisme à partir de zéro (fig. 72).

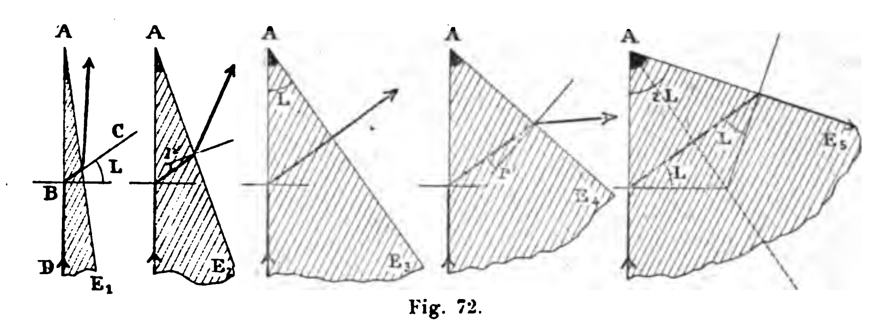


Fig. 72.

Pour $A = 0$, le prisme se réduit à une lame planparallèle ; l'émergent sort rasant vers le haut. L'angle r' doit être compté négativement ; on a : $A = r + r' = 0, \quad r' = -r.$

A mesure que A croît, l'angle r' diminue en valeur absolue.

Quand la seconde face est en E_3, $r = 0$, $A = L$.

L'angle continuant à croître, r' croît.

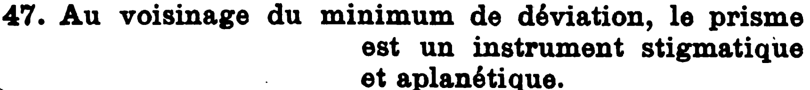
Enfin quand $A = 2L$, $r' = L$: *aucun rayon ne peut traverser le prisme quand l'angle* A *du prisme est supérieur au double de l'angle limite.*

En effet, l'hypothèse d'un rayon incident rasant est la plus favorable à l'émergence : diminuer l'angle i, c'est diminuer r, par suite augmenter r'.

Du tableau du § 35 résulte donc que pour un prisme de flint d'indice moyen 1,66, l'angle A doit rester inférieur à $2 \times 37 = 74°$.

En le prenant de 60°, on est donc assez près de la limite.

Le lecteur ne s'étonnera donc pas que tous nos calculs portent sur cet angle.



47. Au voisinage du minimum de déviation, le prisme est un instrument stigmatique et aplanétique.

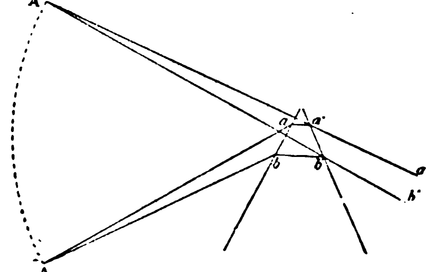


Fig. 73.

1°. — Le théorème particulier fondamental suivant explique une infinité d'expériences intéressantes.

Par rapport au prisme *réduit aux portions voisines de l'arête,* le point lumineux A est placé de manière que les rayons qu'il envoie dans le prisme soient à peu près

au minimum de déviation (à peu près normaux au plan bissecteur du dièdre formé par le prisme).

Je dis qu'*il a pour conjugué le point* A' *placé dans la même section principale, à la même distance de l'arête et sur l'un quelconque des rayons émergents.*

En vertu de l'énoncé même, le théorème n'a de sens que si le pinceau des rayons utilisés occupe sur le prisme, au voisinage de l'arête, une aire dont les dimensions sont négligeables par rapport à la distance $\overline{Aa}$ ou $\overline{Ab}$. On a par exemple, $\overline{Aa}=50$ cm., $\overline{ab}=1$ cm.

Démontrons le théorème.

Au voisinage du minimum de déviation, la déviation est quasi constante. Quand l'incident tourne d'un certain angle, l'émergent tourne d'un angle égal. Conséquemment on a :

$$aAb=a'A'b'.$$

Le rayon qui est exactement au minimum fait des angles égaux avec les faces du prisme. Très sensiblement on a donc :

$$\overline{ab}=\overline{a'b'}, \quad \overline{baA}=\overline{ba'a''}.$$

D'où résulte immédiatement :

$$\overline{Aa}=\overline{A'a'}.$$

2°. — Vision a travers un prisme.

Plaçons l'œil contre l'arête du prisme; à travers lui regardons un quadrillage formé de traits noirs tracés sur du papier blanc et éclairé avec de la lumière sensiblement monochromatique. *En orientant convenablement le prisme,* il est possible de voir le quadrillage *sans déformation,* simplement dévié, absolument comme s'il avait tourné d'un certain angle autour de l'arête du prisme.

A partir de cette orientation du prisme, toute rotation, dans un sens ou dans l'autre autour de l'arête, diminue la netteté de l'image et change les angles apparents du quadrillage.

L'expérience ne réussit pas en lumière blanche à cause de la dispersion. On la réussit avec un éclairage blanc, mais avec un quadrillage tracé sur du papier de couleur convenablement choisi.

3°. — Projection a travers un prisme.

En vertu du principe du retour des rayons, un faisceau $a''A'b''$ incident (objet virtuel) est transformé en un faisceau émergent aAb (image réelle).

En se servant d'une lentille pour obtenir le faisceau convergent, on vérifiera immédiatement la possibilité d'avoir une image réelle parfaitement nette A, à la même distance de l'arête que l'objet virtuel initial A'. On vérifiera qu'à partir de cette orientation du prisme, toute rotation entraîne une augmentation de l'angle $A'aA$: elle correspondait donc au minimum de déviation.

48. Prisme de petit angle. Incidences quasi normales.

1°. — Si l'angle du prisme est petit et *si les rayons sont* [illegible]

normaux aux faces (c'est-à-dire si l'on est près du minimum de déviation), l'expression de la déviation se simplifie. On a :

$$i = nr, \quad i' = nr'; \quad D = i + i' - (r + r') = (n - 1)(r + r'),$$
$$D = (n - 1)\,A.$$

La déviation est indépendante de l'angle d'incidence.

Le théorème revient simplement à constater que la propriété du minimum s'étend sur un intervalle angulaire plus grand pour les prismes de petits angles.

Calculons le déplacement produit par un prisme de 1° sur un objet vu à un mètre.

1° à un mètre vaut 17,45 mm.; autrement dit, 1° vaut 0,01745 radian.

Le déplacement cherché est donc :

$$\delta = 17{,}45\,(n - 1) \text{ millimètres.}$$

Pour le crown ordinaire d'indice 1,53 (glace blanche de Saint-Gobain), on a : $\delta = 9{,}25$ millimètres.

On a proposé comme unité la *dioptrie prismatique* représentée par un prisme qui déplace d'un centimètre un objet situé à un mètre; il en donne une image virtuelle distante de 1 cm. de l'objet.

2°. — Soit n_1 l'indice du milieu ambiant, n_2 celui du prisme. Recommençons le calcul effectué ci-dessus.

$$n_1 i = n_2 r, \quad n_1 i' = n_2 r'; \quad D = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right) A.$$

Nous étions bien sûrs de trouver $n_2 - n_1$ en facteur, puisque la déviation s'annule quand $n_2 = n_1$.

Le calcul fait apparaître l'indice relatif $n_2 : n_1$; ce qui est conforme à nos définitions générales, puisque nous avons toujours le droit d'appeler 1 l'indice du milieu extérieur.

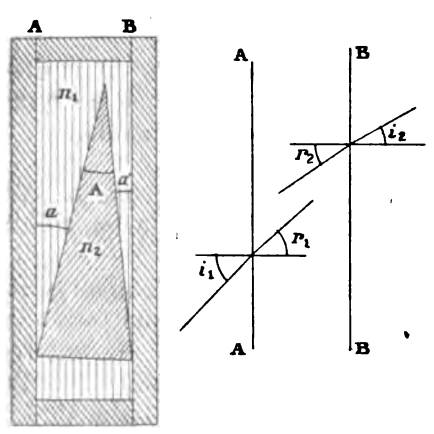


Fig. 74.

Nous allons trouver une curieuse application de cette formule.

3°. — On installe un prisme de petit angle A et d'indice n_2 dans une cuve à faces parallèles pleine d'un liquide d'indice n_1.

On demande la déviation.

Le système est assimilable à trois prismes : un prisme d'angle A et d'indice n_2; deux prismes d'angles a et a', d'indice n_1 et tournés en sens contraire du premier. Comme la déviation est indépendante de l'incidence, comme nous pouvons toujours supposer les prismes séparés par une mince couche d'air à faces parallèles, la déviation

est la différence des déviations dues séparément aux prismes d'indices n_1 et n_2, et calculées par la formule précédente :

$$D=(n_2-1)A-(n_1-1)(a+a')=(n_2-n_1)A.$$

Ce résultat semble en contradiction avec la formule du 2°; l'indice n_1 a disparu du dénominateur. Le paradoxe est facile à éclaircir.

Soit i_1 l'angle d'incidence sur la première face AA du liquide; soit i_2 l'angle d'émergence à travers les faces BB. On a évidemment :

$$D=i_1-i_2.$$

Les angles r_1 et r_2 qui correspondent à i_1 et à i_2, sont donnés par les équations : $i_1=n_1r_1, \quad i_2=n_1r_2.$

La déviation par *le prisme à l'intérieur du liquide* fournit l'équation : $D'=r_1-r_2=(i_1-i_2):n_1.$

D'où : $D=n_1 D'=(n_2-n_1)A,$

qui est la formule ci-dessus trouvée.

49. Prismes de petits angles. Grandes incidences.

1°. — Au voisinage du minimum, la déviation :

$$D=(n-1)A,$$

ne dépend pas de l'incidence. Mais, pour de grandes incidences, la déviation augmente beaucoup, pour petit que soit A.

Par exemple, posons :

$$n=1{,}53 \qquad A=1°, \qquad D=31'48''.$$

Pour l'incidence rasante, on a (fig. 72, 1) :

$$i=90°, \qquad r=40°\,51';$$
$$r'=r-A=39°\,51', \qquad i'=78°\,49'.$$

La déviation est :

$$D=(i-i')-A=10°\,21',$$

vingt fois plus grande que pour les incidences quasi normales.

2°. — On vérifie les formules, en projetant une fente éclairée sur une règle et en interposant un prisme de petit angle à une distance connue d de la règle. Pour de petits angles et au voisinage des incidences normales, la déviation linéaire de l'image est :

$$\delta=Dd=Ad(n-1)=0{,}01745\,(n-1)\,Ad,$$

si A est exprimé en degrés; δ et d sont exprimées avec les mêmes unités linéaires quelconques.

Pour utiliser l'œil, on le place *à côté de la base du prisme*. On voit alors *simultanément* l'objet et son image; ils sont éloignés de la distance linéaire $\delta=Dd$.

Dans ces expériences on obtient des images nettes en vertu du § 47, parce qu'on utilise le prisme au voisinage du minimum de déviation.

On peut faire l'expérience en plaçant l'œil à côté de l'arête du prisme; mais une figure montrera qu'en raison des dimensions restreintes de la pupille, l'expérience ne réussit que si l'œil est tout contre le prisme. De toute manière, il sera bon de roder la base ou l'arête de manière à utiliser une portion de prisme parfaitement nette.

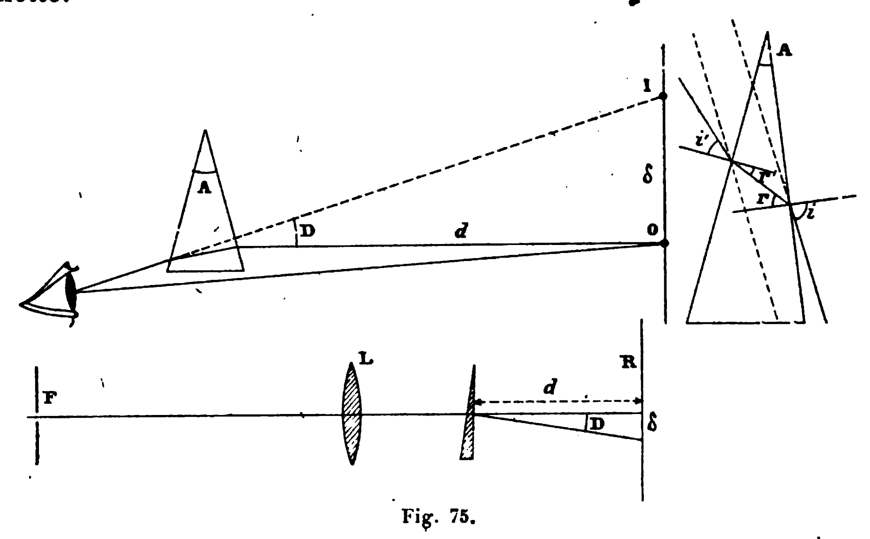


Fig. 75.

3°. — L'industrie fournit des verres prismatiques de 1 à 10°, pour quelques francs *la dizaine de paires*. Il est donc facile de réaliser les expériences. Les grandes faces ont ordinairement 4×4 cm. Pour avoir deux prismes *exactement* de même angle, on en coupe un d'un trait de diamant.

Les verres prismatiques sont utilisés en Oculistique pour corriger le *strabisme* (louchage). Ils sont parfois associés à une lentille : alors une seule de leurs faces est plane : l'autre est sphérique.

Réfractions inclinées. — Applications aux phénomènes atmosphériques[1].

50. Réfraction à travers un prisme hors de la section principale.

1°. — Corollaire de la loi de Descartes.

Soit SO un incident, NO la normale à la surface réfringente, $\Sigma O \Sigma'$ le réfracté. Soient 1 et n les indices des milieux en présence. On a :

$$\sin NOS = n \sin NO\Sigma.$$

Représentons les directions sur une sphère de centre O.

Les trois points N, S, Σ sont un arc de grand cercle. On a :

$$\sin NS = n \sin N\Sigma. \qquad (1)$$

1. A passer dans une première lecture.

Par le point N menons un grand cercle quelconque NN′ de pôle I. Projetons les points Σ et S en σ et *s* sur ce grand cercle.

Dans les triangles sphériques rectangles on a (*Math. gén.*) :

$$\sin \Sigma\sigma = \sin N\sigma . \sin \alpha, \qquad \sin Ss = \sin Ns . \sin \alpha.$$

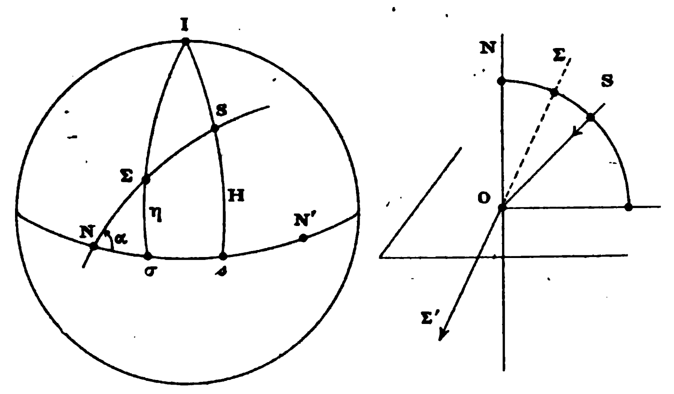


Fig. 76.

D'où, en vertu de (1) :

$$\sin Ss = n \sin \Sigma\sigma, \qquad \sin H = n \sin \eta.$$

Les angles H *et* η *que font l'incident et le réfracté avec un plan quelconque mené par la normale satisfont à la loi de Descartes.*

2°. — Réfraction inclinée par les deux faces d'un prisme.

Considérons ON′ comme la normale à la seconde face d'un prisme. Le plan NN′ est donc la section principale du prisme; la droite OI est l'arête du prisme.

Cherchons la direction de l'émergent, représentée par le point S′.

Appliquons le théorème précédemment démontré. On a (fig. 77) :

$$\sin S's' = n \sin \Sigma\sigma = \sin Ss,$$
$$\overline{S's'} = \overline{Ss} = H.$$

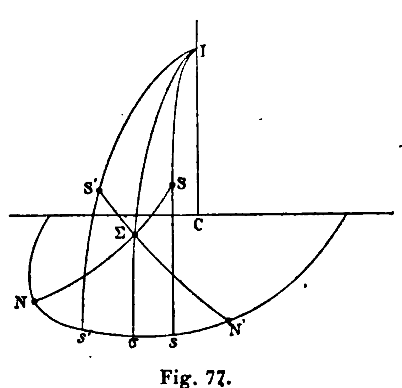


Fig. 77.

L'incident et l'émergent font le même angle avec la section principale du prisme.

3°. — Reprenons la figure 76.

Les triangles rectangles donnent :

$$\sin Ns . \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} H, \qquad \sin N\sigma . \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \eta;$$

$$\frac{\sin Ns}{\sin N\sigma} = \frac{\operatorname{tg} H}{\operatorname{tg} \eta} = n'.$$

Éliminons η au moyen de l'équation :

$$\sin H = n \sin \eta.$$

On trouve immédiatement :

$$n' = \sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\,\mathrm{tg}^2 H} = \sqrt{1 + (n^2 - 1)\,\mathrm{séc}^2 H}.$$

Cette équation contient le théorème fondamental de Bravais : *Les projections des rayons sur la section principale du prisme satisfont à la loi de Descartes, à la condition d'utiliser un indice n', plus grand que n, et dont la valeur dépend de l'obliquité* H *d'incidence ou d'émergence, que nous savons égales.*

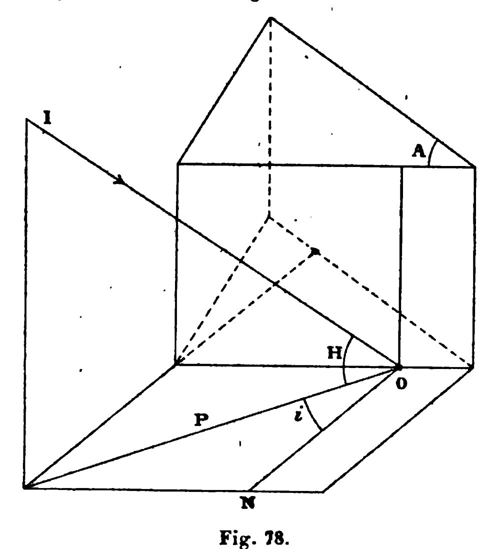


Fig. 78.

4°. — Ces règles très simples déterminent complètement la direction de l'émergent (fig. 78). En effet, connaissant l'incident I, nous connaissons sa projection P sur la section principale du prisme, par suite nous connaissons l'angle H et l'indice n' à utiliser.

Nous connaissons aussi l'angle i de cette projection.

Avec cet angle i et l'indice n', nous calculons de proche en proche les angles r, r' et i' par les formules ordinaires du prisme :

$$\sin i = n \sin r, \qquad r + r' = \mathrm{A}, \qquad \sin i' = n \sin r'$$

Nous avons ainsi le rayon auxiliaire émergent P′ conjugué de P, à partir duquel il est facile de calculer l'émergent E, puisque l'angle H est le même à l'incidence et à l'émergence.

51. Déviations.

1°. — Le lecteur se reportera à la figure 79. La section principale du prisme est supposée parallèle au plan IMKO.

Les directions initiale et finale du rayon sont A′O et OB′; leurs projections sur la section principale sont AO et OB. La déviation du rayon est l'angle $D' = a'OB'$ que font les directions initiale et finale; la déviation du rayon projeté est $D = aOB$.

Nous savons que les angles A′OA et BOB′ sont égaux (angle H). Dans les triangles sphériques rectangles égaux qui ont le sommet commun M, on a :

$$\cos\frac{\pi - D'}{2} = \cos\frac{\pi - D}{2}.\cos H, \quad \sin\frac{D'}{2} = \sin\frac{D}{2}.\cos H. \qquad (2)$$

D'où la conclusion : *la déviation du rayon qui n'est pas dans la section principale, est plus petite que celle de sa projection sur cette section.*

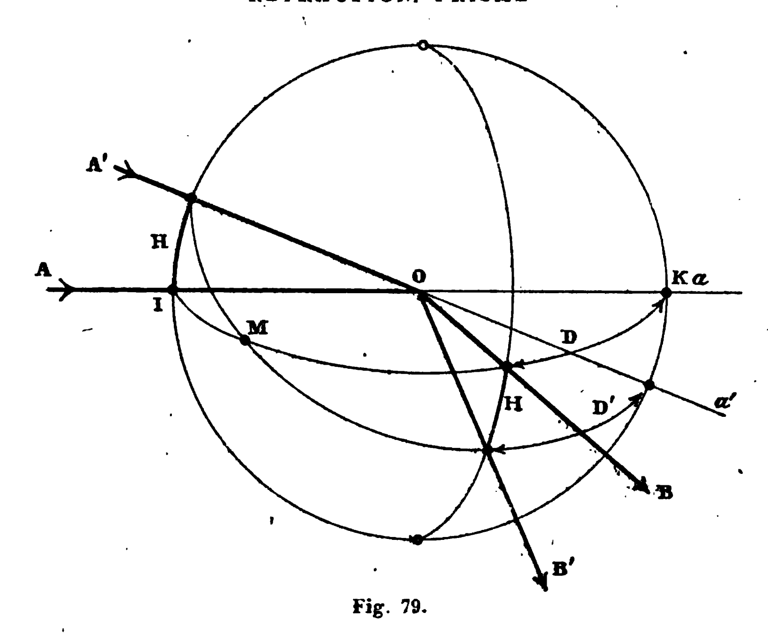


Fig. 79.

2°. — MINIMUM DE DÉVIATION.

Quand le rayon est dans la section principale, le minimum de déviation D est donné par la formule (§ 44) :

$$\sin \frac{A+D}{2} = n \sin \frac{A}{2}.$$

Dans le cas d'une incidence oblique et pour un angle H donné, il existe un minimum de déviation de la projection P. En vertu de la formule (2) il existe donc un minimum de déviation pour le rayon lui-même. L'angle de la projection P de l'incident avec la projection P' de l'émergent satisfait à la relation :

$$\sin \frac{A+D}{2} = \sqrt{n^2 + (n^2-1)\,\mathrm{tg}^2 H}.\ \sin \frac{A}{2}. \qquad (3)$$

On écrit encore cette formule :

$$\cos H.\ \sin \frac{A+D}{2} = \sqrt{n^2 - \sin^2 H}.\ \sin \frac{A}{2},$$

$$\cos H.\ \sin \frac{A+D}{2} = n \sin \eta.\ \sin \frac{A}{2}.$$

Rapprochons la formule (3) de la formule (2) du § 44. Cherchons la variation du minimum de déviation pour des angles H petits.

Utilisant une formule qui est établie au paragraphe suivant, on trouve immédiatement :

$$D = D_0 + \frac{n^2-1}{n} H^2 : \sqrt{\mathrm{coséc}^2 \frac{A}{2} - n^2}.$$

Cette formule est donnée par Bravais, il est vrai, comme conséquence d'une page de calculs.

Résolvons la formule (3) par rapport à sin (D:2). Utilisons la formule (2). Après des réductions faciles, il vient pour le minimum de déviation :

$$\sin\frac{D'}{2}=\sin\frac{A}{2}\left[\cos\frac{A}{2}\sqrt{n^2-\sin^2 H}\right.$$
$$\left.-\sqrt{\cos^2\frac{A}{2}(n^2-\sin^2 H)-(n^2-1)}\right].$$

Cette formule redonne bien la formule (1) du § 44 quand on y fait $H=0$.

Elle lève un doute.

La formule (2) nous apprend que la déviation du rayon qui n'est pas dans la section principale, est *plus petite* que celle de sa projection sur cette section. D'autre part, le minimum de déviation de la projection se calcule avec un indice fictif *plus grand* que l'indice réel. Nous ne savons donc pas *a priori* si la déviation croît ou décroît quand H augmente. La formule précédente montre que D′ croît quand H augmente :

$$dD' : dH > 0.$$

D'où la proposition : *le minimum de déviation dans la section principale est le minimum minimorum.*

3°. — Pour fixer les idées, appliquons la formule (3) à l'hypothèse :

$$A=60°,\qquad n=1{,}65.$$

La déviation minima dans la section principale est :

$$H=0,\qquad D=D'=51°\ 12'.$$

La valeur maxima de la déviation de la projection du rayon sur la section principale ne peut évidemment pas dépasser 120°, qui est le supplément de l'angle de prisme; les rayons incident et émergent et leurs projections sont alors rasants. La hauteur H correspondante est fournie par la relation :

$$\sin\frac{A+D}{2}=1,\qquad \sin\frac{A}{2}=\frac{1}{2},\qquad n^2+(n^2-1)\ \mathrm{tg}^2 H=4.$$

On tire de là : H=41° 17′. C'est le maximum admissible de l'inclinaison pour qu'il y ait minimum de déviation. A cette valeur D correspond la valeur D′ de la déviation du rayon réel donné par la formule :

$$\sin\frac{D'}{2}=\sin\frac{D}{2}.\cos H.$$

On trouve D′=81° 6′.

La figure 80 représente l'allure des résultats. Le lecteur en calculera les points en se donnant les déviations D; la formule (3) fournit

immédiatement les inclinaisons correspondantes H; d'où les déviations D'. Conformément aux résultats énoncés, on a bien D'<D, ce qui n'empêche pas le minimum de D' de correspondre à la section principale.

J'engage vivement le lecteur à se rendre compte des phénomènes.

Reportons-nous à la petite figure 80.

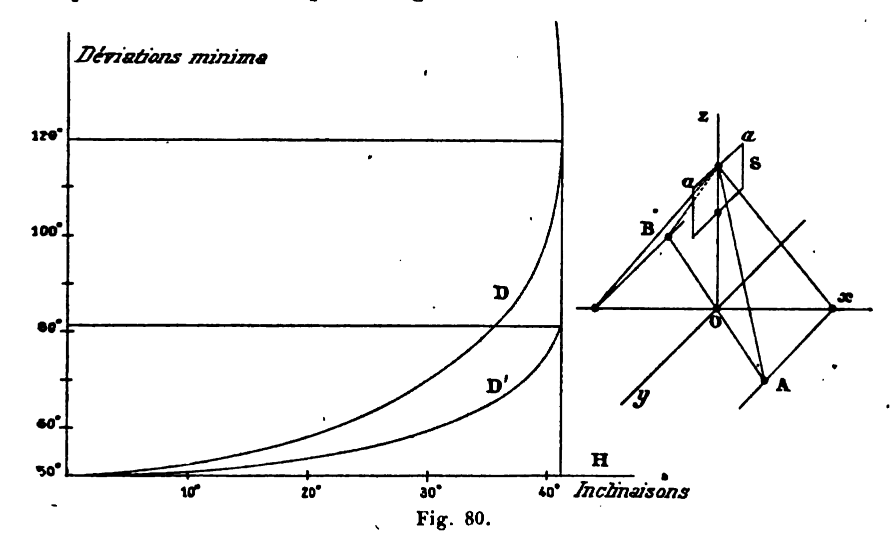


Fig. 80.

Le plan xOz est la section droite du prisme dont l'arête est parallèle à Oy; S est le plan bissecteur du dièdre; A est la position de l'œil, B est celle d'une bougie. L'expérience consiste à déplacer l'œil et la bougie sur des parallèles équidistantes de Oy, jusqu'à ce que l'œil voie la bougie. On trace ainsi dans le plan xOy deux courbes symétriques par rapport au point O : elles correspondent aux déviations minima. Dans le prisme le rayon est horizontal.

52. Vision et projection à travers un prisme.

1°. — A travers le prisme P placé contre l'œil O, on regarde une fine bande B de papier blanc collée sur un fond noir et parallèle à l'arête du prisme, horizontale pour préciser. *Elle paraît courbe.*

La courbure correspond à une déviation, par suite à un indice plus grand pour les extrémités que pour le centre, centre qu'on met dans la section principale passant par l'œil.

En raison de la complexité de la lumière, l'image de la source quasi linéaire est irisée; la largeur du spectre vertical donné par chaque point de la source dépend de la dispersion du verre formant le prisme (§ 141). La flèche de la courbe que donne la bande mince pour chaque couleur est de l'ordre de la hauteur du spectre.

En effet, pour des angles H assez petits, la formule donnant l'indice devient :

$$n' - n = \frac{n^2 - 1}{n} \frac{H^2}{2},$$

comme on le voit immédiatement en remplaçant tg^2 H par H^2, et en extrayant la racine carrée à la même approximation.

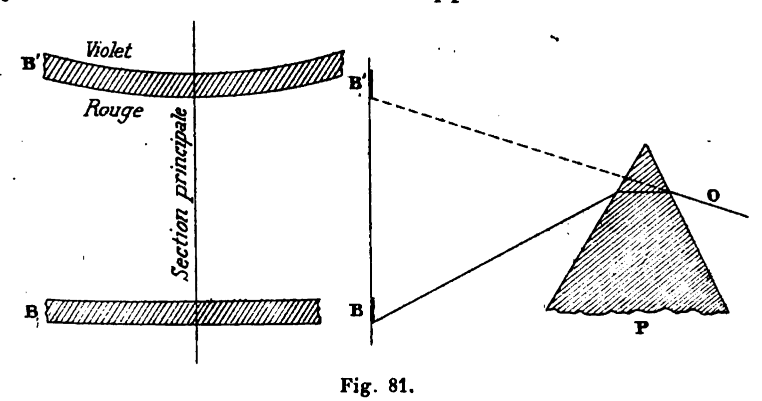


Fig. 81.

Pour $n = 1,63$ et $H = 10° = 0,175$, le terme correctif vaut 0,0156.
Pour $H = 20°$, il vaut $0,0156 \times 4 = 0,0624$.

Le champ de l'œil étant de l'ordre de 40° au total, tout se passe comme si l'indice était pour les extrémités de l'image de 0,06 plus grand que pour le centre.

D'autre part, pour un flint très dispersif, la différence des indices d'un bout à l'autre du spectre visible est, par exemple :

$$1,65 - 1,61 = 0,04,$$

c'est-à-dire du même ordre que la variation ci-dessus calculée.

2°. — L'expérience réussit en projection (fig. 82).

L'image *monochromatique* d'une fente rectiligne est non seulement courbe, mais encore élargie : l'élargissement est plus grand aux extrémités qu'au centre.

Le non-élargissement dans l'expérience précédente tient à ce que les faisceaux utiles sont étroitement diaphragmés par la pupille.

La source linéaire (aussi longue que l'arête du prisme, pour préciser) est placée près du prisme, parallèlement à son arête.

Les faisceaux émergents sont reçus sur une lentille L de suffisante ouverture.

Le point A, extrémité de la source, envoie un rayon $A\alpha'$ dans la section principale correspondante; il envoie en dehors de cette section une série de rayons dont le plus incliné est $A\alpha''$. Les rayons émergents correspondants donnent, à travers la lentille L, une image $A'A''$ qui n'est plus ponctuelle, puisque les rayons qui la forment sont inégalement déviés (les indices correspondants sont différents).

De même pour tous les points de la source.

Mais, si l'inclinaison maxima sur la section principale est H pour le point A, elle n'est que H : 2 pour le point milieu C; la largeur de

l'image C'C" est environ quatre fois moindre que celle de A'A" ou de B'B".

On vérifiera qu'un des bords de l'image est rectiligne, l'autre courbe.

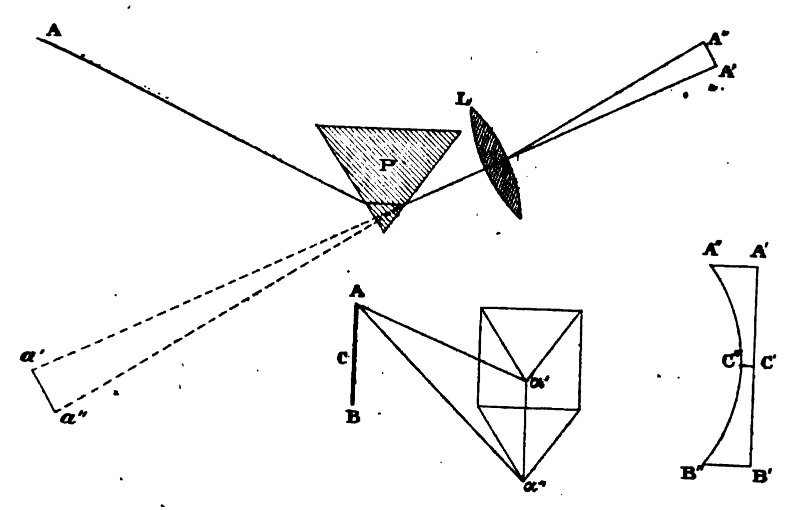


Fig. 82.

3°. — Le phénomène intervient dans les spectroscopes : les raies spectrales ne sont ni absolument nettes ni absolument droites; elles tournent leur concavité du côté du violet; leur milieu est plus net que leurs extrémités. Ces irrégularités disparaissent si le faisceau éclaireur est formé de rayons parallèles à la section principale du prisme : ce qui indique leur origine. Par exemple, quand on éclaire la fente du spectroscope avec la lumière solaire réfléchie par un miroir plan, les raies sont droites et nettes; conséquence du petit angle apparent du soleil (32').

53. Réflexions intérieures sur les faces d'un prisme à base polygonale.

1°. — Supposons d'abord que le rayon incident est dans la section droite du prisme; les rayons réfléchis et émergents y sont aussi.

Numérotons les faces 0, 1, 2,...; soient A_1, A_2, A_3,... les angles qu'elles font les unes avec les autres.

Le rayon tombe sous l'angle i et se réfracte sous l'angle r. Il est dévié de $i-r$. Les réflexions intérieures successives le dévient de :

$$\pi - 2r_1, \quad \pi - 2r_2, \ldots$$

Fig. 83.

Enfin la réfraction d'émergence le dévie de $i'-r'$.

Après p réflexions intérieures, la déviation totale est donc :

$$D = i + i' + p\pi - (r + r' + 2\Sigma r_1) = i + i' + p\pi - \Sigma A_0,$$

en vertu des relations évidentes :

$$r + r_1 = A_1, \quad r_1 + r_2 = A_2, \ldots$$

2°. — Cas particulier.

La section droite du prisme contient trois faces rectangulaires.

Le rayon pénètre suivant Sa, se réfracte suivant ab, se réfléchit deux fois suivant bc et cd. Il émerge enfin par la face d'entrée suivant dS'.

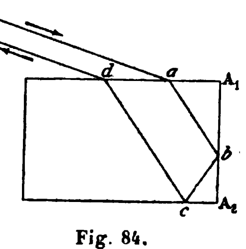
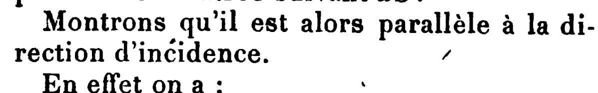


Fig. 84.


Montrons qu'il est alors parallèle à la direction d'incidence.

En effet on a :

$$A_1 = A_2 = \pi : 2, \quad A_3 = 0; \quad \Sigma A_1 = \pi.$$

$$r + r_1 = r_1 + r_2 = \pi : 2, \quad r_2 + r' = 0;$$

d'où : $\quad r + r' = 0, \quad i + i' = 0.$

Il reste pour la déviation :

$$D = i + i' + p\pi - \Sigma A_1 = (p - 1)\,\pi = \pi.$$

3°. — Base polygonale régulière.

La formule générale devient :

$$D = i + i' + p\pi - (p + 1)\,A. \tag{1}$$

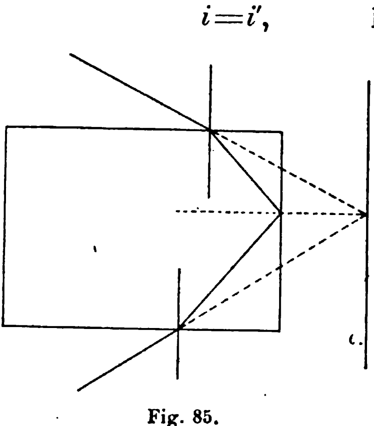
Le lecteur vérifiera sur la figure 83 que les angles r sont égaux *de deux en deux*. D'où deux cas très différents.

Si le nombre des réflexions est pair, on ne peut rien ajouter à la formule (1); il faut calculer i' en fraction de i, ce qui fait intervenir l'indice.

Si le nombre des réflexions est impair, on a :

$$i = i', \qquad D = 2i + p\pi - (p + 1)\,A :$$

la déviation est indépendante de l'indice.


Fig. 85.

Tout se passe comme si le prisme était supprimé et si le rayon se réfléchissait sur la face moyenne; proposition évidente, puisque toutes les directions sont symétriques par rapport à cette face moyenne.

On peut donc utiliser un prisme à base polygonale comme un miroir; il n'y a pas dispersion. Le lecteur n'oubliera pas qu'il s'agit ici de directions : le miroir équivalent ne coïncide pas avec la face moyenne; il lui est seulement parallèle. Sa distance à la face moyenne dépend de l'angle d'incidence (fig. 85).

4°. — Incidences obliques sur la section principale.

Bornons-nous au cas ci-dessus considéré d'une base polygonale régulière et d'un nombre impair de réflexions intérieures.

Le théorème subsiste pour les incidences obliques sur la section droite du prisme.

En effet, prenons les *directions* des rayons deux à deux à partir du point d'incidence sur la face *moyenne*. Nous trouvons exactement d'un côté ce que nous trouvons de l'autre. Les rayons ont deux à deux les mêmes inclinaisons sur la section principale; il en est donc ainsi pour l'incident et l'émergent. Les angles d'incidence et d'émergence sont égaux; il n'y a pas dispersion.

Les rayons incident et émergent forment un plan qui, par raison de symétrie, contient la normale à la face *moyenne;* ils font des angles égaux avec cette normale. Tout se passe donc comme pour un miroir unique *parallèle* à la face moyenne.

Sa distance à cette face dépend de l'angle d'incidence.

54. Réflexion et réfraction d'un faisceau parallèle sur un prisme triangulaire tournant autour d'un axe vertical.

1°. — Montons un prisme triangulaire équilatère P sur un axe vertical; envoyons dessus un faisceau de lumière horizontal issu d'un petit trou T. Plaçons le prisme au centre d'une salle obscure et projetons l'image du trou sur les murs à l'aide d'une lentille L (fig. 86).

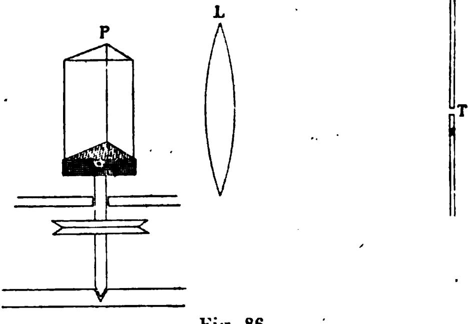


Fig. 86.

a) Une partie de la lumière se réfléchit *extérieurement* sur les faces verticales du prisme : si nous le faisons tourner, l'image décrit un grand cercle horizontal. Pour une rotation assez rapide, la persistance des impressions visuelles nous le montre continu. Il est appelé *cercle parhélique;* on indique par là qu'il passe par la source lumineuse qu'on suppose être le Soleil.

b) Une partie de la lumière se réfracte, se réfléchit, se réfracte une seconde fois. Tout se passe comme pour une réflexion sur un miroir parallèle à l'une des faces du prisme. Les rayons donnent le même cercle parhélique à travers le prisme tournant.

c) Enfin une partie de la lumière se réfracte (sans réflexion intérieure) sur un prisme de 60°. Elle subit une déviation variable avec l'incidence et dont le minimum, pour une matière d'indice 1,31, est égal à 22° environ. Nous verrons plus loin pour quelle raison nous supposons cet indice.

Quand le prisme tourne, la déviation reste comprise entre deux limites : l'une de 22° est la déviation minima; l'autre de 43° 27′ est la

déviation maxima; elle correspond à l'incident ou à l'émergent rasants.

La déviation 22°, étant minima, correspond à une grande intensité : pendant que le prisme tourne d'un angle notable, les rayons émergent suivant une direction invariable. Rien de semblable au voisinage de l'autre limite. D'ailleurs, la déviation minima est plus petite pour le rouge. Quand tourne le prisme (supposé d'indice 1,31), nous observons donc sur le cercle parhélique, de part et d'autre de la

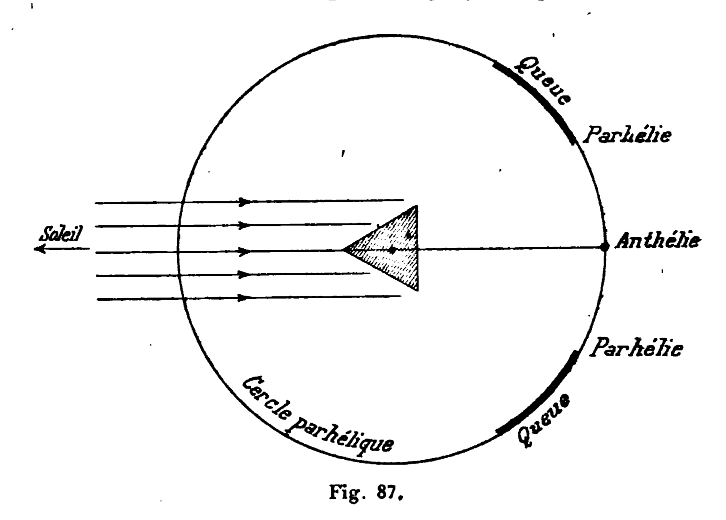


Fig. 87.

direction du faisceau incident, deux traînées lumineuses colorées en rouge du côté le moins dévié. Leur intensité décroît à mesure que la déviation augmente. La partie brillante, la plus voisine du point opposé à la source (anthélie), à 22° de cette source dans l'hypothèse d'un indice 1,31, est le *parhélie proprement dit;* le prolongement lumineux (superposé au cercle parhélique) qui s'étend jusqu'à 43°, mais dont l'intensité diminue très vite, est *la queue du parhélie.*

Un prisme de verre donne les mêmes phénomènes, mais avec des angles différents : les deux limites sont 33° 30′ et 58° pour l'indice 1,52.

2°. — Incidences obliques.

Un faisceau de rayons parallèles provenant du Soleil tombe obliquement sur un prisme d'arête verticale (la section principale est horizontale); faisons tourner le prisme jusqu'au minimum de déviation. Sur un écran éloigné nous obtenons une image colorée que nous appellerons *parhélie.*

Il résulte du § 51 :

a) que le parhélie est au-dessous de la section principale du prisme à la même hauteur que le Soleil. Un spectre horizontal apparaît : les diverses couleurs, caractérisées par des indices n différents, ont des déviations différentes : d'où le spectre.

La hauteur H restant la même pour toutes, le spectre est horizontal.

b) que la distance angulaire D du parhélie au Soleil comptée sur la section principale (distance azimutale par rapport à la section principale considérée comme plan horizontal) est fournie par la relation :

$$\sin\frac{D+A}{2}=\sqrt{n^2+(n^2-1)\,\mathrm{tg}^2\,H}.\sin\frac{A}{2};$$

A est l'angle du prisme; H est la hauteur du Soleil au-dessus de la section principale du prisme.

55. Phénomènes naturels : cercle parhélique, parhélies, colonne.

Supposons en suspension dans l'atmosphère de petits prismes triangulaires de glace d'*arêtes verticales* et orientés dans tous les azimuts. C'est exactement comme si nous faisions tourner uniformément l'un d'eux autour d'une génératrice.

Si le Soleil est voisin de l'horizon, les phénomènes précédents se réalisent, à la différence que nous rapportons les éclairements sur la sphère céleste aux points d'où semblent émaner les rayons, qui entrent dans notre œil, au lieu de les projeter aux points diamétralement opposés; il ne s'agit ici que de directions. Comme l'indice moyen de la glace est 1,31, nous verrons donc, outre un cercle parhélique qui peut faire le tour de l'horizon, des parhélies à 22° du Soleil. Ce sont des images diffuses colorées, avec le rouge en dedans (vers le Soleil); les autres couleurs spectrales sont assez indistinctes; la queue blanche peut être visible sur un arc de 10 à 20° (fig. 88).

Quand le Soleil est au-dessus de l'horizon, il suffit d'un mot pour parfaire la théorie. Les rayons tombent *obliquement* sur les prismes dont les arêtes sont verticales. On vérifie immédiatement que les

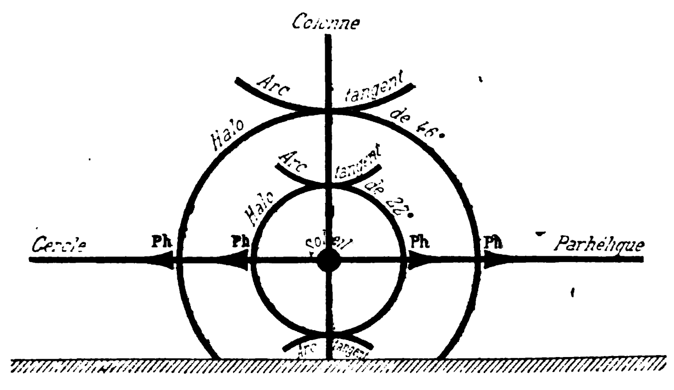


Fig. 88.

rayons réfléchis extérieurement ou une fois intérieurement semblent venir d'un petit cercle passant par le Soleil et admettant le zénith comme pôle. Le cercle parhélique est donc horizontal et passe par le Soleil.

Les parhélies sont encore sur le cercle parhélique, mais à une

distance du Soleil supérieure à 22°. Nous avons démontré que tout se passe comme si l'indice était plus grand qu'il n'est en réalité. Par exemple, pour des hauteurs solaires de 30° et de 60°, on trouve pour déviation minima *comptée sur l'horizon* : 24° 48′ et 44° 37′.

Par la réflexion des rayons solaires sur des facettes planes, perpendiculaires aux arêtes du prisme, on explique la *colonne verticale*, traînée lumineuse blanchâtre, s'étendant au-dessus et au-dessous de l'astre et formant une croix avec le cercle parhélique. On imagine que les prismes subissent, sous l'action du vent, une sorte de balancement, de manière à s'incliner légèrement sur l'horizon, alternativement dans un sens et dans l'autre. Les facettes planes ont pour direction moyenne un plan horizontal, mais elles oscillent autour de cette direction. L'image du Soleil semble donc décrire un plan vertical passant par l'œil.

56. Explication des halos.

On comprend maintenant sans peine l'explication des halos. Considérons un plan passant par l'œil de l'observateur et le Soleil. Plaçons normalement à ce plan, de manière à être coupé par lui, une infinité de petits prismes triangulaires. Pour chaque portion du plan, aucun azimut n'est privilégié. Nous demandons dans quelle direction existe une accumulation de lumière.

Il résulte de l'expérience du § 46 que c'est à 22° du Soleil.

Comme le raisonnement vaut pour un plan quelconque passant par le Soleil et l'œil de l'observateur, on aperçoit autour du Soleil un cercle concentrique, ayant un rayon de 22° indépendant de la hauteur du Soleil, rouge en dedans, bleuâtre en dehors.

C'est le halo de 22°.

La déviation de 22° étant minima, l'intérieur du halo est particulièrement sombre.

On explique de même le halo de 46°. En effet, dans les prismes hexagonaux à bases planes, existent des angles réfringents de 90° compris entre les bases et les faces latérales; pour ceux-ci la déviation minima est voisine de 46°.

On imite les halos en regardant un point lumineux à travers une lame de verre recouverte de petits cristaux d'alun précipité, pour lesquels prédominent les faces du cube, de l'octaèdre et du dodécaèdre rhomboïdal. Les halos observés sont conformes à la théorie.

Pour la parfaire dans le cas des halos naturels, il faut étudier les formes les plus habituelles des cristaux de glace et les positions d'équilibre stable qu'ils prennent en tombant dans l'air.

Je renvoie pour cela à mon Hydrodynamique.

Un grand nombre d'autres phénomènes s'expliquent par des considérations analogues : hypothèses sur la forme des cristaux (toujours dérivés du système hexagonal suivant les lois de la Cristallographie), hypothèses sur leurs orientations. Nous en avons assez dit pour orienter le lecteur dans les mémoires de Bravais.

CHAPITRE IV

LENTILLES MINCES CONSIDÉRÉES COMME DES ASSEMBLAGES DE PRISMES

57. Définition des lentilles.

1°. — Une lentille est un corps transparent homogène limité par deux sphères, ou par une sphère et un plan. La droite qui joint les centres de courbure des faces est l'*axe principal* ou *axe optique* de la lentille ; il est de révolution pour le système.

Suivant les courbures, les lentilles se classent en :

lentilles convergentes (biconvexe, plan-convexe, ménisque convergent) ;

lentilles divergentes (biconcave, plan-concave, ménisque divergent).

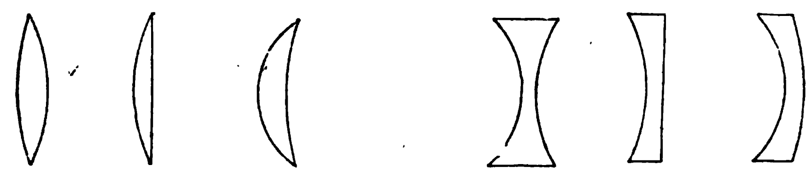


Fig. 89.

Au point de vue de l'Optique géométrique *élémentaire*, les lentilles convergentes ou divergentes sont respectivement caractérisées par un paramètre *unique* qui est leur distance focale principale.

Par exemple, une lentille *biconvexe* jouit *exactement* des mêmes propriétés qu'un *ménisque convergent* de même distance focale.

Nous verrons qu'au point de vue de l'Optique géométrique *supérieure* cette identité n'existe plus : *les aberrations sont très différentes.*

Dans mon Cours sur la *Construction, description et emploi des appareils de mesure et d'observation,* j'étudie la fabrication des verres d'optique ; j'y renvoie le lecteur. Mais il doit savoir qu'on trouve dans le commerce, pour 3 à 4 francs *la dizaine de paires,* des verres de besicles avec lesquels il peut répéter commodément *toutes* les expériences de l'optique. On trouve des verres plus grands pour des prix de l'ordre de cinquante centimes à un franc. On n'a donc aucune excuse à ne pas vérifier par soi-même TOUS les théorèmes. Apprendre l'Optique sans faire les expériences correspondantes es

la caractéristique évidente du crétinisme. Laissons aux mathématiciens de pérorer sur les phénomènes qu'ils n'ont jamais vus : leurs mœurs ne sont pas des exemples pour nous qui devons savoir comment les théorèmes se réalisent.

2°. — Nous commencerons par étudier les *lentilles minces;* nous généraliserons ensuite pour les *lentilles épaisses*. Nous montrerons que, *sous certaines restrictions,* les lentilles minces ou épaisses sont des instruments *stigmatiques,* donnant d'un point lumineux une image ponctuelle, transformant un cône de rayons en un autre cône. En *Optique géométrique supérieure,* nous supprimerons ces restrictions : les lentilles ne sont plus alors des instruments stigmatiques ; il existe des aberrations.

Nous rencontrons ici une remarque du plus haut intérêt.

La théorie des lentilles minces est due à Képler, qui publia sa *Dioptrique* en 1611, *c'est-à-dire avant que la loi de la réfraction ne fût connue*. Comment la chose est-elle possible ?

Tout simplement parce qu'une des restrictions dont nous parlons ci-dessus, est que les angles des rayons avec les surfaces réfringentes restent petits, par exemple inférieurs à 30°.

Dans ces conditions on peut remplacer la loi véritable :

$$\sin i = n \sin r,$$

par la loi approchée : $$i = nr.$$

C'est ce que nous ferons après Képler.

Ce grand savant posait que la déviation $i - r$ subie par un rayon quand il passe de l'air dans le verre, est le tiers de l'angle d'incidence :

$$i - r = \frac{i}{3}, \qquad i = \frac{3r}{2}, \qquad n = 1{,}5.$$

C'était poser que l'indice du verre est égal à trois demis.

Dans toute la théorie des lentilles *minces ou épaisses,* c'est-à-dire dans toute l'*Optique géométrique élémentaire,* on n'utilise rien de plus que la formule de Képler :

$$i = nr.$$

Il faut ne rien savoir de l'Optique ni de son histoire pour traîner dans les calculs la formule *exacte* qui n'intervient jamais. C'est là un exemple caractéristique de la sottise de notre enseignement qui croit malin de fourrer des sinus où ils n'ont que faire, tandis que l'histoire, la logique et le bon sens nous invitent à l'emploi de la formule linéaire plus simple et suffisante.

58. Une lentille est l'équivalent d'un prisme d'angle continument variable.

1°. — Par hypothèse, la lentille est très mince; les rayons lumineux qu'elle reçoit font un très petit angle avec l'axe optique.

De là résulte que les points C et C′ où un rayon traverse les deux faces, sont à peu près confondus ; par suite, ils sont à peu près à la même distance de l'axe OO′.

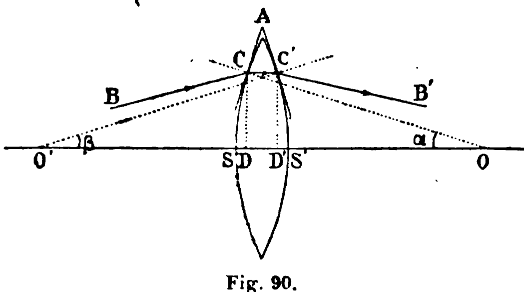


Fig. 90.

Soit d'abord un rayon BCC′B′ dans le plan du tableau, c'est-à-dire rencontrant l'axe de la lentille. Il suit la même marche qu'à travers le prisme A ayant pour faces les plans tangents à la lentille en C et C′. Les normales CO, C′O′, sont en effet les mêmes pour les faces de la lentille ou celles du prisme.

Il s'agit de calculer la déviation D imprimée au rayon par la lentille. Cela revient à calculer l'angle A du prisme équivalent, puisque, en vertu du § 48, la déviation par le prisme est :

$$D = (n - 1) A.$$

On a rigoureusement :

$$A = \alpha + \beta.$$

Assimilons les cordes et les arcs. Appelons h la distance commune des points C et C′ à l'axe optique. Posons :

$$R = \overline{OC}, \qquad R' = \overline{O'C'}.$$

On a très approximativement :

$$\alpha R = \beta R' = h ; \qquad A = h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

L'angle A du prisme équivalent est proportionnel à la distance à l'axe optique des points où le rayon lumineux traverse la lentille.

La déviation que la lentille imprime au rayon est donc :

$$D = (n - 1)\, h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

Pour un ménisque convergent, on trouve de même :

$$D = (n - 1)\, h\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right).$$

2°. — Notre raisonnement suppose que le rayon est dans la section principale du prisme, c'est-à-dire dans le plan du tableau. Mais nous savons que la déviation reste à peu près la même tant que l'angle avec la section principale est petit. En effet l'angle H intervient au carré dans l'expression de l'indice n' (§ 52). Pourvu que le rayon incident fasse un petit angle avec l'axe optique, qu'il rencontre ou non cet axe, les formules ci-dessus démontrées sont donc valables.

Les lentilles et les ménisques dont les bords sont plus minces que le milieu, se comportent comme un assemblage de prismes dont les sommets sont du côté opposé à l'axe et les bases tournées vers cet axe : ils rabattent donc les rayons vers l'axe. Ils sont convergents.

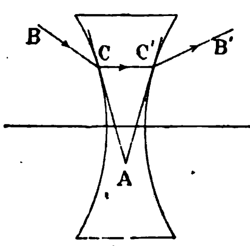


Fig. 91.

Dans les lentilles et les ménisques à bords plus épais que le milieu, les sommets des prismes équivalents sont du côté de l'axe; ils éloignent les rayons de l'axe. Les déviations ont mêmes expressions que pour les lentilles et les ménisques convergents, mais elles sont de sens contraire.

59. Centre optique.

1°. — On appelle *centre optique* le point de rencontre de la lentille avec son axe principal. Cette définition n'a de sens que pour une lentille très mince ; nous la généraliserons au § 92.

Voici un théorème fondamental. *Si la lentille est un instrument stigmatique,* c'est-à-dire transforme un cône de rayons de sommet A en un cône de sommet A′ (nous verrons que c'est le cas sous certaines restrictions), *la droite* AA′ *passe par le centre optique.*

Puisque tous les rayons issus de A et tombant sur la lentille dans l'espace objet, ont pour conjugués dans l'espace image des rayons passant par A′, la proposition précédente se ramène à cette autre : *un rayon passant par le centre optique traverse la lentille sans déviation.*

Sous cette forme le théorème est évident.

En effet, au voisinage du centre optique, la lentille se conduit comme une lame à faces parallèles; on a :

$$A=0, \text{ pour } h=0.$$

Nous savons qu'une telle lame ne dévie pas le rayon ; elle se contente de le déplacer latéralement, mais d'une quantité qui est ici pratiquement nulle, puisque, par hypothèse, la lame est très mince.

2°. — Les propriétés du centre optique permettent de remplacer les *alidades à pinnules* par des *lunettes;* nous nous en sommes déjà servis (§ 8) pour déterminer la droite sur laquelle se trouve un point lumineux.

Cette droite est définie *par un seul point matériel* extérieur à la lentille (croisée des fils réticulaires); le centre optique est le second point nécessaire à la déterminer.

On doit à l'abbé Picard cette remarque capitale et, comme corollaire, la substitution de la lunette à une alidade à pinnules dans les instruments astronomiques destinés à mesurer les distances angulaires (*Mesure de la Terre,* 1669) : « Nonobstant toute l'ouverture du verre, dit-il, on a la même justesse pour pointer que si la pinnule objective n'était qu'un seul petit trou presque indivisible par lequel le point lumineux ne fît passer qu'un rayon. »

Au début de l'emploi des lunettes, habitué qu'on était à des alidades à pinnules qui fixent la direction *au moyen de deux points matériels,* il y avait un quasi-scandale à ce qu'elle le fût par une seule croisée de fils dans le plan focal d'une lentille. Certains astronomes, même de grande valeur, Hévelius entre autres, se refusaient à l'emploi des lunettes, *qui manquaient,* disaient-ils, *de ligne de mire.*

3°. — Le petit appareil suivant, commode dans bien des cas (étude de la scintillation,...), illustre les propriétés du centre optique.

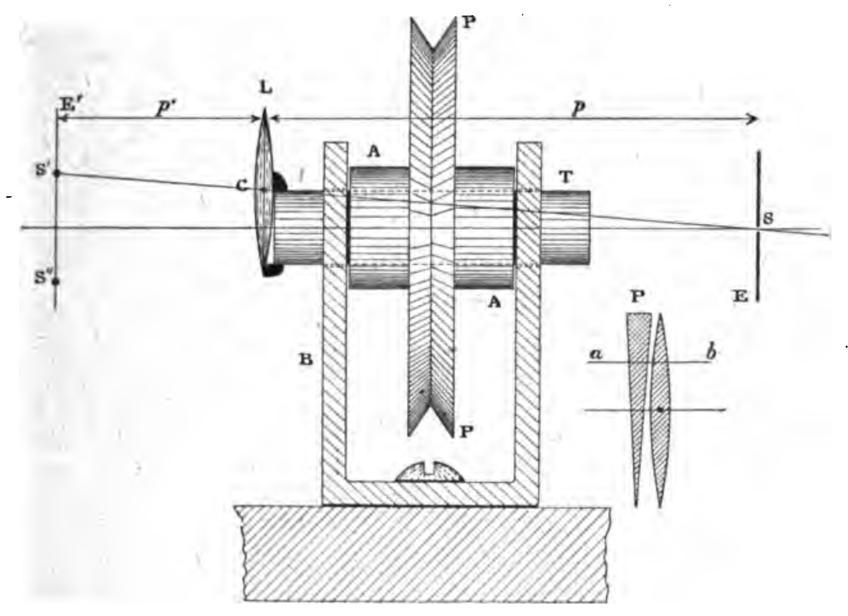


Fig. 92.

Un tube T tourne dans un bâti de laiton BB. Sur lui est enfilé à frottement dur un morceau de bois AA solidaire d'une poulie P. Avec une cordelette, on peut communiquer au tube T un mouvement de rotation.

Avec un peu de cire molle, sur une des extrémités du tube collons une lentille L *excentrée :* son axe optique est parallèle à l'axe du tube, mais ne coïncide pas avec lui.

Soit d leur distance : elle mesure le décentrement (§ 77).

Prenons comme source lumineuse un trou S percé dans un écran E. En le plaçant assez loin de la lentille (à peu près sur l'axe du tube T), nous obtenons une image S′ sur l'écran E′.

Faisons alors tourner le tube T et la lentille : l'image S′ décrit sur l'écran un cercle de rayon

$$R = d\,(p' + p) : p;$$

p et p' sont respectivement les distances de S et de S′ au plan de la

lentille. Si la rotation est assez rapide, la persistance des impressions lumineuses montre un cercle lumineux continu.

Intentionnellement j'ai mis le centre optique C dans une situation telle qu'il ne puisse pas servir effectivement. Que le lecteur comprenne bien le raisonnement dont je répète les termes. S'il existe une image S′ de S donnée par la lentille *complètement utilisée*, je dis que la droite SS′ passe par le point C ; l'expérience et la théorie montrent qu'il existe une image ; cette image subsiste naturellement si l'on n'utilise qu'*un fragment* de lentille : la droite SS′ continue donc à passer par le centre optique *matériellement absent.*

60. Déplacement du centre optique.

De ce qui précède résulte immédiatement la possibilité de déplacer le centre optique en accolant à la lentille un prisme P. Si l'angle de ce prisme est assez petit, il existe toujours une droite *ab* parallèle à l'axe de la lentille pour laquelle le système prisme-lentille joue le rôle de lame à faces parallèles. La droite *ab* se trouve dans la section méridienne de la lentille normale à l'arête du prisme, à une distance *h* de l'axe optique de la lentille telle qu'on ait (fig. 92) :

$$A = h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right);$$

A est l'angle du prisme.

Nous pouvons vérifier le théorème en centrant la lentille L sur le tube T (l'image S′ est immobile quand T tourne), puis en accolant un prisme.

61. Formule des lentilles.

La théorie des lentilles va maintenant toute seule.

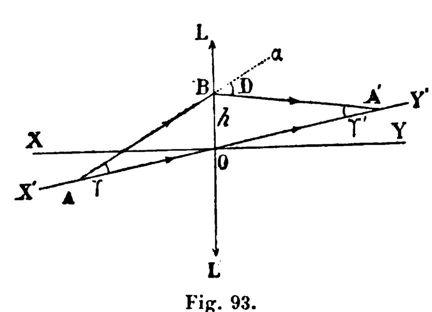


Fig. 93.

Nous appellerons *axe secondaire* du point A la droite qui le joint au centre optique.

Soit A le point lumineux ; si la lentille est stigmatique, l'image A′ de A est sur la droite AO. Cherchons donc en quel point le conjugué BA′ d'un rayon incident AB quelconque coupe la droite AO.

Il traverse la lentille à une distance $\overline{BO} = h$ de l'axe optique XOY. En ce point B la lentille équivaut à un prisme d'angle A et donne une déviation D.

$$A = h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right), \qquad D = (n-1)\,A = (n-1)\,h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

Posons $p = \overline{OA}, \quad p' = \overline{OA'}.$

Les angles γ et γ' étant petits par hypothèse et la droite X′OY′ peu inclinée sur XOY, on a :

$p\gamma = h = p'\gamma'$, avec la condition : $D = \gamma + \gamma'$;

d'où : $$D = h\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right);$$

enfin : $$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right). \quad (1)$$

p' ne dépend pas de h : donc la position du point A′ ne dépend pas de l'incident choisi. Tout autre rayon parti du point A et faisant un petit angle avec l'axe, passe à l'émergence par le point A′.

Autrement dit, la lentille est un appareil *stigmatique;* elle donne du point A une image *ponctuelle* A′; elle transforme un cône de rayons de sommet A en un cône de sommet A′.

La formule (1) est générale à la condition de donner des signes aux longueurs p, p', R, R′.

p est positif quand l'objet est réel, négatif quand l'objet est virtuel.

p' est positif quand l'image est réelle, négatif quand l'image est virtuelle.

R et R′ sont positifs pour la lentille biconvexe.

Si, à partir de cette lentille, on change le sens de la courbure d'une face, on doit changer le signe du rayon de courbure correspondant.

Ainsi pour le ménisque convergent $R > 0$, $R' < 0$; pour la lentille biconcave, R et R′ sont négatifs.

62. Lentilles convergentes.

1°. — Distance focale. Foyers.

Dans la formule (1) faisons $p = \infty$; représentons par f la valeur correspondante de p'. On trouve :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

f est *la distance focale* de la lentille.

Pour les lentilles et les ménisques convergents, f est positif quels que soient les rayons de courbure des faces : un point lumineux A très éloigné donne une image *réelle* F′, à une distance f de la lentille, sur la droite qui passe par le point A et le centre optique (*axe secondaire du point* A).

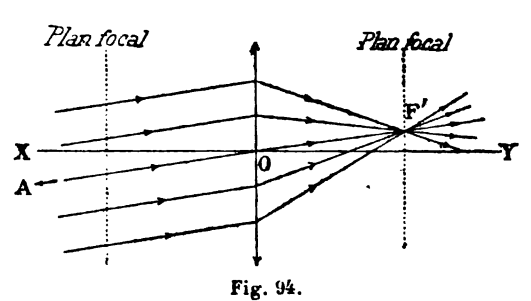


Fig. 94.

La formule (1) s'écrit :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

Posons $p' = \infty$, il reste $p = f$.

Par conséquent le point lumineux *réel* F, situé à la distance f de la lentille, donne une image infiniment éloignée, sur la droite qui joint ce point F au centre optique (fig. 95).

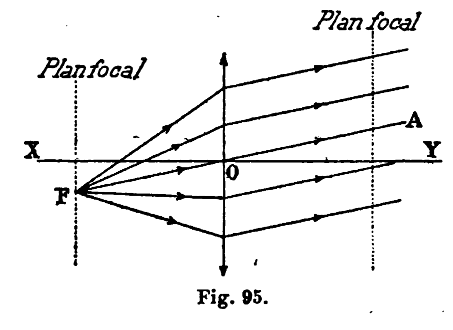


Fig. 95.

Sur toute droite passant par le centre optique (axe secondaire), existent donc deux points F et F′ appelés *foyers*, situés de part et d'autre de la lentille, à même distance f du centre optique; ils ont les propriétés représentées par les figures 94 et 95.

Nous convenons de dire que le foyer F appartient à l'*espace objet*, le foyer F′ à l'*espace image*.

Les foyers situés sur l'*axe principal* s'appellent *foyers principaux*.

Comme par hypothèse nous ne considérons que les axes secondaires faisant avec l'axe principal un angle petit, les foyers correspondants sont approximativement sur deux plans normaux à l'axe principal qu'on appelle *plans focaux*.

2°. — Discussion de la formule.

Faisons varier p de $-\infty$ à $+\infty$. Le point lumineux A se déplace de gauche à droite (sens de la lumière) sur la droite AO passant par le centre optique (axe secondaire) relatif au point A.

Cherchons les variations correspondantes de p', c'est-à-dire les positions conjuguées de l'image A′.

Représentons sur deux droites les positions correspondantes de l'objet et de l'image, en leur donnant le même numéro. La première droite figure l'*espace objet*; la seconde figure l'*espace image* (fig. 96).

Différentions la formule (1) :

$$\frac{dp}{p^2} + \frac{dp'}{p'^2} = 0.$$

dp et dp' sont toujours de signes contraires; cela signifie que *l'objet et l'image se déplacent toujours dans le même sens.*

En effet, p est compté positivement à partir de la lentille du côté d'où vient la lumière, tandis que p' est compté positivement dans le sens où va la lumière.

L'objet est d'abord très loin à gauche (à l'infini); l'image est en 1, au foyer F′ de l'espace image (fig. 94).

Quand *l'objet se rapproche* de 1 en 2, *l'image s'éloigne* de 1 en 2; en effet, p diminuant, p' augmente de manière que la somme de leurs inverses reste constante.

Pour $p = 2f$ (point P), la formule donne $p' = 2f$ (point P′) : l'objet et l'image *tous deux réels* sont à la même distance de la lentille.

L'objet venant en 4 ($p < 2f$), l'image vient en 4 ($p' > 2f$).

L'objet arrive au foyer F de l'espace objet : l'image est alors extrêmement éloignée (à l'infini, fig. 95).

L'objet continuant de s'approcher de la lentille, l'image passe de l'infini à droite à l'infini à gauche. Elle n'est plus du même côté de la lentille que les rayons émergents; elle est *virtuelle.*

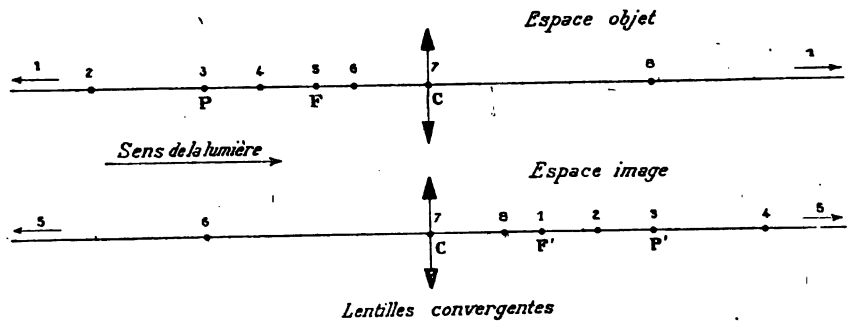


Fig. 96.

L'objet allant de 5 en 6, l'image reprend sa marche vers la droite et vient de l'infini en 6.

Pour $p=0$, $p'=0$ (positions 7).

L'objet se déplaçant toujours dans le même sens, devient *virtuel.* Il va de 7 à 8, puis à l'infini. L'image, redevenue *réelle,* se déplace de 7 à 8, puis à 1, de la lentille jusqu'au foyer de l'espace image.

3°. — Distance de l'image a l'objet.

Elle est $$\delta = p + p'.$$

On a : $$d\delta = dp + dp' = dp\left(1 - \frac{p^2}{p'^2}\right).$$

La distance est donc minima pour $p = p' = 2f$; elles vaut alors quatre fois la distance focale principale.

63. Obtention des points conjugués.

1°. — Obtention matérielle des points conjugués.

Il est aisé d'obtenir matériellement les points conjugués.

Tous les rayons qui traversent la lentille en un même point subissent la même déviation.

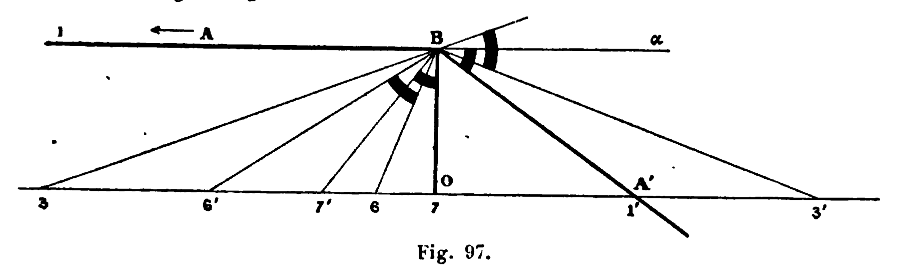


Fig. 97.

L'angle ABA' (fig. 97) de l'incident et de l'émergent conjugué est donc le même pour tous les couples de rayons

qui traversent la lentille en B. Ceci posé, imaginons un système de deux tiges rigides AB et BA′ faisant un angle invariable, égal à la déviation. Faisons tourner ce système autour du point B : les tiges coupent à chaque instant une droite quelconque X′Y′ passant au centre optique et peu inclinée sur l'axe, en deux points conjugués A et A′.

Si la droite AB coupe l'axe, l'objet est réel; il est virtuel si c'est le prolongement de AB.

De même si BA′ coupe l'axe, l'image est réelle; elle est virtuelle si c'est le prolongement de A′B au delà de B.

La construction n'est qu'approchée; aussi implique-t-elle contradiction, lorsque les hypothèses posées ne sont pas satisfaites. Il est clair que, pour $p=0$, la construction ne donne pas $p'=0$ (points 7 et 7′). Mais, par hypothèse, l'angle invariable est très petit, ou, si l'on veut, le point B est voisin du point O. La longueur 77′ est donc très petite.

Je n'insiste pas. Le lecteur est prié de construire l'appareil (5 minutes de travail) et de regarder son fonctionnement : il comprendra de quoi il s'agit mieux qu'après dix pages de texte.

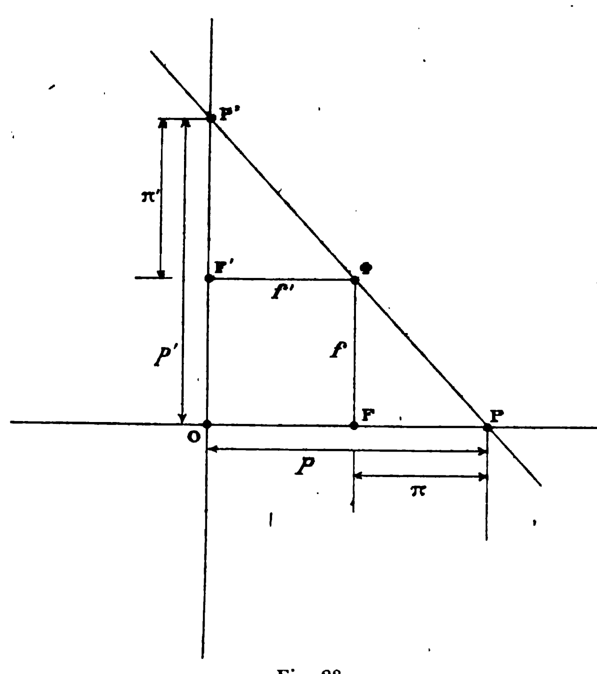


Fig. 98.

2°. — Pour les calculs graphiques, on utilisera la construction représentée par la figure 98. Une droite qui passe par le point fixe Φ de coordonnées $x=f$, $y=f$, coupe les axes en des points P et P′ dont les distances p et p' à l'origine O satisfont à la relation :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}.$$

En effet la droite a pour équation :

$$x-f+a\,(y-f)=0.$$

Elle coupe l'axe des x au point :

$$y=0, \qquad x=p=f\,(1+a).$$

Elle coupe l'axe des y au point :

$$x=0, \quad y=p'=f\frac{1+a}{a}.$$

D'où immédiatement la relation cherchée.

La construction se généralise immédiatement. En donnant au point Φ les coordonnées f et f', on représente la relation :

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1.$$

64. Ouverture d'une lentille. Angles des prismes équivalents.

1°. — De la formule du § 58 et de l'expression de la distance focale principale, nous tirons :

$$A=\frac{h}{f(n-1)}. \qquad (1)$$

On appelle *ouverture* O d'une lentille le diamètre de la partie utilisable. Cherchons l'angle du plus grand prisme formant la lentille; il correspond naturellement aux bords de la lentille.

Dans la formule (1), posons :

$$O=2h; \quad \text{il vient :} \quad A=\frac{O}{f}\frac{1}{2(n-1)}.$$

Cette formule résulte immédiatement de celle qui donne la déviation des prismes d'angles petits.

Soit $n=1{,}5$ (crown léger); on a : $A=O:f$.

L'angle du plus grand prisme est l'angle sous lequel du foyer apparaît le diamètre de la lentille. Le rapport $O:f$ intervient à chaque instant comme mesure de l'utilisation d'un objectif.

Pour une lentille de 5 cm. d'ouverture et de 30 cm. de distance focale, $A=1:6=0{,}166$, soit 10° environ. L'angle des prismes équivalents varie donc de 0 à 10° du centre aux bords de la lentille.

On utilise couramment des lentilles de 2 cm. d'ouverture et de 4 cm. de distance focale (par exemple, le verre de champ d'un oculaire négatif). On a : $O:f=1:2$. L'angle A atteint 30°; mais la théorie précédente ne s'applique pas aux bords de telles lentilles : les aberrations sont notables et doivent être compensées par les aberrations en sens contraires des autres éléments du système.

2°. — Épaisseur des lentilles.

Nous parlons de lentilles *infiniment minces;* cherchons jusqu'à quel point elles sont réalisables. Soit e l'épaisseur de la lentille suivant l'axe; soient R_1 et R_2 les rayons de ses faces; soit O son ouverture. Je laisse au lecteur le soin de démontrer la formule suivante, qui suppose e petit devant R_1 et R_2 :

$$e=\frac{O^2}{8}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

La distance focale principale f est donnée par la formule :

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right); \quad \text{d'où :} \quad \frac{1}{f}=(n-1)\frac{8e}{O^2}.$$

Pour fixer les idées, faisons $n=1,5$.

$$e=O^2:4f.$$

Toutes choses égales d'ailleurs, l'épaisseur croît comme le carré de l'ouverture.

Par exemple, pour $O=10$ cm., $f=20$ cm., $e=1^{cm},25$.

65. Lentilles divergentes.

1°. — DISTANCE FOCALE. FOYERS.

La formule :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$$

s'applique, à la condition de donner à R et à R' des signes convenables.

Il existe encore deux foyers, l'un dans l'espace objet, l'autre dans l'espace image ; ils sont de part et d'autre de la lentille, à la même distance f du centre optique donnée par la formule :

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right).$$

Pour les lentilles et les ménisques divergents, f est *négatif;* les foyers sont *virtuels*.

Un point lumineux A très éloigné a une image *virtuelle* F' sur l'axe AO (fig. 99) ; le faisceau cylindrique de rayons venant de A se transforme en un cône *divergent* de sommet F' (foyer de l'espace image).

Un point lumineux *virtuel* F a une image très éloignée sur OF (fig. 100) ; le faisceau conique *convergent* de sommet F (foyer de l'espace objet) se transforme en un faisceau cylindrique parallèle à OF.

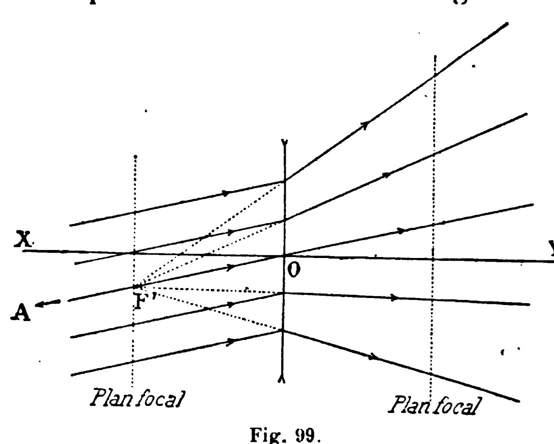


Fig. 99.

2°. — DISCUSSION DE LA FORMULE.

Représentons les résultats sur deux droites figurant l'une l'*espace objet,* l'autre l'*espace image* (fig. 101).

L'objet est d'abord à l'infini à gauche ; l'image virtuelle est en 1 au foyer de l'espace image.

Comme pour les lentilles convergentes, l'objet et l'image se déplacent toujours dans le même sens.

Quand l'objet avance de 1 en 3, l'image, *toujours virtuelle* (p' négatif), s'approche de la lentille de 1 en 3.

Tout objet réel donne, dans une lentille divergente, une image virtuelle.

Le point lumineux devient virtuel : p devient négatif. Tant qu'il est entre la lentille 3 et le foyer 5, on a $-p < -f$; p' est positif, l'image est *réelle;* elle se déplace de 3 en 5 de la lentille jusqu'à l'infini. L'image est à l'infini lorsque le point lumineux *virtuel* est au foyer 5.

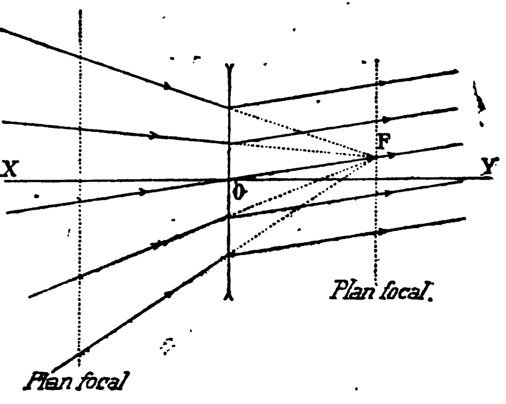


Fig. 100.

L'objet dépassant le foyer vient en 6 (p négatif est compris entre f et $2f$ qui sont elles-mêmes des quantités négatives). L'image passe brusquement de l'infini à droite à l'infini à gauche; elle devient virtuelle et arrive en 6.

Lorsque l'objet est en 7 ($p = 2f$), on a $p' = 2f$; l'image virtuelle est en 7.

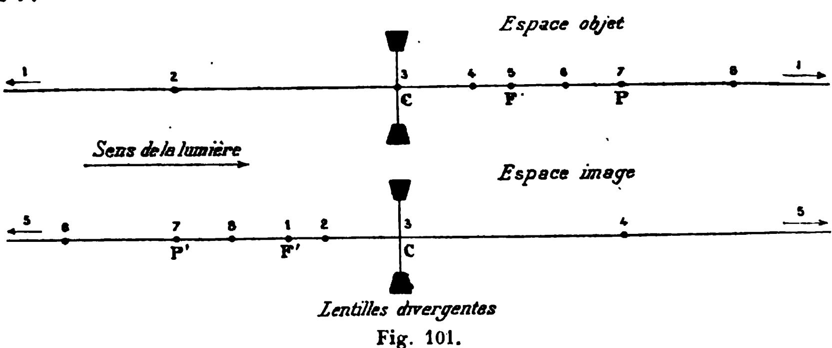


Fig. 101.

Enfin le point lumineux virtuel allant de 7 à l'infini à droite, l'image, virtuelle, revient de 7 en 1 à son point de départ.

Un système de deux tiges rigides AB et BA′ tournant autour d'un point B de la lentille donne, comme dans le cas précédent, autant de couples de points conjugués qu'on veut : ils sont réels ou virtuels suivant que les droites AB et BA′, ou leurs prolongements, coupent l'axe.

66. Construction de l'image d'un point lumineux.

Nous savons que l'image existe : nous l'obtenons comme intersection des conjugués des deux rayons incidents *convenablement choisis,* c'est-à-dire dont les conjugués réfractés sont faciles à construire.

Soit A le point lumineux quelconque (fig. 102 et 103).

Pour l'un des incidents, nous choisissons celui qui passe au centre optique, puisqu'il n'est pas dévié.

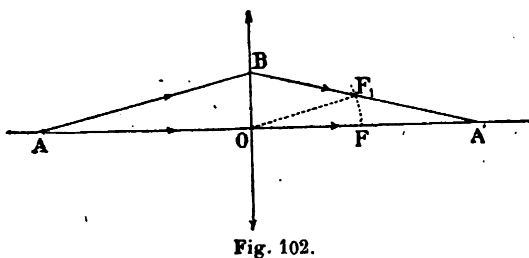


Fig. 102.

L'image A' est donc sur la droite AO.

Le conjugué d'un incident quelconque AB issu du point A passe par le foyer des incidents parallèles à AB, c'est-à-dire par le point F_1, situé à une distance f du point O sur l'axe OF_1, parallèle à AB. Le réfracté BF_1 coupe l'axe AO au point A' qui est l'image du point A.

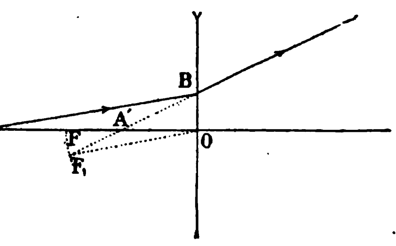


Fig. 103.

En particulier, choisissons le rayon AB parallèle à l'axe principal; l'émergent conjugué passe par le foyer situé sur cet axe (fig. 104 et 105).

Les figures 102 et 104 représentent les constructions pour une lentille convergente, les figures 103 et 105 pour une lentille divergente. Avec les premières, le foyer de l'espace image est réel, situé sur l'émergent même; avec les secondes il est virtuel, situé sur le prolongement de l'émergent.

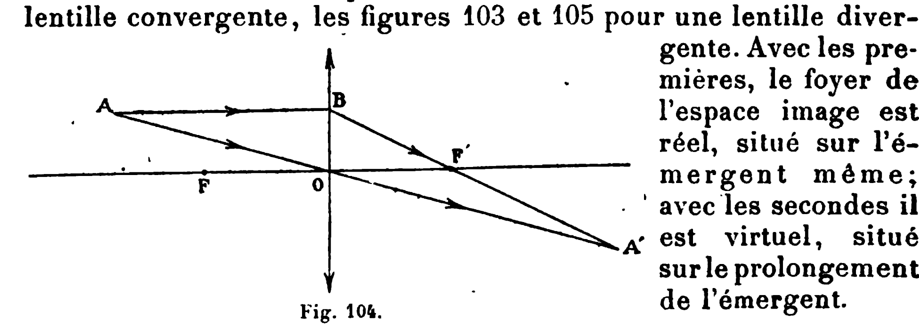


Fig. 104.

67. Image d'un objet étendu. Grossissement.

1°. — On obtient l'image de l'objet en construisant les images de chacun de ses points.

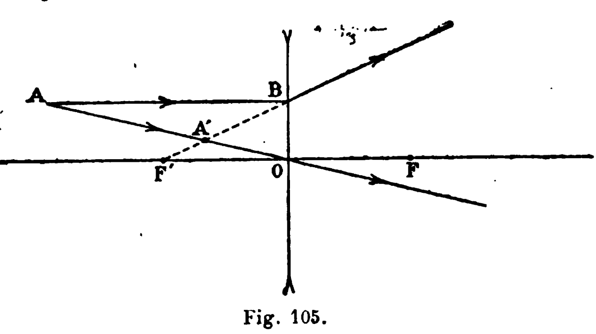


Fig. 105.

Par raison de symétrie, l'image d'une petite droite HA perpendiculaire à l'axe principal HH' est une droite HA'' perpendiculaire au même axe. Nous obtenons H'A' en construisant l'image A' du point A, puis en menant par A' une perpendiculaire à l'axe jusqu'à la rencontre de cet axe.

L'image est *droite* lorsqu'elle est *du même côté* de la lentille que l'objet. Elle est *renversée* lorsque l'image et l'objet sont *de part et d'autre* de la lentille.

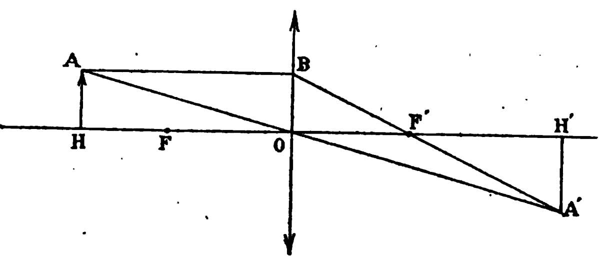
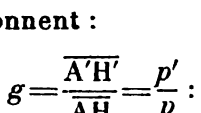


Fig. 106.

Les triangles semblables AOH et A'OH' donnent :



$$g = \frac{\overline{A'H'}}{\overline{AH}} = \frac{p'}{p} :$$

les longueurs de l'image et de l'objet sont entre elles comme leurs distances à la lentille.

La formule exprime que l'image est droite ou renversée. Écrivons :

$$g = -p' : p ;$$

au signe + correspond l'image *droite,* au signe — l'image *renversée.*

Le grossissement est 1 (en valeur absolue) quand $p = p'$.

Pour qu'il en soit ainsi l'objet doit être de la lentille à deux fois la distance focale.

La distance de l'objet à l'image est alors quatre fois la distance focale.

Ce corollaire est d'application très fréquente.

2°. — DIAPHRAGMES PLACÉS SUR LA LENTILLE.

Il résulte de la définition même de l'image d'un point (*tous* les rayons issus d'un point A vont passer par le point A') que l'image d'un objet n'est pas modifiée si l'on recouvre par un écran une partie quelconque de la lentille, ou si l'on n'en utilise qu'un fragment, ce qui revient au même. Seuls l'éclairement de l'image (lumière reçue) et son éclat (lumière émise corrélativement) sont diminués. Nous reviendrons sur cette expérience à propos de l'œil (expérience du père Scheiner, § 184).

Voici une curieuse conséquence de ce qui précède.

Avec quelques points de cire molle collons une petite lentille sur une grande de manière que les axes principaux coïncident. Sur un écran le système ainsi formé donne nettes *et superposées* les images des objets qui sont dans deux plans de front différents.

Soit f_1 et f_2 les distances focales de la grande lentille qui agit par sa périphérie, et du système central formé par les deux verres (§ 70). Soit p_1 et p_2 les distances des plans de front reproduits sur l'écran dont la distance au système est p'. On a :

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1}, \quad \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2};$$

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} = \text{Constante}.$$

D'où une jolie manipulation. On prendra pour objets visibles l'un à travers l'autre des mousselines à mailles larges, collées sur les trous percés dans deux écrans. Je laisse au lecteur le soin de discuter la loi de correspondance ci-dessus trouvée.

68. Formule de Newton.

Nous avons trouvé la formule générale

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}. \qquad (1)$$

Comme origines des distances, prenons non plus le centre optique de la lentille, mais les foyers. Comptons les distances dans le même sens que plus haut. Nous avons (fig. 106) :

$$\overline{\mathrm{OH}}=\overline{\mathrm{OF}}+\overline{\mathrm{FH}}, \quad p=f+\pi;$$

$$\overline{\mathrm{OH'}}=\overline{\mathrm{OF'}}+\overline{\mathrm{F'H'}} \quad p'=f+\pi'.$$

Substituons dans la formule (1); il vient :

$$\pi\pi'=f^2.$$

Cette formule montre que l'objet et l'image sont toujours de part et d'autre des foyers correspondants. Si l'objet est à droite du foyer F de l'espace objet, l'image est à gauche du foyer F′ de l'espace image.

On a pour le grossissement :

$$-g=\frac{p'}{p}=\frac{\pi'}{f}=\frac{f}{\pi},$$

formules que la figure 106 rend évidentes.

Étude expérimentale des lentilles minces.

Avant de passer à l'étude expérimentale des lentilles minces, reprenons leur théorie sous une forme qui introduise naturellement la notion de *convergence* ou de *dioptrie*.

69. Ondes sphériques; courbure et variation de courbure d'une onde.

On appelle *surface d'onde* une surface normale aux rayons issus d'un point lumineux (*rayons isogènes*). *Dans l'espace objet* et dans un milieu homogène, les ondes sont sphériques, puisque les rayons émanent tous du point lumineux et sont rectilignes. Dans le cas où il existe une image, il en est de même pour l'espace image. Transformer un cône de rayons en un autre cône, c'est transformer un système de surfaces d'onde sphériques concentriques, en un autre système de surfaces d'ondes sphériques concentriques de centre différent.

Ceci posé, exprimons les résultats précédents dans un langage susceptible de généralisation.

Appelons *courbure optique,* ou simplement *courbure,* le produit de la courbure géométrique (inverse du rayon) par l'indice du milieu où se trouve la surface d'onde sphérique (fig. 107).

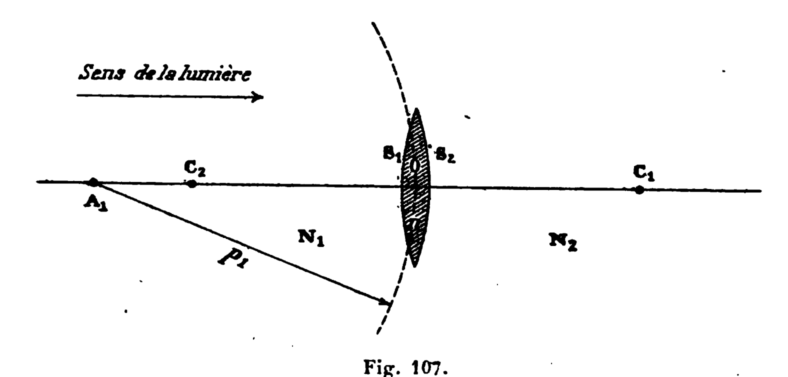


Fig. 107.

Un point lumineux à la distance p_1 d'une lentille, dans un milieu d'indice N_1, envoie sur la lentille une onde de courbure $N_1 : p_1 = q_1$. La courbure est comptée positivement si le point est réel.

La courbure de la surface d'onde transformée par le passage à travers la lentille est $N_2 : p_2 = q_2$.

Raisonnons sur une lentille convergente biconcave : par convention les rayons R_1 et R_2 des surfaces limites sont positifs.

Soit n l'indice du verre.

Nous appellerons *courbures optiques des surfaces* les quantités :

$$Q_1 = \frac{n - N_1}{R_1}, \quad Q_2 = \frac{n - N_2}{R_2}.$$

Dans le cas où la lentille baigne dans l'air, on a :

$$Q_1 = \frac{n - 1}{R_1}, \quad Q_2 = \frac{n - 1}{R_2}.$$

Ceci posé, la formule des lentilles :

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

s'écrit :

$$q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2 = Q.$$

Elle s'énonce : *La somme des courbures optiques des ondes incidente et émergente est égale à la courbure optique* Q *de la lentille.*

Que le lecteur ne cherche pas la raison d'être de ces définitions qui paraissent bizarres. On ne discute pas des définitions; on ne doit leur demander que de ne pas impliquer contradiction. On verra plus tard qu'elles permettent de donner une théorie élémentaire des groupements de lentilles cylindriques, théorie dont pas un traité de

physique français n'a l'air de soupçonner l'existence. Se copiant gentiment les uns sur les autres, ils attendent d'avoir quelqu'un à piller.

70. Dioptries.

1°. — Nous reviendrons plus loin sur les courbures optiques et leurs applications. Pour l'instant, transformons la formule :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}. \tag{1}$$

Par définition, la *mesure dioptrique* π d'une longueur p est l'inverse de cette longueur *exprimée en mètres;* la *convergence*, le *pouvoir* ou *numéro dioptrique* d'une lentille est l'inverse φ de sa distance focale f exprimée en mètres.

D'où le tableau de correspondance :

Distances en mètres :	4	2	1	0,80	0,67	0,57	0,50
Distances en dioptries :	0,25	0,50	1	1,25	1,50	1,75	2...

La formule (1) devient : $\pi+\pi'=\varphi.$

φ est positif pour une lentille convergente, négatif pour une lentille divergente.

2°. — Numéro d'un système de lentilles accolées.

Plaçons l'une contre l'autre plusieurs lentilles minces, L_1, L_2,... de manière que leurs axes principaux coïncident. Soit φ_1 la convergence de la première lentille; p la distance du point A au centre optique. Son image A′ est à une distance p' donnée par la formule :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\varphi_1. \tag{1}$$

L'image A′ sert d'objet pour la seconde lentille. Si p' est *positif*, elle est *réelle;* elle se forme au delà de la seconde lentille.

Les rayons qui tombent sur cette lentille sont *convergents* : A′ joue pour elle le rôle d'*objet virtuel.*

Si p' est *négatif*, l'image A′ est virtuelle: un faisceau *divergent* tombe sur la seconde lentille : A′ joue pour elle le rôle d'*objet réel.*

Dans les deux cas, la formule appliquée à la seconde lentille s'écrit :

$$-\frac{1}{p'}+\frac{1}{p''}=\varphi_2. \tag{2}$$

φ_2 est la convergence de cette lentille; p'' est la distance qui la sépare de l'image définitive A″.

Additionnons (1) et (2), il vient :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p''}=\varphi_1+\varphi_1 :$$

la distance p'' de l'image définitive se calcule comme pour une lentille unique de convergence :

$$\Phi=\varphi_1+\varphi_2.$$

Même raisonnement pour le système d'un nombre quelconque de lentilles. D'où le théorème : *Un système de lentilles minces accolées se comporte comme une lentille unique de convergence égale à la somme* ALGÉBRIQUE *des convergences des lentilles.*

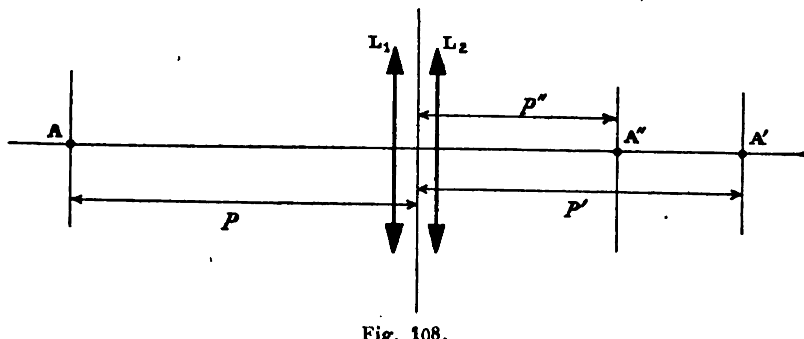


Fig. 108.

Le théorème n'a de sens que pour des lentilles *très minces accolées*, puisque nous assimilons la distance de A′ (jouant le rôle d'image) à la première lentille, et la distance de A′ (jouant le rôle d'objet) à la seconde lentille. Si les lentilles sont épaisses, cette assimilation est toujours illégitime; elle l'est aussi pour des lentilles très minces qui ne sont pas accolées.

71. Focomètres ou phacomètres.

Passons en revue les appareils qui déterminent la distance focale des lentilles. Ils sont principalement utilisés par les oculistes qui veulent connaître rapidement le numéro d'un verre *avec une précision limitée.*

Les appareils doivent être simples, à la portée de tous; le résultat doit se lire directement en dioptries.

Énonçons d'abord un principe appliqué dans la plupart des focomètres.

Leur longueur ou leur construction ne permettent de déterminer que les numéros compris entre deux limites C_1 et C_2. *Mais il suffit d'accoler à la lentille de numéro inconnu* C, *un verre de numéro connu* C′, *pour que le numéro du système rentre dans les limites* C_1 *et* C_2. Connaissant $C + C'$, on retranche C' pour avoir C.

Pour faciliter les calculs, la lentille auxiliaire a le numéro ± 10. En d'autres termes, elle est convergente ou divergente; sa distance focale principale est de 10 centimètres.

Nous nous contenterons d'énoncer les limites C_1 et C_2.

72. Mesure des courbures.

1°. — On obtient la courbure au sphéromètre (voir mon cours sur la *Construction*...).

On vend de petits sphéromètres dont la pointe centrale est l'extrémité d'une tige à crémaillère engrenant avec un train.

Le dernier rouage du train est solidaire d'une aiguille qui donne le rayon par simple lecture. La figure 109 représente le schéma de l'appareil posé sur une lentille planconvexe L.

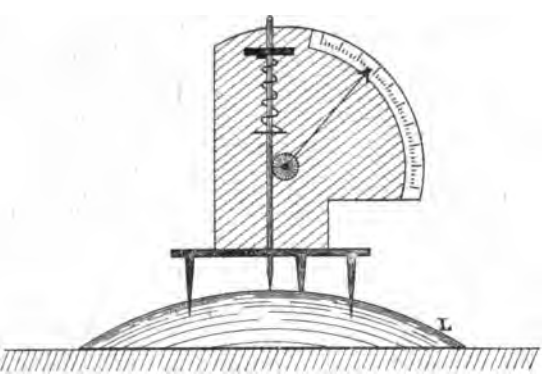


Fig. 109.

Connaissant les courbures, il faut avoir l'indice pour calculer la distance focale :

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

Pour une lentille biconvexe symétrique, on a :

$$R_1=R_2=R, \quad f=\frac{R}{2(n-1)}=R, \quad \text{quand } n=1{,}5.$$

En fait, n est supérieur à 1,5, généralement voisin de 1,53; d'où

$$f=R:1{,}06=0{,}94.R;$$

la distance focale est un peu plus petite que le rayon de courbure.

Pour une lentille planconvexe, on a :

$$f=1{,}88.R.$$

2°. — Anciennement les verres étaient numérotés en pouces d'après le rayon du bassin servant à les obtenir, *indépendamment de l'indice du verre qui les formait :* deux lentilles de même numéro pouvaient donc avoir des distances focales différentes. A la vérité, le crown, qui est seul employé à la fabrication des verres de besicles, a un indice peu variable (de 1,526 à 1,534); l'erreur de 2 p. 100 qui en résultait n'avait pas grande importance pratique, au moins pour les besicles.

Le pouce de Paris vaut 2,707 centimètres; il y en a 36,94 au mètre.

Soit R le rayon de courbure d'une lentille biconvexe en pouces; la distance focale est :

en pouces : $$f=\frac{R}{2(n-1)},$$

en mètres : $$f=0{,}027\frac{R}{2(n-1)}.$$

Par exemple, la distance focale de la lentille biconvexe n° 40 est :

$$f=\frac{0{,}027\times 40}{2(n-1)}=\frac{1{,}08}{2(n-1)}=\frac{0{,}54}{n-1}.$$

Elle vaut un mètre pour un verre d'indice 1,54.

3°. — Remarques sur les verres de besicles. Verres en quartz. Les verres de besicles sont livrés par l'industrie à des prix

incroyables de bon marché (3 à 4 francs la dizaine de paires). Ils sont exacts à 0,1 dioptrie près, à une précision parfaitement inutile dans la pratique. Javal, qui était un excellent oculiste, fait cet aveu : « Puissions-nous ne jamais nous tromper dans nos déterminations de plus d'une demi-dioptrie! »

Les verres de besicles doivent être en matière peu dispersive (§ 141). Le flint doit être absolument proscrit : il donne des irisations.

Les verres en quartz sont plus durs et moins facilement rayables. On prétend que la buée se dépose moins sur eux, parce que le quartz est plus conducteur pour la chaleur que le verre : c'est illusion pure.

Le quartz est biréfringent : à travers un morceau de quartz un objet paraît double. Cet inconvénient disparaît si l'on fait coïncider l'axe de la lentille avec l'axe cristallographique. L'indice moyen est alors 1,56 : pour la même distance focale il faut des courbures moins fortes que pour le verre. Malgré les catalogues, il est rare que le quartz soit convenablement taillé; d'ailleurs la matière présente souvent des macles qui rendent toute taille régulière impossible. Conclusion : ne pas se servir de lentilles en quartz.

73. Focomètres de Silbermann, de Soleil, de Snellen...

1°. — C'est toujours le même appareil, diversement construit.

La lentille L est disposée sur un support central, on déplace l'objet O et l'écran E (constitués par deux demi-disques de verre dépoli sur lesquels sont tracés des traits équidistants) *de manière qu'ils restent à la même distance de la lentille :* $\overline{OL}=\overline{LE}$.

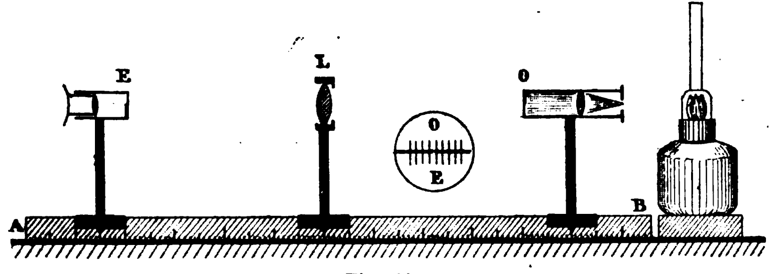


Fig. 110.

Lorsque l'image de O est parfaitement nette sur F, ou (ce qui est plus facile à juger et revient théoriquement au même, § 67) lorsque les images des traits de l'objet O sont exactement dans le prolongement des traits de l'écran E, l'objet et l'image sont distants l'un de l'autre de 4 fois la distance focale principale : $\overline{OE}=4f$.

Les appareils diffèrent par les procédés qui réalisent la condition $\overline{OL}=\overline{LE}$.

Parfois des rubans métalliques jouent le rôle des cordons avec lesquels on ouvre ou on ferme les rideaux des fenêtres; parfois une vis filetée *à droite* sur la moitié de sa longueur, *à gauche* sur l'autre

moitié, porte des écrous qui se déplacent toujours de quantités égales et opposées.

Pour déterminer le numéro d'une lentille divergente ou trop peu convergente, on lui associe une lentille convergente de numéro connu.

2°. — A moins d'être sot ou millionnaire, n'achetez pas ces appareils.

Servez-vous du banc AB décrit au § 8.

Tracez les deux divisions O et E à rendre égales sur du papier calque, collez-les sur deux bouts de glace.

Pour premier réglage, on s'arrange de manière que l'objet O fasse son image sur l'écran E, O *et* E *étant le plus près possible l'un de l'autre;* ce qui ne nécessite que l'égalité approchée de $\overline{LO}$ et de $\overline{LE}$, puisque la distance de l'objet et de l'image est alors un minimum. Ce premier réglage obtenu, on déplace L de manière que l'objet devienne égal à l'image. Les conditions sont théoriquement équivalentes, mais la première est pratiquement moins précise que la seconde : son obtention préliminaire rend la réalisation de la seconde plus rapide.

Pour relier la distance $\overline{EO}$ aux indications lues sur la règle en face des index des supports, on enlève la lentille et son support; puis on amène E et O en contact : la différence des lectures donne la quantité à retrancher de la distance des repères. Cette opération peut être faite une fois pour toutes.

74. Focomètre de Badal.

L_1 est une lentille convergente de numéro connu $C_1 = 1 : f_1$.

Plaçons la lentille L_2 de numéro inconnu $C_2 - 1 : f_2$, en avant de L_1 à une distance égale à la distance focale principale $\overline{OF_1}$ de L_1.

Calculons la position de l'image d'un point éloigné à travers ce système, dans l'hypothèse $f_2 > f_1$.

L'image de l'infini à travers L_2 se fait à gauche de L_1, à une distance de cette lentille :

$$\overline{OF_2} = f_2 - f_1 = \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}.$$

Elle joue le rôle d'objet virtuel par rapport à L_1 qui en fournit une image F′ à une distance x donnée par la formule :

$$-\frac{1}{f_2 - f_1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f_1}, \quad x = f_1 - \frac{f_1^2}{f_2} = f_1 - C_2 f_1^2.$$

On enlève le verre L_2 : l'image de l'infini est en F'_1; on la reçoit sur un écran E (verre dépoli).

On remet le verre L_2 : pour recevoir la nouvelle image sur l'écran, il faut le déplacer vers la droite d'une longueur D :

$$\overline{F_1'F'} = D = f_1 - x = C_2 f_1^2.$$

Cette quantité est proportionnelle à C_2 : conséquemment une

graduation *à traits équidistants* donne le pouvoir optique de L_2 par simple lecture.

On prend généralement $f_1 = 10$ cm., $C_1 = 10$ dioptries : l'équidistance des traits de la graduation est 1 cm.

La figure 111 en haut montre le dispositif. L'écran E est fixé à l'extrémité d'un tube *t* qui entre à frottement doux dans le tube T.

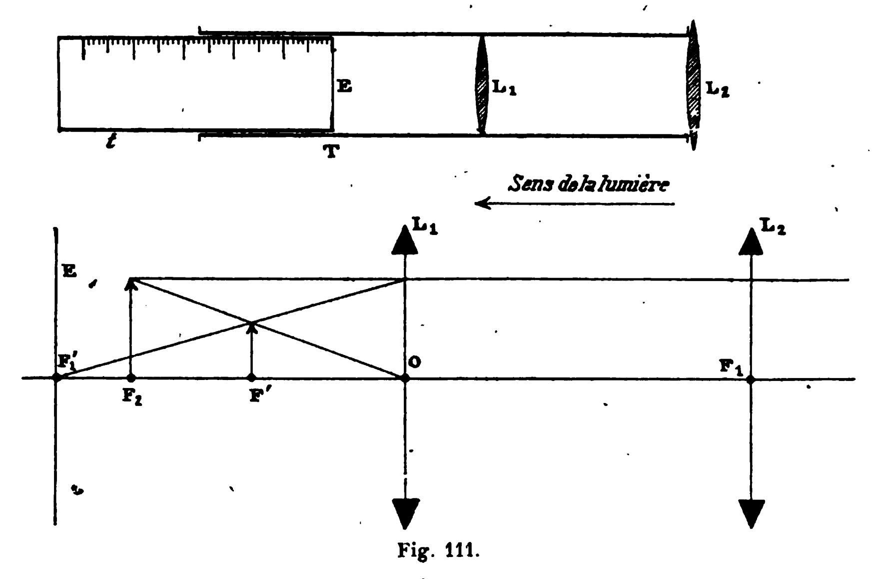


Fig. 111.

Dans ce tube est fixée la lentille auxiliaire L_1 de manière qu'en appliquant L_2 contre l'extrémité du tube T, elle soit à la distance f_1 de L_1.

2°. — Calculons le grossissement par unité d'angle apparent de l'objet (qui par hypothèse est fort loin).

La grandeur de l'image donnée par L_2 est f_2.

La grandeur de l'image définitive est par suite :

$$f_2 \frac{x}{f_2 - f_1} = f_1.$$

Le grossissement est indépendant du numéro C_2 de la lentille L_2. Cela revient à dire (§ 93) que la distance focale principale du système résultant est indépendante de ce numéro (voir un résultat analogue au § 123).

75. Focomètre de Guilloz.

1°. — Rôle d'un sténopé.

Les oculistes appellent *sténopé* ou *trou sténopéique* un petit trou circulaire percé dans un écran et dont le diamètre est de l'ordre du millimètre (trou d'épingle dans une carte de visite). Nous avons déjà rencontré un trou sténopéique dans la chambre noire (§ 3); mais son rôle est beaucoup plus étendu. Il permet d'obtenir des images quasi nettes dans des conditions où il n'existe pas d'image à proprement parler.

Voici une expérience très simple pour fixer les idées.

Plaçons une lentille devant un texte imprimé à une distance notablement plus grande que la distance focale principale. L'œil ne distingue rien de net à travers la lentille. Mais disposons un sténopé tout contre l'œil : le texte réapparaît avec une netteté qui croît à mesure que le diamètre du trou diminue (jusqu'à un certain point cependant).

Il nous est donc possible de voir des objets dans des conditions où l'œil ne peut pas s'accommoder sur la dernière image donnée par le système optique.

2°. — Ceci posé, soit L la lentille à étudier (fig. 112). Le trou sténopéique P en est à la distance invariable p. Au delà de la lentille, à une distance invariable d, est un écran blanc sur lequel sont tracés des cercles équidistants noirs. Un diaphragme D percé d'un trou circulaire limite un cône *déterminé* qui, à la distance p du trou P, couvre une circonférence de rayon R.

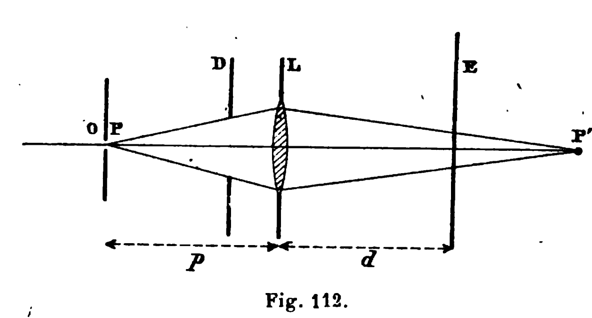


Fig. 112.

L'œil placé en O derrière le sténopé voit nets les cercles de l'écran E, bien que généralement il ne puisse pas s'accommoder sur l'image qu'en donne la lentille.

L'expérience consiste à compter le nombre des cercles *vus*, c'est-à-dire des cercles qui se trouvent dans le cône de sommet P' image de P par rapport à la lentille.

Soit r le rayon du cercle découpé par ce cône sur E; soit p' la distance de P' à la lentille; on a :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \quad p'=\frac{pf}{p-f};$$

$$\frac{r}{R}=\frac{p'-d}{p'}=[f(p+d)-pd]:pf, \quad C=\frac{1}{f}=\frac{1}{d}+\frac{1}{p}-\frac{r}{Rd}.$$

Le numéro de la lentille varie donc proportionnellement au rayon r, c'est-à-dire au nombre des cercles vus.

On prend généralement :

$$p=d, \quad C=\frac{2}{p}-\frac{r}{Rp}, \quad p=10 \text{ cm.}, \quad \frac{1}{p}=10 \text{ dioptries.}$$

Si la lentille est de 20 dioptries, $r=0$.

C'est évident *a priori :* l'image P' de P se fait sur l'écran.

Mais on utilise rarement en oculistique des lentilles aussi convergentes.

Si la lentille est de 10 dioptries, on a $r=R$; P' passe à l'infini.

Enfin si le numéro de la lentille est inférieur à 10 dioptries, ce qui est le cas général, P′ est virtuel; on a $r > R$.

Traçons les cercles à 1 mm. l'un de l'autre; soit n le nombre des cercles vus. On a :

$$R = 10 \text{ mm.}, \qquad C = 20 - n.$$

76. Emploi de la boîte de verres.

On appelle *boîte de verres* une boîte dans laquelle sont rangés par ordre de numéros croissants une série de verres d'optique convergents et divergents.

Pour déterminer le numéro d'une lentille, on cherche à la neutraliser par une lentille de numéro connu prise dans une boîte de verres.

La figure 113 rend évidentes les règles suivantes, que le lecteur voudra bien vérifier sur son lorgnon.

On regarde à travers la lentille un objet rapproché O.

Quand on déplace la lentille parallèlement au plan de l'objet (vers le haut dans la figure) :

l'image se déplace en sens contraire, quand le système est positif;

l'image se déplace dans le même sens, quand le système est négatif.

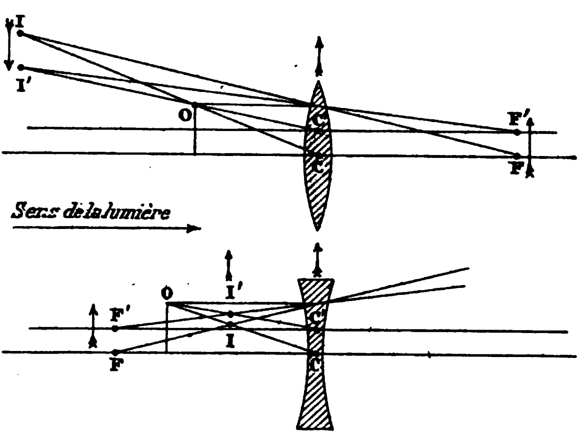


Fig. 113.

La neutralisation est donc complète (les verres sont de numéros identiques, mais de signes contraires) quand l'image reste immobile lors du déplacement du système des deux verres accolés.

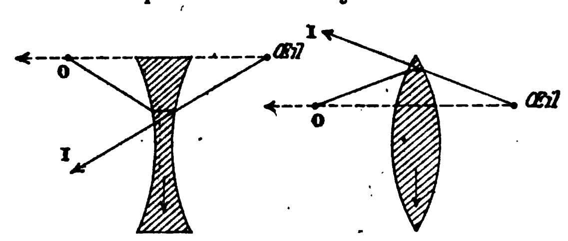


Fig. 114.

La figure 114 donne une autre forme à l'explication du phénomène.

Les lentilles sont assimilées à des associations de prismes. Quand on les déplace vers le bas, entre l'œil et l'objet se trouve un prisme qui produit des déviations de sens contraires suivant que la lentille est divergente ou convergente. L'objet O, vu horizontalement quand les lentilles sont centrées, est comme déplacé vers le bas par la lentille divergente, vers le haut par la convergente, puisqu'on voit les objets dans la direction suivant laquelle entrent dans l'œil les rayons qu'ils émettent.

On peut employer la boîte de verres d'une manière intéressante. On mouille le verre à déterminer et on l'applique sur les verres de signes contraires de la boîte. Quand on parvient au verre de même numéro, il se produit une adhérence assez forte, qui n'a pas lieu s'il existe une différence entre les courbures des surfaces superposées (Javal).

77. Centrage des lentilles; décentrage systématique.

1°. — Si généralement le centre optique des verres de besicles doit être au centre de la monture qui les porte, dans certains cas on préfère les décentrer. D'où la nécessité de fixer par un point d'encre sur le verre la position (au moins approchée) du centre optique. Le théorème précédent en fournit le moyen. Le dispositif est schématiquement représenté dans les figures 115 et 116.

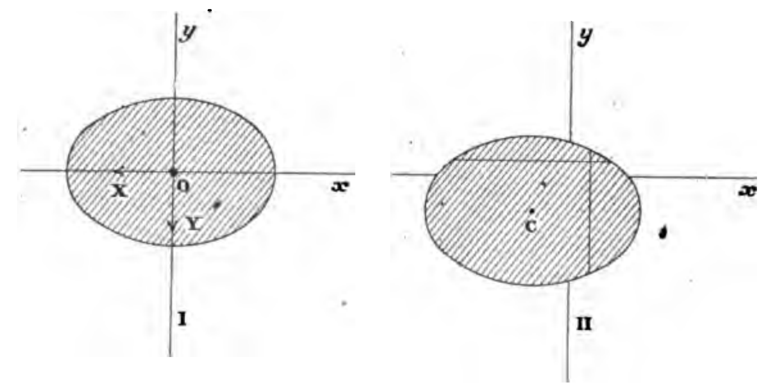


Fig. 115.

Sur l'écran E sont tracées deux lignes rectangulaires Ox, Oy.

On les regarde en plaçant l'œil derrière le trou T.

En S est un support évidé contre lequel on applique la lentille; il ne gêne pas la vision des lignes Ox, Oy.

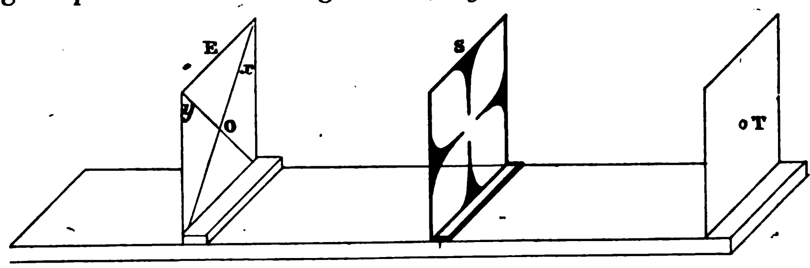


Fig. 116.

Si le centre optique est exactement sur la ligne TO, les droites de repère vues de part et d'autre de la lentille et leurs images à travers la lentille sont respectivement dans le prolongement les unes des autres (fig. 115, I).

Sinon, le phénomène est représenté dans la figure 115, II.

Quand la lentille (à faces sphériques; peu importe la forme du pourtour) est convergente, le déplacement des images est en sens inverse du déplacement de la lentille. C'est le cas de la figure 115.

Pour passer de I' à II, on a mû la lentille vers le bas et vers la gauche; les images se sont déplacées vers le haut et vers la droite.

C'est l'inverse pour une lentille divergente.

L'appareil permet quelquefois de marquer automatiquement le centre : on imaginera aisément un mécanisme approprié.

C'est après avoir fixé la position du centre et par rapport à lui, qu'on donne aux lentilles la forme ovale choisie (*machine à conformer les verres;* voir mon Cours sur la *Construction...*)

2°. — Décentrage accidentel ou systématique.

Une lentille est un assemblage de prismes dont les angles varient d'une manière continue (§ 58).

A la distance h de l'axe, l'angle A du prisme équivalent est :

$$A = h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = \frac{h}{f(n-1)}.$$

La déviation angulaire est :

$$D = A(n-1) = h : f.$$

La déviation de *décentrage* exprimée en radians (autrement dit, l'effet prismatique de la lentille décentrée) est égale au quotient du décentrage par la distance focale.

Rappelons qu'en radian un degré vaut 0,01745.

Par exemple, un décentrage de 0,5 cm. pour un verre de 5 dioptries (20 centimètres de distance focale principale) donne une déviation de 0,025, soit environ un degré et demi.

Voici la même remarque sous une autre forme. On a :

en radians : $A = \frac{h}{f(n-1)}$;

en degrés : $A = \frac{h}{f(n-1)\,0{,}01745}$;

soit, pour $n = 1{,}53$; $A = 108\frac{h}{f} = 1{,}08.h.\varphi$.

Le produit du décentrage (en centimètres) par le numéro dioptrique donne donc à peu près l'angle du prisme équivalent (en degrés).

Dans le cas choisi ci-dessus :

$$h = 0{,}5 \qquad \varphi = 5; \qquad A = 1{,}08 \times 2{,}5 = 2^{\circ}{,}6.$$

3°. — Dédoublement des images.

D'une personne à l'autre, l'écartement des yeux varie. Pour éviter l'effet prismatique, il faut donc choisir des montures de besicles telles que les centres des logements des verres soient à la distance des pupilles quand elles visent un objet éloigné; il faut de plus que les verres soient centrés dans leurs logements. C'est pourquoi les

pince-nez seraient proscrits sans une sotte question d'esthétique conventionnelle. L'effet prismatique *latéral* n'a que peu d'importance; les muscles ont l'habitude de le compenser (louchage), par suite de ramener à l'unité les images rendues distinctes d'un objet. Mais si le binocle est incliné de manière qu'un verre soit plus haut que l'autre, l'effet prismatique dédouble les objets, sans que les muscles puissent le neutraliser par une différence d'inclinaison des yeux en hauteur.

Pour plus de détails, le lecteur se reportera à mon Cours sur la *Construction*... (jumelles de théâtre).

CHAPITRE V

LOUPE. LUNETTE. COLLIMATEUR

Loupe.

78. Position du problème.

L'œil ne voit nettement les objets qu'entre deux distances définies par le *punctum proximum* et le *punctum remotum.*

On appelle *accommodation* le mécanisme par lequel l'observateur modifie la structure optique de son œil de manière à projeter sur la rétine l'image nette de l'objet qu'il *regarde.*

J'étudie longuement l'accommodation dans mon Cours sur la *Vision.* Qu'il suffise de savoir que le *punctum proximum* est *en moyenne* à 25 cm. en avant de l'œil, et que pour l'œil dit NORMAL ou EMMÉTROPE le *punctum remotum* est à l'infini (voir chapitre X du présent volume.

Pour distinguer au mieux le détail d'un objet, il faut le voir sous le plus grand angle possible, par conséquent le rapprocher de l'œil. Mais l'image devient floue si l'objet est en deçà du *punctum proximum ;* la vision prolongée au voisinage de ce point (c'est-à-dire avec l'accommodation maxima ou quasi maxima) produit même une grande fatigue.

A la vérité, on remédie au défaut d'accommodation par la réduction du diamètre des cercles de diffusion (§ 75). Le lecteur vérifiera la possibilité de lire un texte placé très près de l'œil, s'il diaphragme la pupille en interposant devant l'œil une carte de visite percée d'un trou d'aiguille. Mais, outre que l'éclat de l'image est considérablement diminué, le procédé n'est qu'un moyen de fortune.

Le problème est le suivant : un objet est trop près pour que l'œil puisse s'accommoder dessus : obtenir de cet objet une image virtuelle plus éloignée, sans diminuer le diamètre apparent.

Il suffit d'intercaler entre l'œil et l'objet une lentille convergente, de manière que l'objet soit entre elle et son foyer.

Cette lentille prend le nom de *loupe.*

Soit L la lentille (fig. 117) : elle donne bien de l'objet AB une image virtuelle A'B', plus éloignée de l'œil que l'objet.

Reste à savoir comment varie le diamètre apparent de l'image.

Assimilons l'œil à une lentille convergente de centre optique O.

79. Puissance de la loupe.

1°. — Soit $D = \overline{OA'}$, $a = \overline{OC}$, les distances du centre optique de l'œil à l'image et à la loupe.

Soit $p = \overline{CA}$, la distance de l'objet à la loupe.

Soit $\overline{CA'} = D - a$, la distance de l'image à la loupe :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{D-a} = \frac{1}{f}.$$

p et D varient dans le même sens; quand on éloigne l'objet, l'image s'éloigne.

On a : $D = a$, pour $p = 0$; $D = \infty$, pour $p = f$.

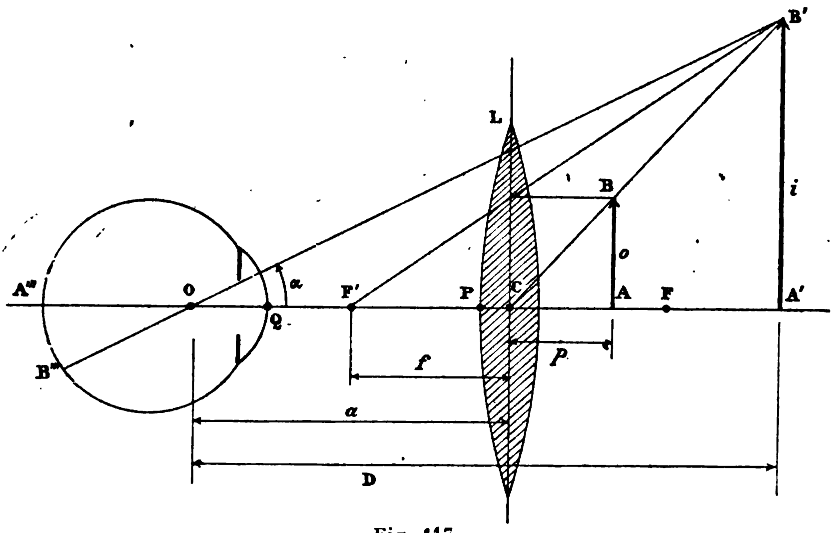


Fig. 117.

Deux quantités sont imposées f et a : la première est déterminée par le choix du verre; la seconde sert de paramètre à l'expérience.

On appelle *puissance* P de la loupe l'angle sous lequel on voit, à travers cette loupe, la longueur image qui correspond à l'unité de longueur objet.

Posons : $o = \overline{AB}$; on a : $P = \alpha : o$;

$$\alpha = \frac{i}{D}; \quad \text{d'où :} \quad P = \frac{1}{D}\frac{i}{o} = \frac{1}{D}\frac{D-a}{p}$$

$$P = \frac{1}{D}\frac{D-a+f}{f} = \frac{1}{f}\left(1 + \frac{f-a}{D}\right).$$

$f - a$ est la distance OF′ du centre optique de l'œil au foyer postérieur de la loupe (foyer de l'espace image).

2°. — Cas ordinaire.

La loupe a une petite distance focale, l'œil est près de la loupe. L'objet est placé près du foyer, de manière que l'image se forme assez loin de l'œil pour que l'accommodation soit sans fatigue.

La fraction $(f-a):D$ est alors négligeable vis-à-vis de 1 parce que D est grand par rapport à f, et parce que f et a diffèrent peu.

La formule devient :

$$P=\frac{1}{f}.$$

Où que l'image A'B' soit amenée, près du punctum proximum ou près du punctum remotum, *la puissance de la loupe est égale à sa convergence.*

Elle est indépendante de l'observateur.

3°. — AUTRE CAS PARTICULIER.

Quelles que soient la distance focale de la loupe *et sa distance à l'œil,* si l'objet est placé au foyer de la lentille, D est extrêmement grand; la fraction $(f-a):D$ est encore négligeable vis-à-vis de 1 : le déplacement de l'œil ne change pas le diamètre apparent de l'image.

C'est un fait connu des presbytes qui lisent leur journal avec une loupe de long foyer. Loin de rapprocher l'œil de la loupe, commodément ils placent la tête contre leur fauteuil et leur journal sur les genoux. Ils tiennent la loupe de manière que les caractères soient dans le plan focal; l'image virtuelle est à l'infini. Ils voient les caractères à très peu près sous le même angle qu'en plaçant l'œil à la distance $a=f$, pour laquelle on a rigoureusement $\alpha=1:f$. Ils perdent seulement un peu de lumière. Le champ est diminué : ils voient dans la loupe une étendue plus petite de leur journal.

Mais la diminution du champ quand l'œil s'éloigne, a une conséquence singulière : si l'angle sous lequel on voit les caractères reste le même, l'angle sous lequel on voit la loupe diminue : par suite les caractères grossissent *par rapport à la loupe.* Ce contraste augmente en apparence l'angle sous lequel on les voit.

80. Discussion de la formule donnant la puissance.

1°. — Pour fixer les idées, posons qu'il est pratiquement impossible (en raison de l'existence des montures, des paupières et des cils) de mettre la cornée à moins de 7 mm. du sommet P du verre.

D'autre part, la distance OQ est de l'ordre de 7 mm.

Il faut donc poser $a>14$ mm. : la distance a du centre optique de l'œil au centre optique du verre peut varier d'une quinzaine de millimètres à l'infini; a est évidemment toujours positif.

Ceci posé, discutons la formule donnant la puissance :

$$P=\frac{1}{f}\left(1+\frac{f-a}{D}\right).$$

D représente la distance de l'image au centre optique. Pour la vision nette D est compris entre deux valeurs D_p, D_r, qui sont les distances du *punctum proximum* et du *punctum remotum.*

D est compté positivement en avant de l'œil.

Pour le *myope,* D_p et D_r sont positifs; nous verrons que pour l'*hy-*

permétrope, D_r est négatif : l'œil hypermétrope peut voir nettement des objets virtuels.

Lorsque D varie de a (objet accolé à la lentille, image en coïncidence avec l'objet) à l'infini, P varie régulièrement de $1:a$ à $1:f$: c'est du reste évident *a priori*. Le sens de la variation dépend donc des valeurs relatives de a et de f (fig. 118).

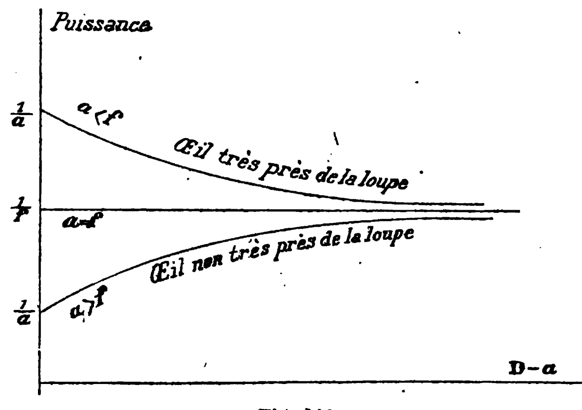


Fig. 118.

Trois cas à considérer.

a) *Centre optique de l'œil entre la lentille et son foyer : $a<f$.*

D'après ce que nous avons dit, cette condition n'est réalisable que si la loupe n'est pas très grossissante; sa distance focale doit dépasser 15 mm.

La puissance diminue régulièrement quand D augmente de a à ∞. On lui donne sa plus grande valeur pratique en mettant l'image le plus près possible de l'œil, c'est-à-dire au *punctum proximum*.

Avec l'œil *hypermétrope*, la discussion ne s'arrête pas pour $D=\infty$; D peut devenir négatif. La puissance continue à décroître à mesure que l'image virtuelle se rapproche de l'œil : la condition de puissance maxima reste la même.

b) *Centre optique de l'œil en coïncidence avec le foyer : $a=f$.*

La puissance est indépendante de la position de l'image.

c) *Centre optique de l'œil au delà du foyer : $a>f$* (fig. 117).

Cette condition est toujours réalisée si la lentille est très grossissante, si sa distance focale est inférieure à 15 mm. La puissance croît régulièrement quand D augmente de a à ∞. Il y a donc avantage à mettre l'image au *punctum remotum* pour l'œil myope, à l'infini pour l'œil emmétrope. La puissance continue à croître pour l'œil hypermétrope quand D devient négatif. La conclusion est la même pour tous les yeux : il faut amener l'image au *punctum remotum*.

On répétera les expériences au moyen d'une loupe de 4 cm. de distance focale, par exemple, qui permet de réaliser tous les cas. On fixera la position de l'œil au moyen d'un support sur lequel on appuiera le front et le menton. La loupe sera montée sur une glissière; dans chaque série d'expériences elle restera fixe. Une série consistera à déplacer régulièrement l'objet (monté sur une seconde glissière), du contact avec la lentille jusqu'à la position pour laquelle l'image est au *punctum remotum*.

On se rend aisément compte des variations de grossissement.

2°. — Théorie plus générale.

Dans ce qui précède, je suppose que la loupe est une lentille mince et que l'œil a un centre optique. Généralisons la théorie : le lecteur ne lira cette fin de paragraphe qu'après avoir étudié la théorie des lentilles épaisses et des systèmes centrés.

Le système optique auquel l'œil est équivalent, a ses points nodaux en N et N'. Le système optique que constitue la loupe, a ses plans principaux en H et H', ses points nodaux en n et n'. Ce qui

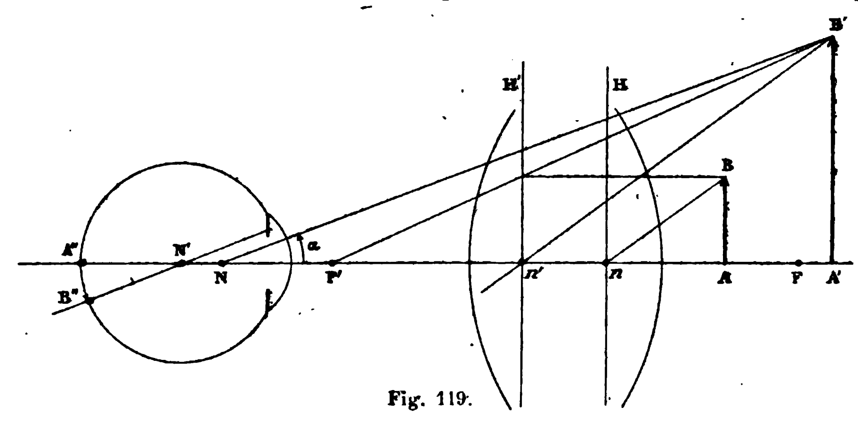


Fig. 119.

précède s'applique, à cela près que maintenant a est la distance du point nodal antérieur N de l'œil au plan principal H' postérieur de la loupe ; $f-a$ est la distance du point nodal antérieur de l'œil au foyer postérieur de la loupe.

Le point N se trouve à 8 mm. environ en arrière de la cornée.

La grandeur de l'image A″B″ sur la rétine est déterminée par l'angle des rayons N'A″ et N'B″ ; en raison de la propriété fondamentale des points nodaux, il est égal à l'angle α des rayons NA' et NB'.

81. Grossissement.

Une lentille est définie par sa distance focale principale, au moins pour la théorie élémentaire qui néglige la forme et l'épaisseur. Il semblerait donc naturel de caractériser commercialement une loupe par sa distance focale f, ou par l'inverse de celle-ci que nous avons appelé la *puissance*. Nous avons démontré ci-dessus qu'à travers la loupe, l'observateur voit l'unité de longueur de l'objet sous un angle qui ne s'écarte pas beaucoup de la valeur $\alpha = 1 : f$, dans les meilleures conditions d'utilisation.

Pour caractériser commercialement les loupes, on procède autrement et d'une manière dont il importe de bien comprendre la nature conventionnelle.

Sans loupe, l'observateur met l'objet au *punctum proximum* pour en distinguer au mieux le détail. Soit D_p la distance de ce point à l'œil : l'observateur voit l'unité de longueur sous l'angle :

$$\alpha' = 1 : D_p.$$

On appelle *grossissement* le rapport :

$$G = \alpha : \alpha' = D_p : f.$$

Il dépend de l'observateur : il est plus petit pour un myope que pour un emmétrope; il ne caractérise rien du tout.

Par convention, et pour sortir de cette indétermination, les opticiens ont inventé un œil *moyen* auquel ils ont imposé la distance OPTIMA DE VISION DISTINCTE $D_p = 25$ cm.; ils avaient même d'abord choisi 30 cm. *Le grossissement commercial d'une loupe est donc conventionnellement le quotient de 25 par la distance focale principale énoncée en centimètres.*

Le grossissement d'un verre d'un centimètre de distance focale est 25.

Il est clair que donner le grossissement pour une valeur D_p fixe conventionnelle, revient à donner la distance focale f ou la puissance $1 : f$. Mais le système commercial fournit des nombres plus grands et plus flatteurs sur un catalogue. Quand une convention est claire, quand elle est généralement adoptée, je ne vois pas l'utilité d'en changer; je ne suis pas parmi les imbéciles qui s'imaginent *faire avancer la Science* parce qu'ils ont modifié quelques appellations.

La formule : $G = D_p : f$ appelle une remarque.

Faut-il conclure qu'il est préférable de posséder un *punctum proximum* très éloigné, parce qu'alors l'emploi des loupes est plus avantageux? C'est comme de dire qu'il est préférable d'avoir un fort appétit parce qu'il est agréable d'assouvir sa faim. A quoi l'homme d'appétit médiocre répond qu'il économise le prix d'achat des aliments. Il est incontestable que, pour des acuités égales, un myope se passe de loupe quand un hypermétrope en est incapable. Je ne vois pas que ce soit une raison pour déclarer le myope supérieur ou inférieur à l'hypermétrope.

Ce sont là des questions oiseuses. Aussi bien quand un myope et un hypermétrope se servent de la même loupe, la discussion du § 80 montre que le myope n'est pas nécessairement avantagé.

REMARQUE. — Pour des observations de longue durée sur des objets qui peuvent être placés à une distance invariable de la loupe (micromètre d'un microscope, réticule d'une lunette), on amène systématiquement leur image au *punctum remotum,* de manière à ne pas fatiguer l'œil. Voici comment on procède : on regarde un objet éloigné de manière à relâcher l'œil; puis brusquement on regarde à travers la loupe : on doit voir avec netteté l'image de l'objet, avant que l'œil ait le temps d'accommoder.

82. Loupe de Stanhope. Doublets.

1°. — LOUPE DE STANHOPE.

C'est un cylindre de verre dont une des faces est sphérique; l'autre est généralement plane. Sur cette face on colle la microphotographie d'un paysage, d'un monument; elle apparaît très grosse quand on met l'œil en V.

La loupe n'ayant généralement que quelques millimètres de longueur (de manière que le grossissement soit énorme), l'objet est au foyer. Il est comme incorporé dans le verre; nous devons donc appliquer la formule du dioptre (voir plus loin § 100) :

$$\frac{n}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{n-1}{R}; \quad p'=\infty, \quad p=\frac{nR}{n-1}=3R,$$

pour $n=1,50$.

Par définition (définition arbitraire, mais commode), le grossissement est $25:f$. Si la distance focale est de 6 millimètres (ce qui correspond à un rayon CO de 2 millimètres, et à une microphotographie de 12,56 mm²), le grossissement est de $250:6=42$ environ. La microphotographie apparaît donc comme un cercle de 16,8 centimètres de diamètre, vu à 25 centimètres. C'est l'ordre de grandeur de la moitié d'une page du présent volume.

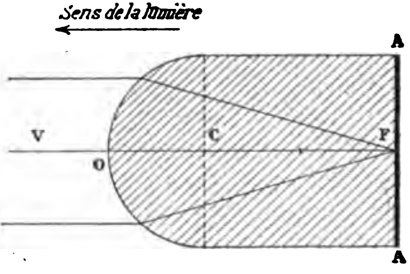


Fig. 120.

Cependant la loupe tient aisément dans le manche d'un porte-plume.

Les photographies microscopiques sont obtenues sur pellicules transparentes.

Nous avons dans la loupe Stanhope le premier exemple d'*immersion*. On dit qu'il y a *immersion* lorsque l'objet est comme incorporé à la matière du verre au moyen d'un liquide de même indice que ce verre. Dans le Cours sur la *Construction*... nous verrons quel rôle important joue l'immersion dans l'emploi des microscopes.

2°. — Doublet de Wollaston.

Il se compose de deux lentilles planconvexes, dont les faces courbes sont tournées vers l'œil.

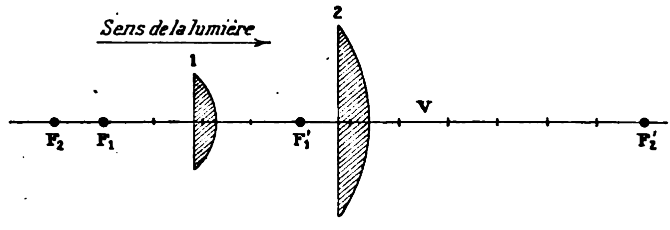


Fig. 121.

On prend pour symbole de l'appareil le double rapport :

$$f_1:d:f_2;$$

f_1, f_2, sont les distances focales des deux verres; d est la distance de leurs centres optiques. Le symbole est ici :

$$2:3:6.$$

Le rayon de courbure de la face courbe d'une lentille planconvexe est à peu près la moitié de la distance focale principale (§ 72) : l'aspect du doublet est donc celui de la figure 121.

Les lentilles sont dans une monture à vis qui permet de les rapprocher plus ou moins et de diminuer ainsi les aberrations.

3°. — Doublet Chevalier.

Il se compose de deux lentilles de même distance focale, planconvexes comme dans le doublet Wollaston, tournées de même, mais très rapprochées l'une de l'autre et séparées par un diaphragme percé d'une petite ouverture.

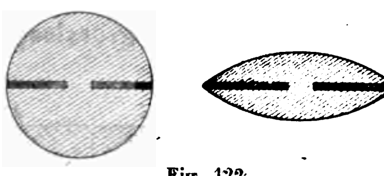


Fig. 122.

Il sert de microscope simple pour disséquer ou graver.

3°. — Loupes périscopiques.

L'artifice d'employer un diaphragme se trouve déjà dans les loupes périscopiques de Wollaston et de Coddington. On partage une lentille en deux suivant le plan médian; on recolle les morceaux après interposition d'un diaphragme percé. Pour éviter les réflexions, il est préférable de scier une rainure, qu'on remplit d'un corps opaque. Quand la lentille est sphérique, les aberrations sont supprimées, puisque les rayons admis sont quasi normaux aux surfaces.

On peut utiliser comme loupe un ballon plein d'eau.

83. Mesure des diamètres apparents. Expérience sur la vision binoculaire.

1°. — Voici une expérience bien simple que je prie le lecteur de répéter et de méditer. Sur une *glace* mince (morceau de verre assez régulier pour ne pas déformer les images par transmission) collons une graduation à traits équidistants. On trace des traits sur du papier quadrillé qu'on huile pour le rendre transparent; on peut encore se servir de papier calque.

Plaçons ce verre sur un support à la distance focale principale de la lentille L que nous coupons avec un diamant et *dont nous ne conservons que la moitié.*

Pour fixer les idées, soit GG $=7$ cm., $\overline{OA}=20$ cm.

L'angle α vaut alors 20°. La lentille est de 5 dioptries.

Plaçons la pupille moitié contre la lentille, moitié hors de la lentille, comme le montre la figure 123. Regardons les objets éloignés à travers la partie supérieure de la pupille, par transmission à travers la glace. Simultanément nous voyons la graduation à travers la partie inférieure de la pupille ; elle semble se projeter sur les objets à l'infini. Effectivement son image virtuelle est à l'infini.

Cette expérience est une application du § 67, à savoir, que nous pouvons diaphragmer comme il nous plaît une lentille (dans l'espèce le cristallin) sans changer la forme des images.

2°. — L'appareil peut servir à déterminer les diamètres apparents, *surtout à rectifier nos idées à cet égard.*

Commençons par étalonner notre appareil. Plaçons une règle de 2 mètres à 5 mètres. Elle est vue sous l'angle α (en degrés).

Rappelons qu'un degré à un mètre vaut 17mm,45. On a donc :

$$\alpha = \frac{2000}{5 \times 17{,}45} = 22^\circ{,}92 = 22^\circ\ 55' = 1\,375'.$$

Déterminons le nombre d'intervalles de la graduation que recouvre la règle.

De là nous déduirons immédiatement la valeur d'un intervalle en degrés ou minutes.

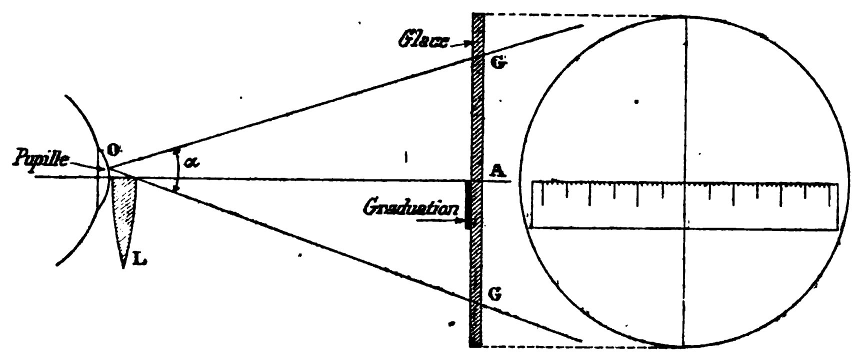


Fig. 123.

Une fois l'appareil étalonné, amusons-nous à deviner les angles apparents de certains objets, puis mesurons-les. L'expérience montre que nous faisons des erreurs grossières; *elles proviennent toujours de ce que nous estimons les angles apparents, connaissant la grosseur des objets.* Plus ils sont effectivement gros, plus nous surestimons les angles apparents.

3°. — Signalons enfin une bien curieuse expérience sur la vision binoculaire.

Dans ce qui précède nous n'utilisons qu'un œil. Recommençons en plaçant en L une lentille *entière, mais en ouvrant l'autre œil.* Les apparences sont identiques à ce qu'elles étaient. Nous recouvrons les objets vus par l'œil gauche (par exemple) au moyen de la graduation vue par l'œil droit. Il semble que nos deux yeux projettent leurs images sur le même écran que le cerveau regarde (voir mon Cours sur la *Vision*...).

Louchons : les deux images se déplacent l'une par rapport à l'autre, tout en conservant leurs grandeurs relatives. Même résultat si nous appuyons du doigt à travers la paupière sur le globe d'un des yeux.

4°. — Sur le principe précédent Soret a construit une *lorgnette goniométrique.* Elle ne diffère de l'appareil ci-dessus décrit que par le remplacement de la glace plane (très suffisante pour un champ de

20°) par un verre sphérique (un miroir d'éclaireur de microscope dont on a enlevé le tain). Deux graduations rectangulaires sont gravées dessus à la machine à diviser. L'appareil est utilisable jusqu'à 40° d'angle apparent. Il peut servir pour les observations météorologiques.

Collimateur et lunette.

Les collimateurs et lunettes sont traités tout au long dans mon Cours sur la *Construction... des Instruments de mesure et d'observation*. Je n'en dirai donc ici que le nécessaire pour fixer les idées.

84. Collimation[1] et collimateurs.

1°. — La *collimation* consiste à imposer à la ligne de visée une direction déterminée.

Les *collimateurs* fixent cette direction.

Une *erreur de collimation* est une erreur dans la direction de visée.

Comme il s'agit là de notions fondamentales, éclairons-les par la notion correspondante de *mire*.

On appelle *mire* un signal fixe (jalon, perche,...) vers lequel on dirige un instrument pour prendre une direction.

Le type de la mire est celle qui permet aux astronomes de retrouver instantanément le méridien. C'est généralement une croix tracée sur un pilier massif ou un rocher lointain.

La distance du signal doit être au minimum de 4 à 5 kilomètres.

Il s'agit de placer l'axe optique de la lunette méridienne (voir plus loin) dans le plan du méridien (qui est un plan vertical). Avec un niveau on fait en sorte que l'axe de rotation de la lunette (qui repose sur des piliers) soit horizontal; l'axe optique, rendu perpendiculaire à l'axe de rotation, décrit alors un plan vertical. Il ne reste plus qu'à faire tourner le système d'un angle convenable autour d'un axe vertical, pour que le vertical décrit par l'axe optique de la lunette soit le méridien. *C'est à quoi sert la mire lointaine.*

Malheureusement le signal lointain n'est visible que si le temps n'est pas *bouché*. La nuit, il ne l'est qu'autant qu'on l'éclaire; à la vérité, de l'Observatoire même ce n'est pas impossible par l'électricité; mais c'est une ligne de 10 kilomètres à surveiller, ligne dont la résistance est notable : d'où certaines difficultés pratiques. Sans parler de l'impossibilité d'entretien d'un signal non surveillé, exposé

1. Le mot *collimation* soulève un intéressant problème étymologique. Les anciens astronomes, qui écrivaient en latin (Képler par exemple), emploient dans le sens de *viser*, les uns le verbe *collimare*, les autres le verbe *collineare*. Littré nous apprend que *collimare* est une fausse lecture des manuscrits latins; conséquemment le mot *collimation* devrait céder le pas au mot *collinéation*, dont le sens est parfaitement clair. Les mots *collinéation* (*cum, linea*) et *alignement* (*ad, linea*) ont des sens identiques.

Le Dictionnaire Quicherat donne seul le verbe *collineare* dans le sens de *viser, diriger en visant : Collineare sagittam aliquo* (Cic.), Viser le but avec une flèche.

à la sottise du passant, toujours heureux de mal faire et se croyant un grand homme parce qu'il a gâché quelque chose... loin du gendarme : il faut toujours poser que le passant est un pleutre, au moins un imbécile.

2°. — On a donc été conduit à remplacer le signal lointain par une mire rapprochée. Mais la lunette ne pouvant viser que des objets lointains (une lunette astronomique a un tirage très petit et autant dire dont on ne sert jamais), il fallait trouver le moyen de substituer à la mire réelle une image à l'infini : *d'où le collimateur*.

Le collimateur est formé d'une lentille convergente L, de longue distance focale principale, scellée sur un pilier P, et d'une croisée de fils *ab* scellée au foyer de la lentille sur un second pilier P'. Pour qui

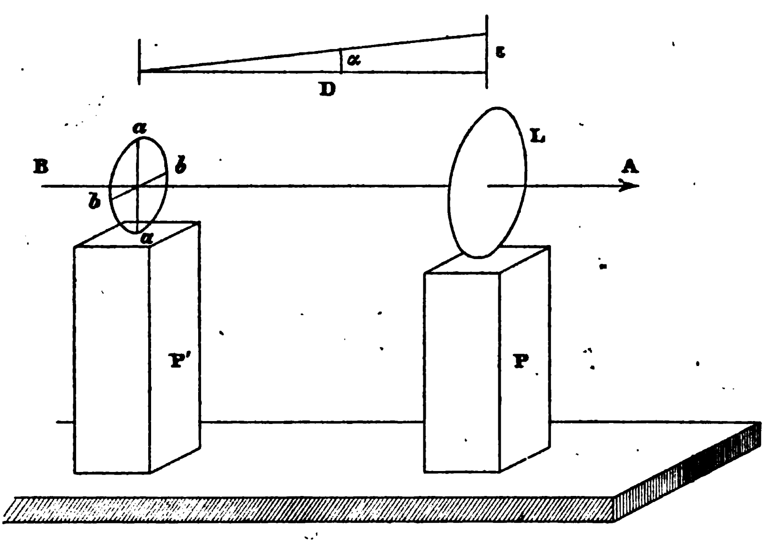


Fig. 124.

regarde d'un point à droite de la lentille L, tout se passe comme si la lentille et les fils n'existaient pas, mais comme s'il y avait des fils au loin dans la direction AB. Pour régler la lunette, il ne reste donc qu'à la placer dans un azimut tel que l'image des fils se fasse en un lieu convenable (voir plus loin) de son plan focal principal.

La direction AB, définie par la croisée des fils *aa*, *bb*, et par le centre optique de la lentille L, est d'autant mieux déterminée que la distance C des piliers PP' est plus grande : à un petit déplacement accidentel ε des fils ou de la lentille correspond un changement α dans la direction AB qui est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse de D. On a : $\alpha D = \varepsilon$.

On place donc le pilier P près de la lentille méridienne, et le pilier P' de 50 à 100 mètres de P, suivant le terrain dont on dispose.

Il faut que la lentille L ait une distance focale principale correspondante (de 50 à 100 mètres dans nos hypothèses).

85. Collimateurs transportables.

1°. — Pour rendre transportable le collimateur, nous fixerons la lentille au bout d'un tube; à l'autre bout nous installerons la croisée de fils. Pour faciliter le réglage nous monterons les fils sur un bout de tube entrant dans le premier; ce qui permet d'éloigner ou d'approcher les fils de la lentille, jusqu'à ce qu'ils soient dans le plan focal principal, c'est-à-dire jusqu'à ce que leur image soit à l'infini.

Pour fixer une direction, *pour déterminer une collimation*, nous scellons notre appareil dans la DIRECTION voulue. Peu importe la POSITION du collimateur : puisque par hypothèse l'image des fils se forme à l'infini, nous les voyons exactement dans la même direction, avant et après la *translation* du collimateur. Je prie le lecteur de bien méditer cette phrase; pour évident qu'en soit le sens, il ne le devient qu'après quelques instants de réflexion.

Il va de soi que si la translation du collimateur dépasse une certaine valeur, l'image des fils disparaît; mais la disparition se fait parce qu'aucun rayon ne tombe plus dans l'œil; qui jusqu'au bout voit les images dans la même direction.

2°. — REMPLACEMENT DES FILS PAR UN TROU OU UNE FENTE.

Arrivons enfin au collimateur *classique*.

a) Dans le plan focal principal de la lentille plaçons une plaque métallique percée d'un trou d'épingle. L'image de ce trou se forme à l'infini, sur la droite qui le joint au centre optique de la lentille.

Éclairons le trou : *de l'objectif du collimateur sort un faisceau de rayons parallèles.*

En effet, tout se passe comme s'ils émanaient d'un point à l'infini.

Fixer une direction par un objet lointain ou nous donner une direction par un faisceau de rayons parallèles, c'est donc identiquement la même chose.

b) A la place d'un trou, utilisons une fente.

Chaque point de la fente agit pour son propre compte; c'est dire qu'il donne à la sortie de l'objectif du collimateur un faisceau de rayons parallèles.

La fente fournit donc une infinité de faisceaux de rayons parallèles dont les directions sont parallèles à un plan.

Ce plan est défini par la fente et le centre optique de l'objectif.

Nous reviendrons tout à l'heure (§ 117) sur l'emploi du collimateur transportable.

86. Viseur.

Le viseur est constitué par une lentille (*objectif*) qui, des objets situés à une distance convenable, donne des images *réelles* dans un plan P qu'on regarde avec une loupe ou un doublet (*oculaire*).

L'objectif est monté au bout d'un tube; l'oculaire est monté sur un tube qui entre à frottement doux dans le premier, de manière à permettre un déplacement relatif de l'objectif et de l'oculaire (*tirage*). On peut ainsi modifier la distance à l'objectif du plan P qu'on

observe avec la loupe; corrélativement, on modifie la distance des objets dont les images sont le plus nettes. Amener dans le plan P les images de certains objets, c'est *mettre au point* sur ces objets.

Le plan P qu'on regarde, est ordinairement repéré par des fils qui forment le *réticule*. Je renvoie à mon Cours sur la *Construction* pour tout ce qui touche la disposition et l'obtention des réticules.

On comprend immédiatement que le même rapport de grandeur existant entre les dimensions des images dans le plan P, et celles des objets dans le plan conjugué par rapport à l'objectif, la comparaison des images permet la comparaison des objets. Tel est le principe de l'emploi métrique des viseurs. Par exemple, supposons que le plan P contienne une série de traits parallèles équidistants; si les images de deux objets situés à la même distance du viseur recouvrent l'une 3 intervalles, l'autre 5, nous concluons que les dimensions correspondantes de ces objets sont dans le rapport de 3 à 5.

Au § 10 nous avons utilisé cette propriété du viseur.

87. Lunette astronomique.

1°. — La lunette astronomique est un viseur qui regarde à l'infini. Elle sert à déterminer les directions : *c'est un collimateur retourné.*

On appelle *axe optique d'une lunette astronomique* la droite qui joint le centre optique de l'objectif à un certain point du plan focal principal, généralement repéré par la croisée de deux fils d'araignée rectangulaires (*réticule*).

On s'efforce de faire coïncider l'*axe optique de la lunette* et l'*axe optique de l'objectif; mais on n'y arrive jamais exactement,* parce qu'on ne possède aucun moyen précis de vérifier qu'il en est ainsi. Corrélativement, il importe peu que la coïncidence soit absolue, les points du plan focal principal voisins de la trace de l'axe optique de l'objectif jouissant à très peu près des mêmes propriétés que la trace.

La lunette astronomique définit donc la direction qui passe par le centre optique de l'objectif et par la croisée des fils du réticule. L'angle de deux directions (celles de deux étoiles pour préciser) est l'angle dont il faut faire tourner la lunette pour amener successivement les images des étoiles sur la croisée des fils du réticule.

2°. — C'est à l'abbé Picard (*Mesure de la Terre*, 1669) qu'on doit la substitution des lunettes astronomiques (*pinnules télescopiques*) aux anciennes *alidades à pinnules* qui fixaient la direction des astres par l'alignement d'un trou (*œilleton*) et d'une croisée de fil (ou d'une fente et d'un fil). Avant ce grand astronome, on visait les astres à peu près comme on vise avec un fusil. Il rendit à l'Astronomie un service éminent, qui fut bientôt complété par Auzout construisant le micromètre.

Ces inventions furent immédiatement acceptées, malgré certains scrupules qui nous paraissent aujourd'hui bien étranges. Pour fixer une droite, il faut deux points : dans la lunette on a bien

comme premier point réel la croisée des fils réticulaires; mais où se trouve le second point?

Picard explique qu'il est constitué par le centre de l'objectif.

Mais toute explication était inutile, puisque, en définitive, dans la mesure des angles, on ne fait qu'appliquer le principe que *les mêmes causes produisent les mêmes effets*. Puisque successivement on amène les images de deux points A et B au même endroit de l'appareil, il faut conclure que dans les deux opérations l'appareil, *quelle que soit sa constitution*, se trouve placé de même par rapport aux points A et B; par suite, l'angle dont il a tourné entre les deux pointés est précisément l'angle que font les directions définies par les points éloignés A et B.

Picard remarque avec raison qu'il importe peu que le verre objectif ne soit pas bien centré sur le tube; il distingue ainsi nettement l'*axe optique de la lunette* (définie par le centre optique du verre et les cheveux de son réticule) *de l'axe optique du verre* défini par les centres des surfaces sphériques qui le limitent.

La lunette de Picard était bien rudimentaire.

Elle se composait de deux lentilles (ni les objectifs achromatiques ni les oculaires à deux verres n'étaient inventés) disposées aux bouts d'un tuyau de fer-blanc. Sa longueur était d'un mètre environ. L'ouverture des lentilles était de 4 cm., à peu près le diamètre des verres ronds de besicles. C'était, comme on le voit, bien primitif.

Avec cet instrument Picard mesura les triangles de son canevas géodésique. Il trouva pour le rayon terrestre :

$$3269 \text{ mille toises} = 6371 \text{ kilomètres}$$

au lieu de 6377. Comme on le voit, ce n'est pas trop mal.

Que cette histoire serve de leçon pour ceux qui ne sauraient faire la moindre expérience sans tous les perfectionnements modernes. Ce qui était bon pour Picard leur semble méprisable. Mauvais ouvriers qui se plaignent toujours de leurs outils! Deux verres de quelques sous, du fer-blanc et un cheveu, voilà de quoi faire une lunette qui, *si l'on est habile*, donne le rayon terrestre au millième près!

87 *bis*. Viseurs pour armes de chasse ou de guerre.

Malgré que ces viseurs soient longuement recommandés dans le *Catalogue d'armes de Saint-Étienne*, il semble que personne en France ne se doutait, avant la guerre, que le procédé ordinaire de visée pour les fusils est grossièrement primitif. Aligner avec précision trois points qui sont de l'œil à des distances aussi différentes que 40 cm., 90 cm. et l'infini, est un problème que je considère comme insoluble, pour habitué que je sois à régler des appareils.

Tout le monde aurait pu savoir (les Allemands, eux, ne l'ignoraient pas) qu'on monte aisément sur un fusil un petit viseur qui permet, *l'arme appuyée*, de toucher le but *sans difficulté* avec la précision d'un astronome visant une étoile.

Bien entendu l'angle du viseur et de l'axe du canon est réglable par une hausse. On s'étonnait, au début de la guerre, que les tireurs boches fussent aussi habiles : avec un viseur, tout le monde en fait autant. Mais nos idiots de pontifes étaient trop occupés à supputer des *probabilités* et des *relativités,* pour s'occuper de choses aussi méprisables que d'ajuster des viseurs sur des fusils. Tristes crétins qui, tout en restant prudemment dans les ministères, ont trouvé le moyen de gagner la Croix de guerre.

Quoi qu'il en soit, voici les caractéristiques d'un tel viseur.

Le lecteur se reportera au § 127 et à la figure 164 (en haut).

La distance focale de la lentille objective est 15 cm., celle de l'oculaire est 6 cm. Le grossissement est $\beta : \alpha = 2,5$.

L'ouverture de la lentille 1 est 15 mm. Le champ est 0,1 ou 6°.

Le tube est en acier de 22 cm. de long, avec œillère en caoutchouc. Une molette de réglage sert pour la hausse.

Dans le plan focal principal commun aux lentilles est un disque de verre sur lequel sont tracés deux traits en croix. On amène le point visé sur l'intersection des traits.

Le grand accroissement de précision tient, non pas au grossissement, mais à la perfection de la visée, qui, je le répète, est impossible avec le procédé vulgaire. L'œil hésite à s'accommoder sur le guidon ou sur le cran de mire ; il est incapable de voir simultanément nets ces deux objets et le but (voir § 181). D'où une difficulté que les tireurs habiles résolvent, je le veux bien, mais que tout homme intelligent résout aussi bien qu'eux avec un viseur.

Le lecteur n'assimilera pas la visée *avec cran de mire et guidon,* et la visée *avec alidade à pinnules* telle que l'employaient les anciens astronomes. Cette dernière, beaucoup plus précise, donnait la minute, même la demi-minute; à des observateurs habiles. La ligne de visée est déterminée par une fente fine contre laquelle se trouve l'œil, et une croisée de cheveux à l'extrémité de l'alidade, fente et réticule portés par les pinnules.

On n'a plus que deux points à voir simultanément, dont le plus proche peut être mis à un mètre de l'œil. Même dans ce cas, l'expérience montre immédiatement que le cheveu et l'objet éloigné ne peuvent être vus simultanément nets.

CHAPITRE VI

CORRESPONDANCE HOMOGRAPHIQUE

Systématisons et généralisons les résultats du chapitre IV.

Donnons-leur une forme géométrique abstraite : nous obtiendrons la théorie d'une correspondance point par point de deux espaces, l'*espace objet*, l'*espace image*. L'APPROXIMATION DANS CE QUI SUIT EST LA MÊME QUE DANS CE QUI PRÉCÈDE; nous sommes toujours dans l'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE ÉLÉMENTAIRE. Tirons les conséquences d'une hypothèse simple purement géométrique, incontestable par définition; elles serviront de termes de comparaison pour les résultats plus compliqués que nous obtiendrons par la suite.

Voici d'abord quelques remarques sur la correspondance point par point dans un système de révolution.

88. Stigmatisme. Aplanétisme.

1°. — STIGMATISME.

Le problème des instruments d'optique a l'énoncé suivant : *Des rayons lumineux émanant d'un point, sont isogènes; s'arranger de manière qu'après la traversée de l'instrument, ils viennent passer par un point dit conjugué ou image du premier.* Le point lumineux est dit placé dans l'*espace objet;* l'image est dite placée dans l'*espace image.* Ces espaces ne sont différents qu'analytiquement; ils peuvent être et sont d'ordinaire physiquement identiques, et même l'un et l'autre indéfinis.

Quand il réalise la correspondance point par point d'une surface S de l'espace objet et d'une surface S′ de l'espace image, l'appareil est *stigmatique* (στιγμα, point) *pour la surface* S. La condition réalisée pour la surface S peut ne plus l'être pour une surface voisine S_1 : c'est même le cas général. *Elle peut n'être réalisée que pour un point.* D'ailleurs la correspondance point par point de deux surfaces S et S′ est pratiquement insuffisante; la *nature* de cette correspondance importe.

2°. — SYSTÈMES CENTRÉS.

Pour éviter les développements purement mathématiques, nous nous restreindrons aux *systèmes centrés,* c'est-à-dire *composés de surfaces de révolution autour du même axe, séparant des milieux d'indices différents.* Pour des raisons pratiques, ces surfaces sont

des sphères. Dans le cas des miroirs (qui rentre dans le cas général en posant le rapport des indices égal à — 1), ce sont parfois des paraboloïdes; on les obtient, non pas par des procédés mécaniques, mais par des retouches locales effectuées à la main.

Par raison de symétrie, si l'appareil centré est stigmatique pour un point A de l'espace objet, à ce point correspond un point A′ de l'espace image *dans le même plan passant par l'axe de révolution;* en effet ce plan *méridien* est de symétrie par rapport à l'appareil. Les rayons originairement dans ce plan n'en sortent pas; deux rayons originairement symétriques par rapport à ce plan conservent cette propriété dans les milieux successifs.

3°. — Aplanétisme.

Ceci posé, soit un plan P de l'espace objet, normal à l'axe de révolution; *c'est un plan de front.*

Ses points A sont définis par les coordonnées polaires θ, ρ, en prenant pour pôle la trace de l'axe de révolution.

Au plan P de front correspond, à travers l'appareil centré stigmatique pour ce plan, une surface image P′ qui, par raison de symétrie, est de révolution autour de l'axe de l'appareil.

Quand cette surface est plane, quand non seulement à tout point A du plan P de front correspond un point A′ (*stigmatisme* pour le plan P), mais quand à un plan P normal à l'axe correspond un autre plan P′ normal à l'axe, on dit que *le système est aplanétique pour le plan* P *ou que le champ est sans courbure.*

Au sujet du mot *aplanétique*, remarquons que, si sa forme rappelle la définition précédente, son étymologie lui donne un sens plus général. Il vient des deux mots grecs ἀ πλανήτης, et signifie *qui n'est pas errant, qui n'a pas d'aberration.*

Si la surface P′ conjuguée du plan P de front n'est pas un plan, on dit que le champ est courbe; cette courbure peut se concilier avec un stigmatisme parfait pour le plan P (§ 101).

89. Distorsion du champ.

1°. — Supposons l'appareil stigmatique et aplanétique pour un plan P normal à l'axe de révolution, c'est-à-dire pour un plan frontal P. Nous n'avons pas encore complètement défini la correspondance du point A objet et du point A′ image.

Par raison de symétrie, au point A (θ, ρ) du plan P correspond un point A′ (θ, ρ') du plan P′ : la coordonnée azimutale θ est la même. Mais il existe une relation quelconque : $\rho' = f(\rho)$, entre les rayons vecteurs.

Développons la fonction f en série; limitons le développement aux deux premiers termes :

$$\rho' = a^2\rho \pm b^2\rho^2. \qquad (1)$$

Si b^2 est nul, *l'appareil est stigmatique, aplanétique* (c'est-à-dire sans courbure) *et sans distorsion pour le plan frontal* P (fig. 125, I).

Si b^2 n'est pas nul, il y a *distorsion du champ*.

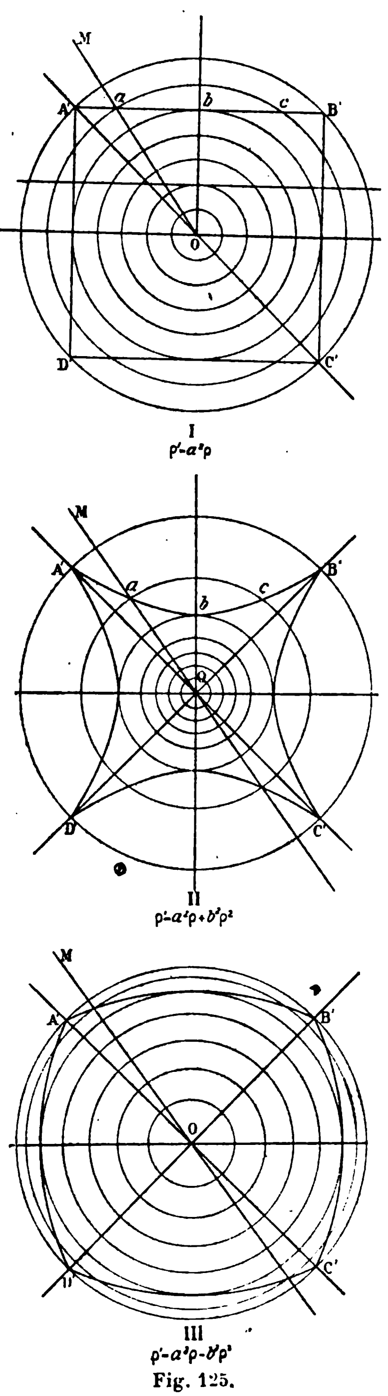


Fig. 125.

Une ligne droite AB servant d'objet, située dans le plan frontal P et ne passant pas par l'origine, n'a pour image une ligne droite que si $b^2 = 0$. Sinon elle est transformée en une courbe C présentant vers l'axe de révolution : sa convexité pour le signe + dans la formule (1), sa concavité pour le signe — : ce que nous allons démontrer.

2°. — Distorsion en coussinet, distorsion en barillet.

Pour construire la courbe C, traçons des cercles $\rho' =$ Constante correspondant à des valeurs de ρ croissant en progression arithmétique. A mesure que ρ croît, deux cercles consécutifs seront de plus en plus distants pour le signe +, de moins en moins distants pour le signe —.

Dans le plan objet (et *à une échelle différente* dans le plan image quand $b^2 = 0$) nous obtenons la figure I.

Traçons dans les plans objet et image des droites OA', OM, O*b*, faisant avec la droite de référence les mêmes angles θ. Les points conjugués se trouvent à l'intersection des cercles de même cote (ρ ou ρ') et des droites de même azimut θ. La droite AB, ou la droite A'*ab* de la figure I qui sert également comme plan objet, se transforme donc en une courbe A'B' tournant sa convexité ou sa concavité vers l'axe de révolution du système.

La distorsion de la figure II est dite en *coussinet;* la distorsion de la figure III est dite en *barillet*.

On cherche à réaliser le mieux possible des instruments centrés stigmatiques, aplanétiques et sans distorsion pour un certain plan frontal P.

On leur demande encore de posséder un champ et une ouverture suffisants.

On entend par là qu'ils doivent utiliser :

des rayons faisant avec l'axe de révolution des angles u assez grands : l'angle u mesure l'*inclinaison* du rayon ;

des rayons traversant l'appareil à des distances assez grandes de l'axe de révolution; ces distances mesurent l'*ouverture*.

Lorsque l'angle u est petit, les rayons sont dits *paraxiaux*.

Lorsque l'ouverture est petite, les rayons sont dits *centraux*.

90. Première approximation de Gauss.

Du point de vue purement géométrique, cherchons les propriétés d'une correspondance point par point établie entre deux espaces (espace objet, espace image) *de manière qu'une droite soit transformée en une droite, par suite un plan en un plan.* Bornons-nous à deux espaces de révolution autour de la même droite. Ils ne sont distincts que par convention; en réalité, ils occupent chacun tout l'espace.

Les espaces étant de révolution (*système centré*), à un plan de front P de l'un correspond un plan de front P′ de l'autre.

Le mode de correspondance dont nous considérons ici un cas particulier, est étudié sous le nom d'*Homographie* du § 356 au § 367 de mon Cours de *Mathématiques générales*. Aussi laisserai-je le mode d'exposition analytique et me bornerai-je aux constructions géométriques.

Les points, droites ou plans, qui se correspondent sont dits *conjugués*. Un plan peut être à lui-même son conjugué, sans que chaque point du plan soit à lui-même son conjugué. En particulier, un plan passant par l'axe (*plan méridien*) est son propre conjugué ; mais à un point de ce plan considéré dans l'espace objet, correspond généralement un autre point du même plan considéré dans l'espace image.

Même remarque pour une droite.

91. Cas particulier.

1°. — Construisons une théorie de la correspondance point par point sur les hypothèses suivantes.

Le système est de révolution (*centré*) ; il existe un plan de front H (*plan principal*) dont les points sont à eux-mêmes leurs conjugués ; enfin nous donnons sur l'axe de révolution le point F de l'espace objet qui est conjugué du point de l'axe à l'infini dans l'espace image ; nous donnons aussi le point F′ de l'espace image qui est conjugué du point de l'axe à l'infini dans l'espace objet.

Il est dès lors possible de construire le conjugué A′ d'un point A quelconque ; par conséquent la correspondance est déterminée.

De plus, elle est telle que nous le demandons ; elle fait correspondre une droite à une droite.

Il est d'abord évident par symétrie que si le tableau contient l'axe du système et le point A, il contient le point A′.

Menons la droite AD dans l'espace objet : le point D appartenant au plan principal est son propre conjugué.

La droite AD passe par le point de l'infini sur l'axe.

Donc la droite conjuguée de AD est DF′ dans l'espace image.

Menons la droite AFE : la conjuguée dans l'espace image passe par E et par le point de l'infini de l'axe : elle est donc parallèle à l'axe. Le point A′ est ainsi déterminé.

La figure rend évident que les images B′ de points quelconques B du plan de front passant par A sont dans le plan de front passant par A′, et que $\overline{PB}$ est proportionnel à $\overline{P'B'}$.

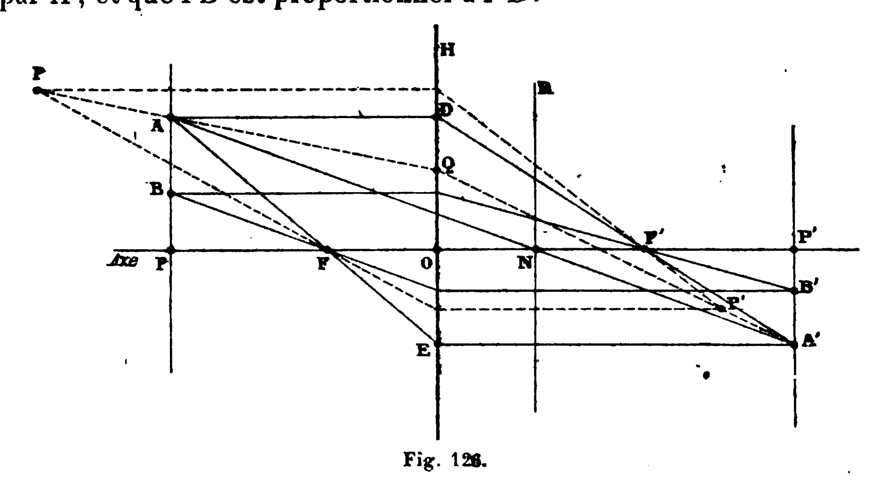


Fig. 126.

La distorsion est nulle : à une droite du plan de front objet correspond une droite du plan de front image.

La construction que nous venons d'utiliser suppose une partie de ce que nous avons à démontrer, à savoir, qu'à une droite dans l'un des espaces correspond une droite dans l'autre. Je laisse au lecteur le soin de parfaire la démonstration en prouvant qu'au point P situé sur une droite AQ quelconque passant par A, correspond un point P′ sur la droite QA′ passant par le conjugué A′ de A. La droite QA′ est conjuguée de QA. Cette démonstration légitime après coup l'hypothèse d'abord posée que AD a pour conjuguée DA′, que AE a a pour conjuguée EA′.

2°. — Formule.

Posons :

$\overline{OF}=f,\quad \overline{OF'}=f';\quad \overline{OP}=p,\quad \overline{OP'}=p';\quad \overline{PA}=o,\quad \overline{P'A'}=i.$

Les triangles semblables APF, OEF, d'une part,

DOF′, A′P′F′, de l'autre, donnent :

$$\frac{o}{i}=\frac{p-f}{f}=\frac{f'}{p'-f'}=\frac{p+(f'-f)}{p'-(f'-f)}.$$

D'où la formule fondamentale :

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1 \qquad (1)$$

REMARQUE.

Pour nous borner aux cas utiles, nous poserons que si F est à gauche de H, F′ est à droite de H, ou inversement.

En d'autres termes, f et f' sont de même signe.

Si $f = f' > 0$, nous sommes dans le cas des lentilles minces convergentes : si $f = f' < 0$, nous sommes dans le cas des lentilles divergentes.

Dans les cas des lentilles minces, le plan principal H coïncide avec le plan de la lentille.

Dans le cas où les deux faces de la lentille sont dans l'air, on a :

$$f = f', \qquad f - f' = \nu = 0;$$

le *point nodal* ou *centre optique* coïncide avec l'intersection de l'axe optique et du plan de la lentille.

92. Centre optique, point nodal.

1°. — Joignons A et A′. La droite AA′ coupe l'axe en un point N dont la position est indépendante du couple AA′ considéré.

C'est le *point nodal* ou *centre optique*.

En effet posons $\overline{ON} = \nu'$. On a :

$$\frac{o}{i} = \frac{p + \nu'}{p' - \nu'}; \quad \text{d'où :} \quad \nu' = f' - f.$$

ν' est donc une quantité bien déterminée, *indépendante du couple de points conjugués* considéré. On a :

$$\overline{OF} = f, \quad \overline{OF'} = f'; \quad \overline{FN} = f', \quad \overline{F'N} = f.$$

Il existe donc un point N tel que la droite qui passe par ce point, est sa propre conjuguée. Autrement dit, à une droite D de l'espace objet qui passe par ce point, correspond une droite D′ de l'espace image qui passe aussi par ce point et est parallèle à D.

2°. — Il résulte de là que le centre optique N est à lui-même son conjugué. Pour trouver sa position, dans l'équation :

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1,$$

posons $p = -p'$. En effet, les p et les p' sont comptés en sens inverses à partir du point O. Pour correspondre au même point, nous devons écrire qu'ils sont égaux et de sens contraires. D'où :

$$p = -p' \qquad p = f - f', \qquad p' = f' - f.$$

Dans la figure 126, on a $f < f'$; par suite, $p < 0$, $p' > 0$.

Le point nodal *objet* est à droite du plan principal, alors que la lumière est censée venir de la gauche : p est donc négatif.

Le point nodal *image* qui coïncide avec le premier, est du côté du plan principal où va la lumière : p' est donc positif.

93. Grossissement.

Le grossissement est le rapport $i : o$ d'une dimension de l'image située dans un plan de front, à la dimension correspondante de l'objet qui, par la nature même de la correspondance, est également situé dans un plan de front.

Pour que le grossissement rappelle par son signe que l'image est droite (signe +) ou renversée (signe —), nous posons, suivant la formule du § 67 :

$$-g = -\frac{i}{o} = \frac{f}{p-f} = \frac{p'-f'}{f'}.$$

CAS PARTICULIERS.

a) Pour $p=0$, $p'=0$, on a : $g=1$.

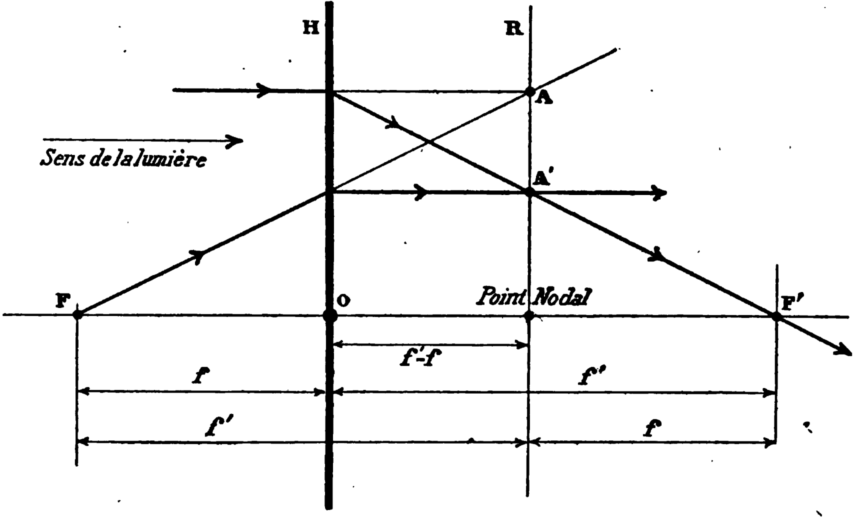


Fig. 127.

L'objet et l'image sont confondus dans le plan principal H.

b) Pour $p=-p'=f-f'$, on a : $g=f:f'$, $of=if'$.

L'objet et l'image sont tous deux dans le plan de front qui passe par le point nodal : *mais ils sont de grandeurs différentes*. Nous sommes dans le cas signalé à la fin du § 90 : le plan R est conjugué de lui-même ; mais, sauf le point N, ses points ne sont pas à eux-mêmes leurs propres conjugués.

C'est ce que la figure 127 montre à évidence.

Le produit d'une dimension de l'objet par la distance focale de l'espace objet, est égal au produit de la dimension correspondante de l'image par la distance focale de l'espace image.

c) Cherchons enfin la condition pour que le grossissement soit — 1 : les dimensions sont les mêmes, mais l'image est renversée.

Il vient immédiatement :

$$p=2f, \qquad p'=2f'.$$

Dans le cas des lentilles minces on a : $f=f'$.

Pour les deux premiers cas, les plans de l'objet et de l'image coïncident avec le plan de la lentille.

On a $p=p'=2f$, pour le grossissement -1.

94. Cas général.

1°. — Le cas général diffère à peine du cas précédent.

On fait glisser les deux espaces l'un par rapport à l'autre, de manière que les axes restent confondus.

Au lieu d'un plan H dont tous les points sont leurs propres conjugués, on a deux plans H et H', respectivement dans l'espace objet et dans l'espace image, et tels qu'à un point D de l'un corresponde un point D' de l'autre, dans le même plan méridien et à la même distance de l'axe (fig. 128).

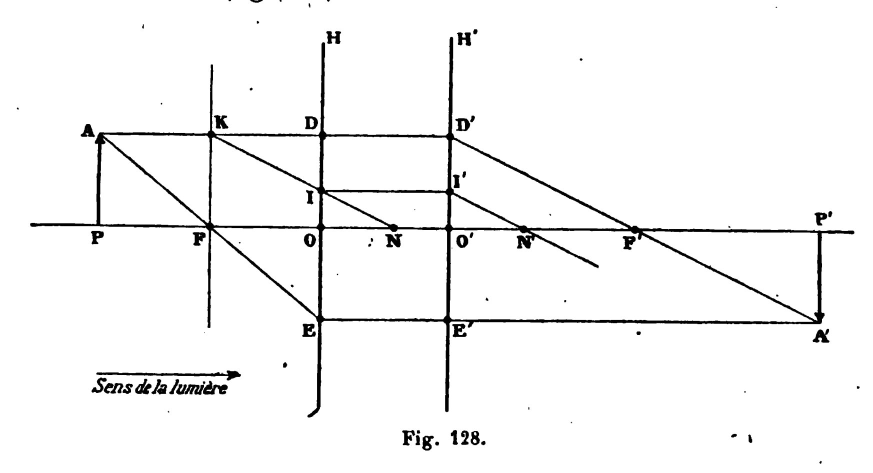


Fig. 128.

Au lieu d'un seul point nodal N, on en a deux N et N' conjugués : un rayon IN de l'espace objet, passant par N, est conjugué dans l'espace image d'un rayon parallèle I'N' passant par N'.

Le système optique est maintenant donné par les plans principaux H, H' et par les foyers F et F'. Pour nous borner aux cas utiles, nous admettrons comme plus haut que si F est à gauche de H, F' est à droite de H', ou inversement. Nous comptons les distances à partir de O vers la gauche pour l'espace objet (f est positif dans la figure 128), à partir de O' vers la droite pour l'espace image (f' est positif dans la figure 128).

2°. — Construction générale.

Pour construire le conjugué du point A, menons AD parallèle à l'axe. Au point D correspond D' tel qu'on ait $\overline{DO}=\overline{D'O'}$.

Le conjugué de AD doit en outre passer par F' : c'est donc D'F'.

Menons AFE. Au point E correspond E' tel que $\overline{EO}=\overline{E'O'}$.

Le conjugué de AF qui passe par F, est parallèle à l'axe : c'est donc E'A'. D'où le point A'.

C'est la même construction que plus haut, à la différence que le plan H est dédoublé.

Nous avons encore la formule :

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1.$$

3°. — Points nodaux.

Cherchons la position des points nodaux. Montrons qu'on a :

$$p=-\overline{\mathrm{ON}}=f-f', \quad p'=\overline{\mathrm{O'N'}}=f'-f.$$

Cela revient à prendre (indépendamment des signes) :

$$\overline{\mathrm{FN}}=f', \quad \overline{\mathrm{F'N'}}=f.$$

Pour cela, prenons le point K de l'espace objet dans le plan focal principal de cet espace. Construisons le conjugué D'F' du rayon KD ; par le point K menons KIN parallèle à D'F'. Nous déterminons ainsi un point N qui est le point nodal de l'espace objet.

Au point I correspond le point I'. Mais K étant dans le plan focal principal, son conjugué est à l'infini dans la direction D'F'. Donc le conjugué du rayon IN est I'N' qui lui est parallèle. Nous déterminons ainsi le point N' qui est le point nodal de l'espace image.

N et N' sont bien conjugués et tels qu'à tout rayon KN de l'espace objet correspond un rayon I'N' parallèle dans l'espace image.

On a évidemment par construction :

$$\overline{\mathrm{FN}}=f', \qquad \overline{\mathrm{F'N'}}=f.$$

Il est commode de rapporter les points N et N' aux origines O et O'. En grandeur et en signe, on a :

$$-\overline{\mathrm{ON}}=\nu=f-f', \qquad \overline{\mathrm{O'N'}}=\nu'=f'-f.$$

Dans le cas de la figure 128 :

$$f'>f, \qquad \nu<0, \qquad \nu'>0.$$

4°. — Grossissement latéral.

On appelle *grossissement latéral* le rapport de deux éléments de droites conjuguées prises dans deux plans de front.

Posons :

$$\overline{\mathrm{AP}}=o, \qquad \overline{\mathrm{A'P'}}=i\,; \qquad \beta=i:o.$$

Nous avons :

$$\beta=-\frac{f}{p-f}=-\frac{p'-f'}{f'}\,;$$

nous introduisons le signe —, de manière qu'à ce signe corresponde le renversement de l'image.

Quand le grossissement est positif, l'image est droite.

Dans le cas ordinaire où les distances focales sont égales, on a :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \qquad \beta=-\frac{p'}{p}\,;$$

formule évidente, puisque alors les points O et N, O' et N' coïncident.

5°. — PLANS PRINCIPAUX.

Les plans *principaux ordinaires* (*ou positifs*) sont définis par la condition :

$$\beta = 1, \qquad p = p' = 0.$$

Les plans principaux *négatifs* sont définis par la condition :

$$\beta = -1, \qquad p = 2f, \quad p' = 2f'.$$

En particulier une lentille convergente donne une image égale à l'objet, *mais renversée*, quand l'objet est distant de la lentille de 2 fois la distance focale principale.

95. Formule de Newton.

1°. — Transportons les origines des coordonnées aux foyers principaux. Comptons positivement dans les mêmes sens que plus haut; nous avons les relations :

$$x = p - f, \qquad x' = p' - f'.$$

La formule fondamentale :

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1, \quad \text{devient :} \quad xx' = ff'.$$

C'est la formule de Newton.

L'expression du grossissement devient :

$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}.$$

2°. — GROSSISSEMENT LONGITUDINAL.

Le *grossissement longitudinal* est défini par la formule :

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x} = -\frac{ff'}{x^2} = -\frac{x'^2}{ff'}.$$

Son signe est invariable, autrement dit, quand le point objet voyage dans le même sens d'un bout à l'autre de l'axe, le point conjugué se déplace dans un sens *invariable ;* la correspondance étant unique, il part du foyer de l'espace image et y revient à la fin de l'opération. Il saute brusquement d'un bout à l'autre de l'axe, quand le point objet passe par son foyer.

Réciproquement, quand le point image va dans le même sens d'un bout à l'autre de l'axe, le point objet part du foyer de l'espace objet, décrit l'axe dans un sens invariable, saute d'un bout à l'autre quand le point image passe par son foyer, et revient au foyer de l'espace objet à la fin de l'opération.

Dans tous les appareils centrés que nous utiliserons, l'objet et l'image se déplacent *dans le même sens*. Avec nos conventions de signes, cela signifie que le produit ff' est positif.

96. Inclinaisons des rayons.

1°. — Tous les rayons qui émanent d'un point A du plan focal

principal de l'espace objet (fig. 129) sont parallèles dans l'espace image. Définissons le point A par sa distance h à l'axe, et le faisceau émergent par l'angle u' qu'il fait avec l'axe.

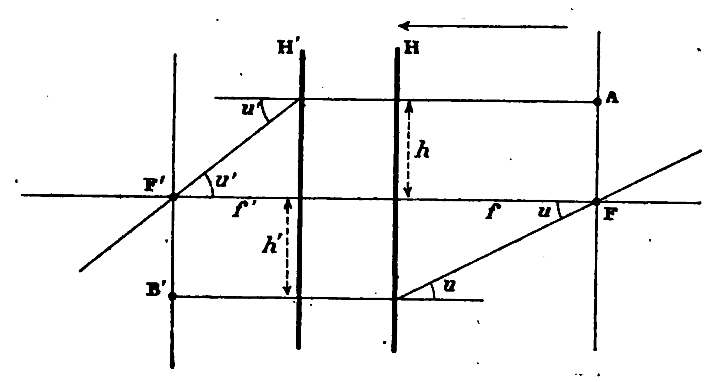


Fig. 129.

Il existe donc une relation bien déterminée entre h et u' :

$$h = f' . \operatorname{tg} u'.$$

De même entre la position d'un point image dans le plan focal principal de l'espace image et l'angle avec l'axe du faisceau incident dans l'espace objet, existe la relation :

$$h' = f . \operatorname{tg} u.$$

Comme f et f' sont susceptibles de signes, il faut donner à u et à u' des signes correspondants.

u et u' sont positifs si à la traversée du plan principal la déviation (précisément égale à u ou à u') casse le rayon vers l'axe.

2°. — Rapport de convergence.

Considérons deux points conjugués A et A' sur l'axe (fig. 130).

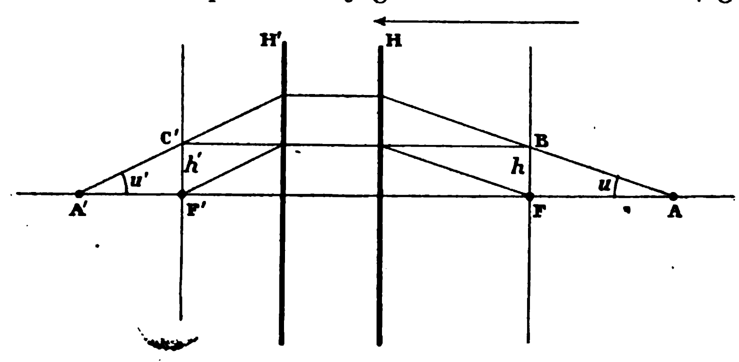


Fig. 130.

Soient u et u' les *inclinaisons* de deux rayons conjugués issus de ces points. On a :

$$h = (p - f) \operatorname{tg} u, \qquad h' = (p' - f') \operatorname{tg} u' ;$$
$$h = f' \operatorname{tg} u', \qquad h' = f \operatorname{tg} u.$$

Le *rapport de convergence* a pour définition :

$$\gamma=\frac{\mathrm{tg}\,u'}{\mathrm{tg}\,u}=\frac{p-f}{f''}=\frac{f}{p'-f''}.$$

On vérifiera la relation :

$$\beta\gamma=-\frac{f}{f''}.$$

97. Correspondance d'une série de milieux successifs.

1°. — Rapportons les deux espaces à des axes de coordonnées trirectangles parallèles. Prenons pour axe Ox, $O'x'$, commun l'axe de révolution, et pour origines O et O′ deux points conjugués.

Pour la correspondance générale ci-dessus définie, nous venons de trouver entre les coordonnées x, y, z ; x', y', z' de deux points conjugués quelconques, les relations :

$$x'=\frac{a_1x}{ax+d}, \quad y'=\frac{by}{ax+d}, \quad z'=\frac{bz}{ax+d}. \qquad (1)$$

Enfin le grossissement g défini au § 93 n'est pas autre chose que le rapport :

$$g=\frac{y'}{y}=\frac{z'}{z}.$$

Le lecteur vérifiera immédiatement qu'il est proportionnel au rapport $x' : x$.

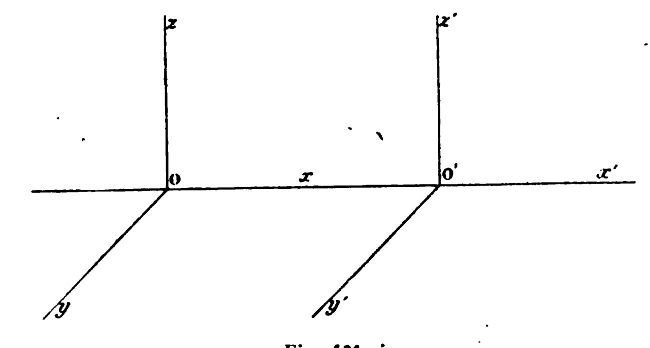


Fig. 131.

Les formules (1) résolues par rapport à x, y, z, conservent la même forme : c'est l'expression analytique du principe du retour des rayons.

Les relations (1) sont ce que deviennent pour un système de révolution les relations générales caractéristiques de l'homographie dans l'espace :

$$x'=\frac{A_1x+B_1y+C_1z+D_1}{Ax+By+Cz+D},$$

$$y'=\frac{A_2x+B_2y+C_2z+D_2}{Ax+By+Cz+D},$$

$$z' = \frac{A_3 x + B_3 y + C_3 z + D_3}{Ax + By + Cz + D},$$

Sur ces expressions on vérifie qu'à un plan correspond un plan, que par suite à une droite correspond une droite.

Résolues par rapport à x, y, z, elles conservent la même forme.

2°. — Démontrons le théorème fondamental : *Si les points* A *et* A′ *d'une part,* A′ *et* A″ *de l'autre, sont reliés homographiquement, les points* A *et* A″ *sont reliés homographiquement.*

Pour simplifier l'écriture, bornons-nous aux systèmes de révolution qui seuls interviennent en Optique.

Dire que A et A′ sont reliés homographiquement, revient à écrire :

$$x' = \frac{a_1 x}{ax + d}, \quad y' = \frac{by}{ax + d}, \quad z' = \frac{bz}{ax + d}.$$

Dire que A″ et A′ sont reliés homographiquement, revient à écrire :

$$x' = \frac{A_1 x''}{Ax'' + D}, \quad y' = \frac{By''}{Ax'' + D}, \quad z' = \frac{Bz''}{Ax'' + D}.$$

On a donc :

$$\frac{a_1 x}{ax + d} = \frac{A_1 x''}{Ax'' + D},$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{F}{x} + \frac{F'}{x'} = 1.$$

D'autre part, on a :

$$\frac{by}{ax + d} = \frac{By''}{Ax'' + D}, \quad \text{c'est-à-dire :} \quad by = \frac{a_1 x}{A_1 x''} . By'',$$

relation de même forme que celle dont nous sommes partis.

De même pour z et z''; ce qui démontre le théorème.

De ce théorème résulte que nous pouvons placer les uns après les autres sur le même axe de révolution autant d'appareils *centrés* que nous voulons. Si séparément ils conjuguent les points homographiquement, l'appareil résultant jouit de la même propriété : conséquemment il est défini par ses plans principaux et par ses foyers.

98. Association de deux systèmes centrés coaxiaux.

Nous connaissons les propriétés d'un système centré. On nous donne deux tels systèmes coaxiaux, il s'agit de les remplacer par un système unique. Le problème est possible, puisque deux systèmes homographiques à un troisième sont homographiques entre eux.

1°. — Position des foyers du système équivalent.

Cherchons d'abord la position des foyers F et F′ du nouveau système. Elle résulte d'un calcul effectué de proche en proche avec application de la formule :

$$xx' = ff'.$$

Le plan focal F est défini par sa distance σ au plan focal de l'espace objet du premier système (espace objet I). Le plan focal F' est défini par sa distance σ' au plan focal de l'espace image du dernier système (espace image II). Nous désignons par Δ la distance du plan focal image du premier système au plan focal objet du second.

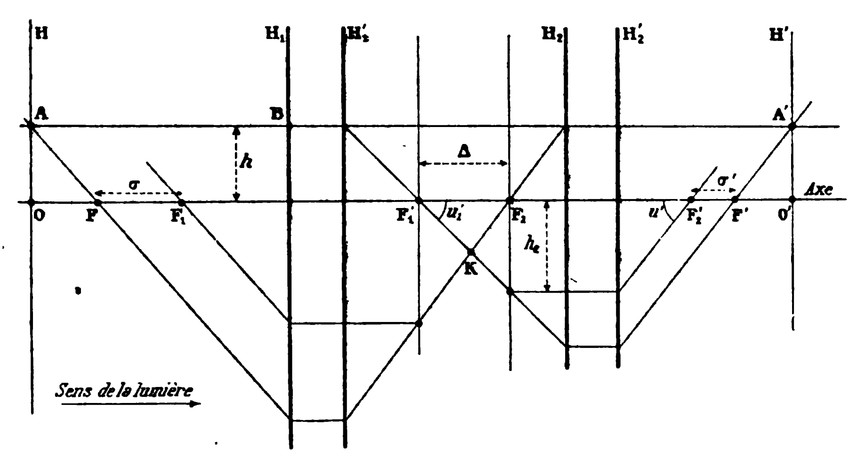


Fig. 132.

Dans la figure 132, σ, σ', Δ, sont positifs.

Prenons un point objet à l'infini à gauche. Son image est en F'_1. Elle sert d'objet pour le second système : son image est précisément le foyer F' de l'espace image du système résultant.

On a : $$\Delta\sigma' = f_2 f_2'.$$

Le foyer de l'espace objet du système résultant est défini par la condition que son image soit en F_2. D'où la relation

$$\Delta\sigma = f_1 f_1'.$$

2°. — Distances focales.

Pour déterminer les distances focales f, f', il faut connaître les plans principaux. Voici la marche qui résulte de la définition même. Nous prenons un rayon AB parallèle à l'axe dans l'espace objet du premier appareil, qui est aussi l'espace objet de l'appareil résultant; nous déterminons son conjugué après la traversée de l'appareil; le point A', intersection de ce conjugué avec le prolongement de AB, appartient au plan principal H' de l'espace image de l'appareil résultant (fig. 132).

Les calculs sont systématisés et abrégés par l'emploi des formules de convergence :

$$h = f'.\mathrm{tg}\, u', \qquad h' = f.\mathrm{tg}\, u; \qquad (1)$$

qui relient la distance à l'axe dans l'espace objet du système résultant et l'inclinaison dans l'espace image de ce système, ou inversement.

L'inclinaison u_1' du conjugué du rayon AB, dans l'espace image de l'appareil 1 est donnée par la formule :

$$h = f_1' . \operatorname{tg} u_1'.$$

Il coupe le plan F_2 à une hauteur :

$$h_2 = \Delta \operatorname{tg} u_1' = \frac{\Delta h}{f_1'}.$$

Donc son inclinaison dans l'espace image du système 2 (qui est aussi l'espace image du système résultant) est donnée par la formule :

$$h_2 = \frac{\Delta h}{f_1'} = f_2' \operatorname{tg} u', \qquad h = \frac{f_1' f_2'}{\Delta} \operatorname{tg} u'. \tag{2}$$

D'où par la comparaison de (1) et de (2) :

$$\overline{F'O'} = f' = \frac{f_1' f_2'}{\Delta}.$$

On trouverait de même :

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}.$$

On a l'habitude de compter les distances focales à partir des plans principaux vers les foyers; il faut donc poser :

$$f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}, \qquad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}.$$

Le problème est ainsi complètement résolu.

Il est évident que le même procédé de calcul de proche en proche s'applique à un nombre quelconque de systèmes.

Il est inutile de noircir du papier pour donner des formules *générales* qui ne servent jamais.

99. Théorème sur les distances focales d'un système quelconque.

Des relations établies ci-dessus on tire :

$$\frac{f}{f'} = \frac{f_1 f_2}{f_1' f_2'}.$$

Ajoutons un troisième système.

Soient F, F', les distances focales du système résultant. On a :

$$\frac{F}{F'} = \frac{f f_3}{f' f_3'} = \frac{f_1 f_2 f_3}{f_1' f_2' f_3'}. \tag{3}$$

Et ainsi de suite.

D'où la proposition suivante : *Si nous associons un nombre quelconque de systèmes dont les distances focales ont le même signe, les distances focales du système résultant ont le même signe.* En particulier nous savons que les lentilles convergentes ou divergentes ont

respectivement des distances focales de même signe; il en est donc ainsi pour les systèmes centrés formés avec ces lentilles.

Les distances focales sont les distances des plans principaux aux foyers : elles servent à situer les plans principaux par rapport aux foyers qu'il est toujours facile de déterminer par l'expérience.

D'où la proposition : *pour un système centré quelconque, les plans principaux sont respectivement l'un à droite, l'autre à gauche des foyers correspondants.*

Enfin la formule (3) montre que le rapport des distances focales du système résultant dépend des distances focales des systèmes composants, *mais non des positions relatives de ces systèmes.*

CHAPITRE VII

DIOPTRE

100. Dioptre.

1°. — On appelle *dioptre* le système formé par deux milieux d'indice n_1 et n_2, séparés par une surface sphérique. Montrons qu'un point lumineux A du milieu 1 a une image dans le milieu 2 (image réelle ou virtuelle sur le diamètre AC), si les rayons émis par A font un petit angle avec AC.

L'image d'un point A est sur la droite AC qui joint le point A au centre du dioptre, puisque le rayon AC issu de A est normal au dioptre : il n'est pas dévié par la réfraction.

Soit R le rayon du dioptre.

Raisonnons dans l'hypothèse $n_2 > n_1$.

Les angles i_1 et i_2 sont petits; la formule de Descartes

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2, \qquad \text{devient :} \qquad n_1 i_1 = n_2 i_2.$$

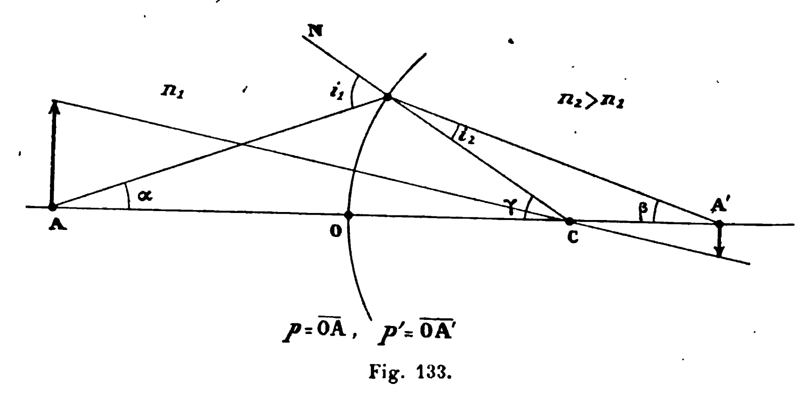


Fig. 133.

Avec les conventions de signes et les notations du § 61, on a :

$$R\gamma = p_1\alpha = p_2\beta, \qquad \gamma : (1 : R) = \alpha : (1 : p_1) = \beta : (1 : p_2).$$

D'ailleurs : $\qquad \gamma = i_2 + \beta, \qquad i_1 = \alpha + \gamma;$

d'où : $\qquad n_1(\alpha + \gamma) = n_2(\gamma - \beta).$

Remplaçons les angles par les quantités proportionnelles; il vient la formule :

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \qquad \text{qu'on peut écrire :} \qquad \frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1. \qquad (1)$$

C'est la formule du dioptre. Elle est indépendante de l'angle α qui détermine le rayon utilisé; d'où l'existence d'une image A'.

Dans les notations du § 69, nous pouvons écrire :

$$q_1 + q_2 = Q.$$

La somme des courbures optiques des ondes incidente et réfractée est égale à la courbure optique du dioptre.

Les distances focales principales sont :

espace objet : $f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$, espace image : $f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$.

On a dans tous les cas : $\frac{f_1}{n_1} = \frac{f_2}{n_2}$.

Les distances focales sont de même signe : pour le sens de la lumière de gauche à droite, si F_1 est à droite du plan H qui est le plan tangent du dioptre ($f_1 > 0$), F_2 est à gauche de ce plan ($f_2 > 0$), ou inversement.

Les distances focales sont entre elles comme les indices des milieux correspondants.

2°. — Les figures 134 et 135 représentent les deux cas possibles : le centre de courbure est dans le milieu le plus réfringent ou dans le milieu le moins réfringent.

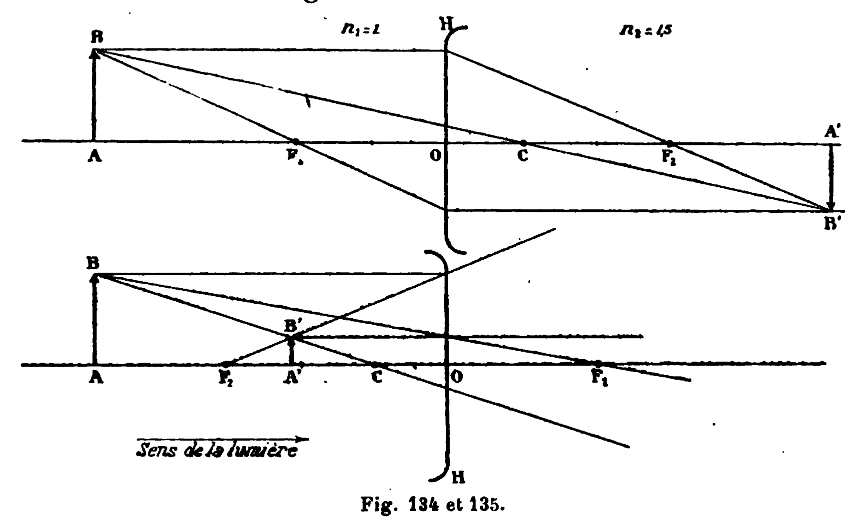


Fig. 134 et 135.

Nous sommes dans le cas particulier du § 91 : les plans principaux généralement distincts sont ici confondus; de même les points nodaux. Le point nodal est le centre de courbure.

Déterminons le point nodal par la condition que deux points conjugués sur l'axe soient confondus :

Reportons-nous à la figure 134.

$$p_1 = -p_2, \quad p_1 = f_1 - f_2, \quad p_2 = f_2 - f_1.$$

Considérons C comme étant dans l'espace objet dont l'indice est supposé le plus petit; $p_1 < 0$: le point nodal objet est virtuel.

Considérons C comme étant dans l'espace image dont l'indice est supposé le plus grand; $p_2 > 0$; le point nodal image est réel.

Naturellement nous déterminons ainsi le même point.

Si nous intervertissons le sens de la lumière, l'espace objet devient espace image : c'est au tour du point nodal objet d'être réel et du point nodal image d'être virtuel.

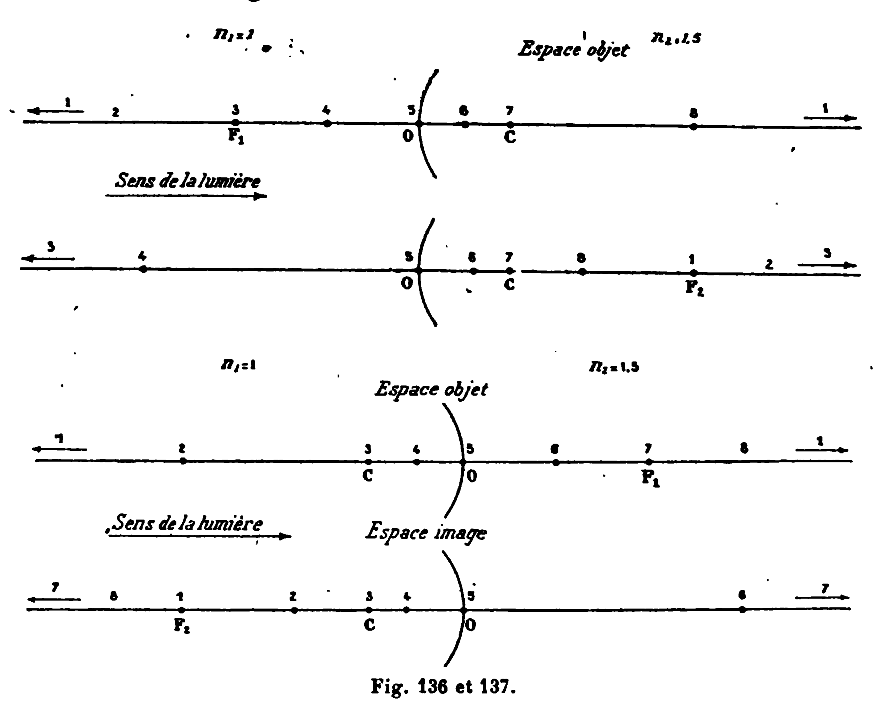


Fig. 136 et 137.

Les figures 136 et 137 représentent à notre manière habituelle la correspondance des points des deux espaces.

Si l'on change le sens de la lumière, on intervertira les rubriques *espace objet* et *espace image*.

101. Image d'un plan de front. Aplanétisme et courbure du champ.

1°. — D'après la théorie purement géométrique que nous venons de donner (théorie qui s'applique exactement aux rayons peu inclinés sur l'axe et tombant sur le dioptre à petite distance de la trace de la droite qui joint le point lumineux et le centre de courbure), à un plan de front correspond un plan de front.

Le grossissement est le rapport d'un segment de droite du plan de front image au segment correspondant du plan de front objet. Pour satisfaire à la convention que le grossissement soit positif quand l'image est droite, nous devons poser les formules équivalentes :

$$-G = -\frac{i}{o} = \frac{f_1}{p_1 - f_1} = \frac{p_2 - f_2}{f_2} = \frac{p_2 - R}{p_1 + R}.$$

Le grossissement est égal à 1 pour $p_1 = p_2 = 0$ (plan principal).

Il est égal à -1 pour $p_1 = 2f_1$, $p_2 = 2f_2$ (plans principaux inverses).

Nous allons revenir sur le cas du plan de front passant par le point nodal.

2°. — Quittons un instant la théorie purement géométrique, pour considérer le cas physique. Soit un dioptre D (fig. 138) dont le centre est en C. Diaphragmons par un écran percé d'un petit trou *que nous faisons coïncider avec le point C.*

La formule (1) s'applique à tout point A, puisque, grâce à la petitesse du trou, les conditions posées sont satisfaites : des rayons émis par A nous ne laissons passer que ceux qui sont très voisins de la droite AC, axe optique pour le point A.

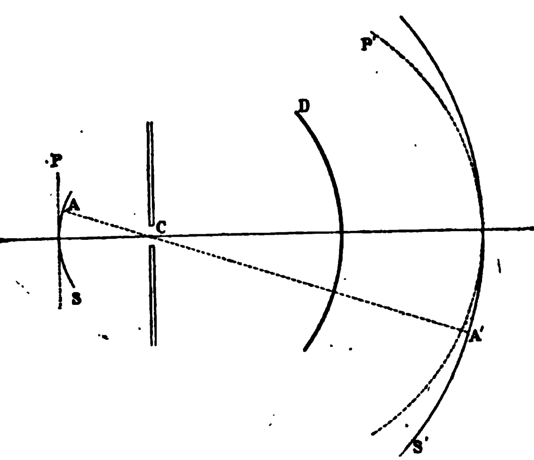


Fig. 138.

De la formule (1) résulte qu'à la surface sphérique S de centre C dans l'espace objet correspond une surface sphérique S′ concentrique dans l'espace image. Ces surfaces se correspondent stigmatiquement.

Si maintenant nous remplaçons la surface S par le plan P, la formule nous apprend que S′ est remplacée par une surface P′ *intérieure à* S′; par suite, elle ne peut être plane. Ainsi, en diaphragmant convenablement, nous pouvons bien obtenir que le dioptre soit un instrument stigmatique pour des rayons faisant entre eux un angle *quelconque, mais le champ est courbe.* Le plan P est reproduit stigmatiquement sur une surface P′ de révolution autour de la normale abaissée du point C sur ce plan.

Si on enlève le diaphragme, l'appareil cesse d'être stigmatique : les images sont floues; c'est dire qu'à un cône de rayons dans l'espace objet ne correspond plus un cône de rayons dans l'espace image.

102. Centre optique.

1°. — Le centre optique est le centre de courbure du dioptre.

Rappelons les formules :

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1, \quad f_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}, \quad f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}.$$

Le centre optique est défini par les formules :

$$p_1 = f_1 - f_2 = -R, \quad p_2 = f_2 - f_1 = R.$$

Le plan de front mené par le centre optique est à lui-même son conjugué; mais ses points ne sont pas à eux-mêmes leurs conjugués; autrement dit, le grossissement n'est pas égal à 1. On a :

$$G = -\frac{f_1}{p_1 - f_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

L'image est droite.

Soient i et o les dimensions correspondantes de l'image et de l'objet; on a :

$$in_2 = on_1,$$

le produit de la grandeur du segment par l'indice correspondant est constant.

2°. — Voici des expériences qui vérifient ces très curieuses propriétés.

Soit R une règle divisée, en millimètres par exemple.

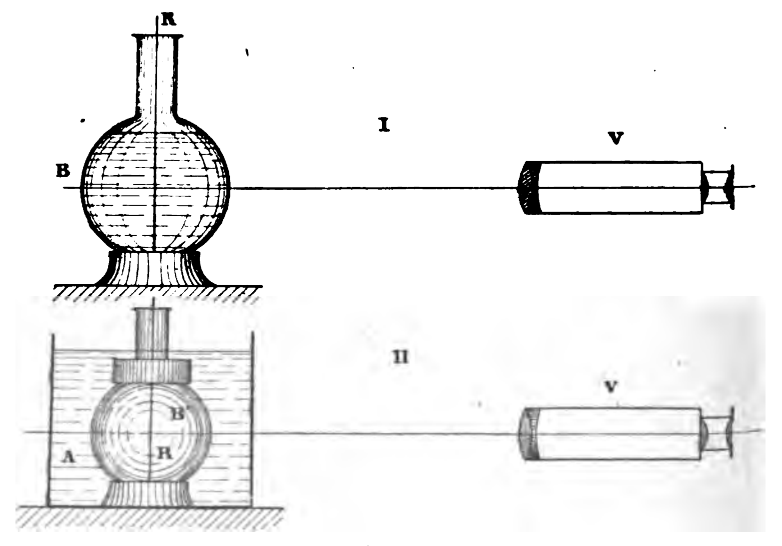


Fig. 139.

Plaçons-la verticalement, à un mètre d'un viseur par exemple, *dans l'axe d'un ballon vide;* réglons le viseur de manière à voir nettement les traits.

Nous les voyons à peu près comme si le ballon n'existait pas.

Comptons le nombre de traits qui sont dans le champ du viseur.

Ceci fait, remplissons le ballon d'eau,

Nous constatons que les traits sont encore visibles avec la même netteté *sans modifier le tirage du viseur.* Donc l'image à travers le dioptre coïncide avec l'objet.

Mais nous voyons maintenant dans le champ un nombre plus petit d'intervalles de la graduation.

Si, par exemple, avec le ballon vide le champ correspondait à $N_1 = 20$ divisions de la règle, il ne correspond plus avec le ballon plein qu'à $N_2 = 15$ divisions.

La longueur objet N_2 qui est dans le milieu d'indice $n_2 = 1{,}33$, a pour image la longueur N_1 dans le milieu d'indice $n_1 = 1$.

On doit avoir : $N_2 n_2 = N_1 n_1$; d'où : $N_1 = 1{,}33 . N_2$.

3°. — Nous pouvons faire l'expérience d'une autre manière.

Installons devant le viseur un vase A à parois de glaces, plein d'eau. Disposons une règle R verticalement, pointons dessus le viseur, enfin déterminons comme plus haut le nombre de divisions qui remplissent le champ. Enlevons la règle, installons un ballon *vide* et redisposons la règle au même endroit que précédemment.

Elle nous apparaît avec la même netteté (preuve que l'image à travers le dioptre coïncide avec l'objet), mais les traits sont plus rapprochés, il y en a plus dans le champ : l'image est donc plus petite que l'objet. On vérifiera que c'est dans le rapport 3 : 4.

Je laisse au lecteur le soin de faire les constructions correspondantes. Il utilisera le plan tangent au sommet du dioptre, comme nous allons le montrer ci-dessous. En effet, pour que la figure soit à l'échelle, on doit prendre le rayon de la sphère relativement petit; sa courbure est grande : les constructions effectuées avec la sphère comme surface limite n'ont absolument aucun sens.

Au reste, la figure 140 donne la construction pour le cas 2°; le grossissement est : $g = \overline{Cb} : \overline{Ca}$.

103. Objets vus dans un ballon plein d'eau. Influence des bulles dans le verre.

1°. — Un objet placé dans un ballon de verre plein d'eau (un poisson rouge, par exemple) paraît grossi.

L'indice de l'eau étant 4 : 3 très approximativement, les distances focales sont :

$$f = 4R, \qquad f' = 3R.$$

Pour les constructions, nous remplaçons le dioptre par le plan tangent H : *il est entendu qu'elles ne valent que pour un mince faisceau presque parallèle à* FF'.

Si l'objet *o* est au delà du centre, l'image *i* est droite, plus grande et plus éloignée.

Si l'objet est entre C et O, l'image est droite, plus grande et plus rapprochée.

L'œil étant supposé quelque part en V, l'image correspond toujours à un angle apparent plus grand que l'objet.

Si l'objet a des dimensions notables, il paraît complètement déformé.

2°. — Nous pouvons avoir plusieurs dioptres successifs. Nous calculerons la position des images de proche en proche; je reviens longuement là-dessus dans les paragraphes suivants. Pour l'instant, étudions les phénomènes que produit une bulle gazeuse de rayon R incluse dans un verre d'optique (fig. 140, à droite) : montrons (ce qui est capital) qu'elle joue le rôle d'un petit écran.

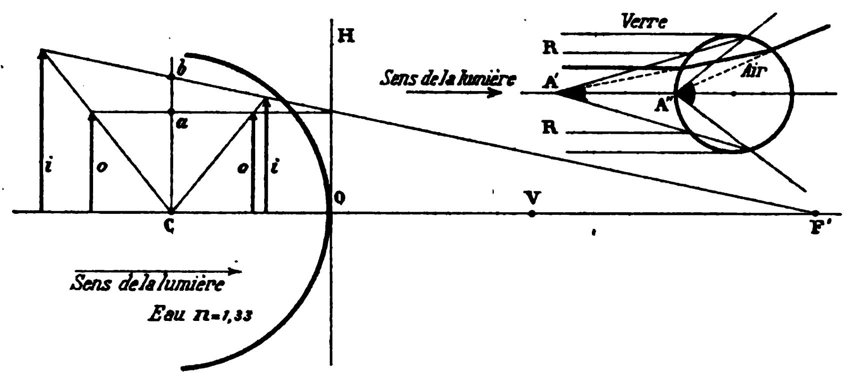


Fig. 140.

Supposons le faisceau incident composé de rayons parallèles.

Prenons l'indice du verre $= 1,5$.

Les rayons marginaux au delà du rayon R sont réfléchis totalement; seuls pénètrent dans la bulle les rayons formant le cylindre circulaire plein d'axe A'A" et passant par les rayons R.

Calculons la marche des rayons centraux.

Le premier dioptre verre-air a pour foyer virtuel de l'espace image le point A', à la distance $\overline{A''A'} = 2R$ du sommet A" du dioptre.

Le point A' joue le rôle d'objet réel par rapport au second dioptre air-verre.

La formule à appliquer est :

$$\frac{2R}{p_1} + \frac{3R}{p_2} = -1.$$

On a : $p_1 = 4R$, $p_2 = -2R$.

L'image A" est sur la sphère.

En définitive, une partie des rayons incidents est réfléchie; l'autre diverge à tel point que son rôle devient nul. Tout se passe en pratique comme si la petite bulle était remplacée par une sphère opaque de même rayon. La transparence du verre est diminuée d'autant, sans que ses autres qualités optiques soient sensiblement modifiées.

104. — Formule des lentilles minces dont les faces sont baignées par des milieux différents.

1°. — Le raisonnement est analogue à celui du § 70.

Pour le premier dioptre séparant les milieux d'indices n_1 et n_2, on a :

$$\frac{n_1}{p_1}+\frac{n_2}{p_2}=\frac{n_2-n_1}{R}. \tag{1}$$

Le troisième milieu d'indice n_3 est séparé du milieu 2 par une sphère de rayon R′. L'image A′ joue le rôle d'objet virtuel pour la seconde face de la lentille. On a donc :

$$-\frac{n_2}{p_2}+\frac{n_3}{p_3}=-\frac{n_3-n_2}{R'}=\frac{n_2-n_3}{R'}. \tag{2}$$

Additionnons les deux formules, il reste :

$$\frac{n_1}{p_1}+\frac{n_3}{p_3}=\frac{n_2-n_1}{R}+\frac{n_2-n_3}{R'}.$$

Nous retrouvons la formule des lentilles minces, en posant :

$$n_1=n_3=1, \qquad n_2=n.$$

Le lecteur vérifiera la nécessité du signe — dans le second membre de l'équation (2). Par convention, nous prenons positifs les rayons des faces d'une lentille biconvexe. Or, la formule (1) est établie dans le cas de la figure 134 ; si nous changeons la concavité en convexité, il faut changer le signe.

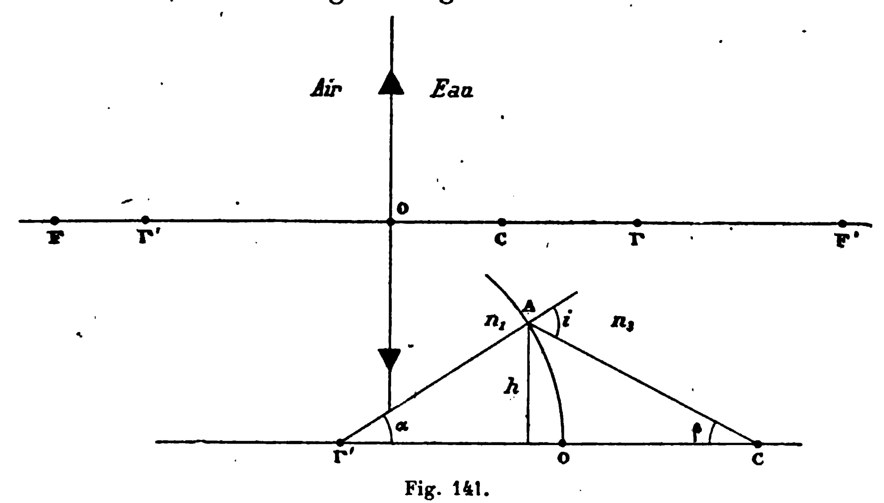


Fig. 141.

2°. — Centre optique.

Les distances focales principales f et f' sont données par les formules :

$$\frac{n_1}{f}=\frac{n_3}{f'}=\frac{n_2-n_1}{R}+\frac{n_2-n_3}{R'}.$$

Elles sont inégales. Il existe donc en C un *point nodal double* (centre optique) *qui n'est pas dans le plan de la lentille.* On a :

$$\overline{OC}=\gamma=f'-f, \qquad \frac{n_3-n_1}{\gamma}=\frac{n_2-n_1}{R}+\frac{n_2-n_3}{R'}.$$

Montrons directement l'existence de ce point nodal en utilisant la partie inférieure de la figure 141.

Pour abréger les calculs, supposons entre les milieux 2 et 3 une mince couche du milieu 1.

Un rayon issu de C tombe sur la surface de rayon R' sous l'angle :

$$i = \alpha + \beta = h\left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{\gamma}\right). \qquad (\overline{O\Gamma'} = R', \ \overline{OC} = \gamma).$$

L'angle i étant petit, la déviation est :

$$\delta = i - r = i\left(1 - \frac{n_3}{n_1}\right) = h\left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{\gamma}\right)\left(1 - \frac{n_3}{n_1}\right).$$

Le rayon rencontre alors un fragment de lentille qui est équivalent à un prisme d'angle (§ 58) : $\quad A = h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$

et qui donne la déviation (§ 49) : $\quad \delta' = h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right).$

Écrivons que les déviations se compensent :

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) = \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{\gamma}\right)\left(1 - \frac{n_3}{n_1}\right);$$

c'est-à-dire : $\quad \frac{n_3 - n_1}{\gamma} = \frac{n_2 - n_1}{R} + \frac{n_2 - n_3}{R'},$

qui est précisément la formule à retrouver.

3°. — Dans le cas du système air-crown-eau, on a :

$$n_1 = 1, \qquad n_2 = 1{,}53 \qquad n_3 = 1{,}33.$$

Pour une lentille biconvexe symétrique, on a :

$$f = 1{,}37.R, \qquad f' = 1{,}82.R; \qquad \gamma = 0{,}45.R.$$

Le rayon issu de C est relevé par la première réfraction qui a lieu censément entre l'eau et l'air (voir plus haut), puis rabattu d'une quantité égale par son passage à travers la lentille dont les faces baignent dans l'air. Les deux déviations se font au même point, puisque la lentille est très mince.

105. Formule des lentilles minces dont les faces sont baignées par des milieux identiques.

1°. — Posons : $\quad n_1 = n_3 = N, \quad n_2 = n.$

La formule devient :

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_3} = \left(\frac{n}{N} - 1\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

C'est la formule même des lentilles où l'indice n du verre est

remplacé par le rapport $n : N$ de l'indice du verre par celui du milieu ambiant. Les distances focales sont encore égales, mais elles sont plus grandes que pour la lentille placée dans l'air.

On a maintenant :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{N} - 1\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = \left(\frac{n}{N} - 1\right) k.$$

Prenons du crown léger $(n = 3 : 2)$ et de l'eau $(N = 4 : 3)$.

Le numéro de la lentille est dans l'air : $k : 2$,

— — l'eau : $k : 8$.

La distance focale est donc quatre fois plus grande lorsque la lentille est dans l'eau que lorsqu'elle est dans l'air.

2°. — L'expérience se fait commodément avec une éprouvette à pied E, ou mieux avec un tube fermé à sa partie inférieure par une glace plan-parallèle ; sous cette forme l'appareil nous servira plus loin.

On dispose la lentille sur un support. Avec un petit écran, on détermine le foyer F_1 dans l'air. On utilise un faisceau de rayons parallèles R_1, réfléchis par un miroir M_1. Ceci fait, on remplit le vase d'une solution de fluorescéine ou d'éosine, *de manière que la lentille soit complètement immergée;* le faisceau réfracté devient beaucoup moins convergent ; le foyer passe en F_2.

On observe directement le faisceau : dans l'air, en soufflant un peu de fumée de tabac ; dans la fluorescéine, grâce à la fluorescence.

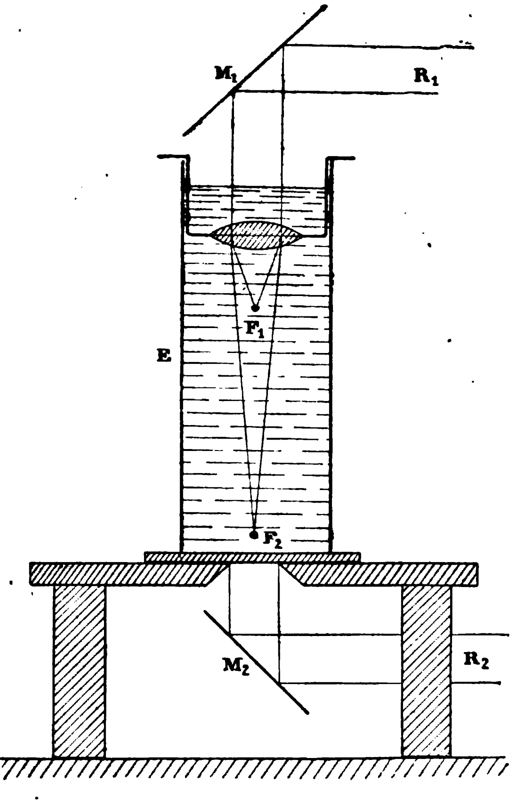


Fig. 142.

3°. — Mesure de l'indice du verre d'une lentille.

On a proposé de mesurer l'indice du verre d'une lentille en la plaçant dans un liquide de même indice, mélange de benzine $(n_D = 1{,}501)$ et de sulfure de carbone $(n_D = 1{,}629)$.

Entre une lunette et un collimateur réglés pour l'infini, on interpose une cuve à faces parallèles pleine du liquide. L'expérience consiste à introduire la lentille dans la cuve et à vérifier qu'elle ne

modifie pas l'image de la fente. Quand le résultat est obtenu, l'indice du mélange liquide est égal à l'indice du verre.

On mesure l'indice du liquide avec un réfractomètre quelconque (voir mon Cours sur la *Construction*...).

4°. — Milieux extrêmes différents.

Nous savons que les distances focales principales sont dans le rapport des indices des milieux extrêmes. On a (§ 104) :

$$\frac{n_1}{f_1}=\frac{n_2}{f_2}=\frac{n_2-n_1}{\mathrm{R}}+\frac{n_2-n_3}{\mathrm{R}'}.$$

Si les milieux extrêmes sont l'air et l'eau ($n=4:3$), la distance focale dans l'air est à la distance focale dans l'eau comme 3 est à 4.

Pour le montrer, remplissons le tube de l'appareil précédent de manière à ne mouiller que la face inférieure de la lentille. Pour obtenir les deux distances focales, on utilise le faisceau R_1, puis le faisceau R_2.

106. Lentilles épaisses. Cas d'une sphère.

Les effets d'un système quelconque de dioptres *centrés* (les centres des sphères sont sur la même droite ; le système est de révolution) sont calculables de proche en proche à l'aide des formules du dioptre ; l'image formée par le n^{me} dioptre sert d'objet pour le $n+1^{me}$.

Appliquons cette méthode au cas d'un ballon sphérique plein d'eau (indice $4:3=1,33$).

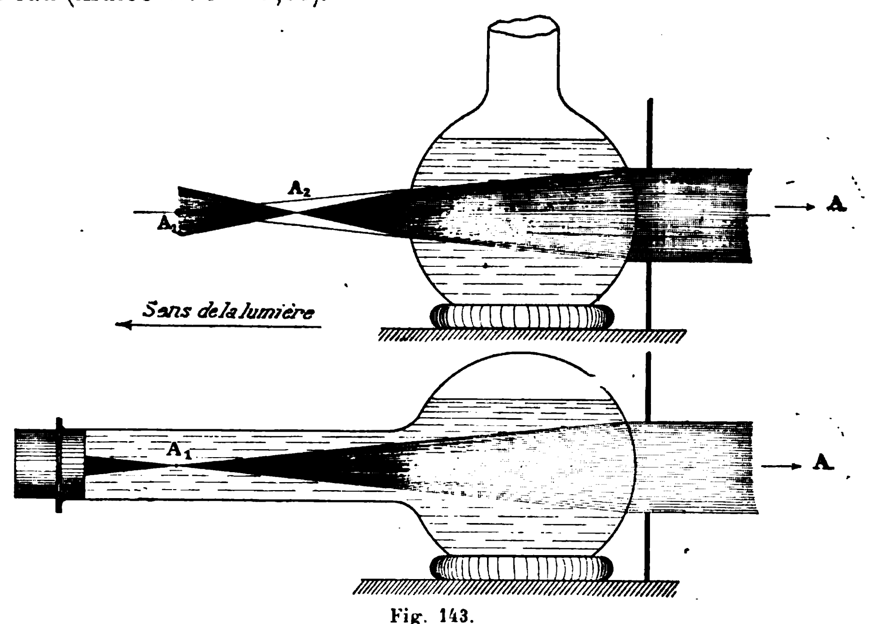


Fig. 143.

A travers le premier dioptre, le point A, très éloigné à droite, donne une image A_1 à la distance (fig. 143) :

$$p_1 = \frac{nR}{n-1} = 4R.$$

Cette image est distante du second dioptre de :

$$p_1 - 2R = R\frac{2-n}{n-1}.$$

Appliquons une seconde fois la formule, en remarquant que l'objet est virtuel et que la seconde face tourne sa concavité à la lumière.

La distance de l'image définitive A_2 est donnée par la formule :

$$-\frac{n(n-1)}{R(2-n)} + \frac{1}{p_2} = \frac{n-1}{R}, \quad p_2 = \frac{R}{2}\frac{2-n}{n-1}.$$

Pour $n = 4:3, \quad p_2 = R.$

2°. — La vérification se fait avec un ballon sphérique à long col, rempli d'une solution étendue de fluorescéine ou d'éosine dans l'eau.

Disposant le col horizontalement, on détermine la position de l'image A_1. Redressant le col, on détermine la position de l'image A_2. Pour avoir le rayon moyen du ballon, avec un fil on mesure la longueur de la circonférence ; on divise par 2π.

Si le faisceau incident n'est pas diaphragmé, on obtient la *caustique*. Nous reviendrons sur cette partie de l'expérience dans le Cours d'*Optique géométrique supérieure*.

3°. — On place un ballon vide, de 5 à 20 cm. de diamètre, dans une cuve à faces parallèles pleine d'eau (aquarium dont on remplace les parois de verre par des glaces). On envoie dessus un faisceau de rayons horizontaux, sensiblement parallèles, normaux à une face de la cuve. Le lecteur vérifiera les résultats suivants.

A travers le premier dioptre on obtient une image virtuelle I à la distance 4R du centre O de la sphère. A travers le second dioptre, I jouant le rôle d'un objet réel donne une image virtuelle I′ à la distance 3R : 2 du point O.

Soit h la distance du point O à la paroi postérieure de la cuve. L'image I′ joue par rapport à elle le rôle d'un objet réel, à la distance $1{,}5\,R + h$. D'où une image I″ virtuelle à la distance

$$0{,}75\,[1{,}5.R + h].$$

En choisissant convenablement h, nous pourrons faire en sorte que I″ coïncide avec O :

$$0{,}75\,[1{,}5\,R + h] = h, \qquad h = 4{,}5.R.$$

Une lentille donne de I″ une image I‴ sur un écran.

On explique l'aspect singulier de l'image générale par l'existence de la réflexion totale sur les parties périphériques du ballon. On disposera l'axe de la lentille suivant la normale abaissée du centre

du ballon sur la paroi de la cuve; on entourera la lentille d'un écran pour éviter le passage de la lumière au delà de ses bords. On choisira le diamètre de la lentille plus grand que celui du ballon.

On versera de l'eau dans le ballon. On étudiera les phénomènes.

107. Cas particuliers (Blakesley).

1°. — Une lentille épaisse est définie par les rayons de courbures R_1 et R_2 des surfaces qui la limitent et par leur distance d.

Prenons cette distance comme une unité de longueur; posons :

$$x = R_1 : d, \qquad y = R_2 : d.$$

Un point du plan représente complètement une lentille, *à l'échelle près ;* une courbe du plan représente une série de lentilles jouissant d'une propriété déterminée.

Il est entendu que R_1 et R_2 sont positifs pour la lentille biconvexe.

2°. — Cherchons la condition pour que le foyer du premier dioptre soit sur la seconde surface ; n représente l'indice.

On a [§ 100, formule (1)] : $\qquad n_1 = 1, \qquad n_2 = n$;

$$p_1 = \infty, \qquad p_2 = d = \frac{R_1 n}{n-1}; \qquad x = \frac{n-1}{n} = \frac{1}{3},$$

si, pour fixer les idées, nous posons $\qquad n = 1{,}5.$

3°. — Cherchons la condition pour que le système soit afocal (§ 124). Les foyers des deux dioptres doivent coïncider; d'où :

$$d = (R_1 + R_2)\frac{n}{n-1}, \qquad x + y = \frac{n-1}{n} = \frac{1}{3}.$$

4°. — Cherchons la condition pour que le foyer de l'espace image ne varie pas pour une petite variation de l'indice (lentille achromatique). On trouve l'hyperbole :

$$\mu^2 - 2\mu x + x^2 + xy = 0, \qquad \mu = \frac{n-1}{n} = \frac{1}{3}.$$

Son asymptote est parallèle à la droite $x + y = 0$.

5°. — Cherchons la condition pour que la distance focale ne varie pas pour une petite variation de l'indice.

On trouve une droite parallèle à celle du *3°*.

108. Phénomènes catadioptriques.

1°. — Dans les phénomènes *catadioptriques* interviennent simultanément la réflexion et la réfraction.

Le type en est la formation des images par réfraction à travers la face avant d'une lentille et par réflexion sur la face arrière (fig. 144).

Etablissons la formule pour la lentille infiniment mince.

La position de l'image A_1 après la réfraction d'*entrée* à travers le dioptre S_1, est donnée par la formule :

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p_1} = \frac{n-1}{R_1}. \qquad (1)$$

A_1 joue le rôle d'un objet **virtuel pour S_2 servant de miroir**; l'image A_2 est donnée par la formule :

$$-\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}=\frac{2}{R_2}. \qquad (2)$$

p_2 est positif lorsque A_2 est **à gauche** de S_2 ou de S_1, puisque la lentille est très mince.

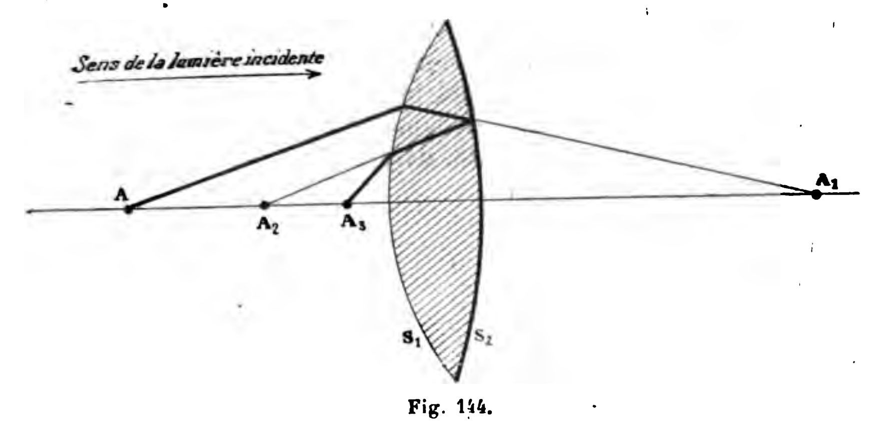


Fig. 144.

A_2 joue le rôle d'objet pour la réfraction *de sortie* à travers le dioptre S_1; la lumière va maintenant de droite à gauche.

Appliquons la formule du dioptre :

$$-\frac{n}{p_2}+\frac{1}{p_3}=\frac{n-1}{R_1}. \qquad (3)$$

Multiplions (2) par n et additionnons (1), (2) et (3); il vient :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p_3}=2\frac{n-1}{R_1}+\frac{2n}{R_2}.$$

p_3 (comme p) est compté positivement à partir de la lentille vers la gauche. Tout se passe donc comme pour un miroir de rayon R :

$$\frac{1}{R}=\frac{n-1}{R_1}+\frac{n}{R_2}.$$

On vérifiera la formule sur les deux cas particuliers suivants :

$n=1$; on n'a plus qu'un miroir de rayon R_2;

$R_2=\infty$; le miroir est plan; tout se passe comme si on avait une lentille biconvexe à courbures égales entre elles et à $1 : R_1$, à cela près que le sens de la lumière est renversé à partir du milieu de la lentille.

2°. — MANIPULATION.

Déterminer la courbure et l'indice d'une lentille biconvexe symétrique ($R_1=R_2$) par la mesure de la distance focale dioptrique f :

$$\frac{1}{f}=2\frac{n-1}{R_1},$$

et de la distance focale catadioptrique f' :

$$\frac{1}{f'}=2\frac{2n-1}{R_1}.$$

On a :

$$\frac{f}{f'}=\frac{2n-1}{n-1}.$$

Pour $n=1{,}5$, on a : $f:f'=4$.

Compléter la manipulation par la mesure des courbures au moyen de la réflexion sur les surfaces extérieures.

On usera commodément d'un focomètre analogue à ceux du § 73.

Si les courbures sont inégales, déterminer les deux distances focales catadioptriques.

CHAPITRE VIII

LENTILLES ÉPAISSES ET SYSTÈMES DE LENTILLES

Pour faire la théorie des lentilles épaisses, partons des résultats du § 100 sur les propriétés du dioptre : la correspondance entre le point objet A et le point image A′ est homographique, pourvu que les rayons soient peu inclinés sur la normale au dioptre (*rayons paraxiaux*) et que le faisceau soit de faible ouverture (*rayons centraux*). Une lentille épaisse est l'association de deux dioptres.

Quand les systèmes de points A et A′ d'une part, A′ et A″ de l'autre, sont reliés homographiquement, il en est de même de A et de A″ (§ 97). D'où résulte qu'un système centré formé d'un nombre quelconque de dioptres, par suite de lentilles, établit une correspondance homographique entre les points des milieux extrêmes : *il est complètement défini par ses plans principaux et ses foyers.*

En particulier nous retombons sur les théorèmes du § 95.

Reprenons la question des lentilles épaisses et des systèmes de lentilles, en nous attachant à leurs propriétés expérimentalement vérifiables ou pratiquement utilisées.

109. Lentilles épaisses. Existence des plans principaux.

Les plans principaux sont définis par le fait qu'un point H de l'un a pour image un point H′ de l'autre situé dans le même méridien et à la même distance de l'axe : le grossissement est égal à $+1$.

Pour obtenir le plan principal de l'espace image de l'appareil résultant, prenons dans l'espace objet du premier dioptre un rayon AB parallèle à l'axe. Déterminons ses conjugués dans les milieux successifs. Le point où le rayon conjugué situé dans le dernier milieu coupe l'axe, est le foyer principal Φ′ du système résultant.

Le point H′ où ce rayon coupe le prolongement de AB appartient au plan principal H′.

Enfin $P\Phi' = f'$ est la distance focale principale dans l'espace image.

Le point H conjugué de H′ dans le premier milieu appartient au plan H. On peut aussi le déterminer en partant du rayon A′B′ et en opérant comme plus haut.

La construction précédente est appliquée au § 98.

En voici une équivalente.

Soient trois milieux 1, 2, 3, séparés par les surfaces C, C′. Dans nos constructions nous remplaçons les sphères par des plans; chaque dioptre est défini par son plan (plans principaux confondus) et par ses foyers principaux.

F_1, F'_1 sont les foyers du premier dioptre (milieux 1 et 2);

F_2, F'_2, sont les foyers du second (milieux 2 et 3).

Soient H et H′ deux points correspondants des plans principaux P et Q dont je veux prouver l'existence.

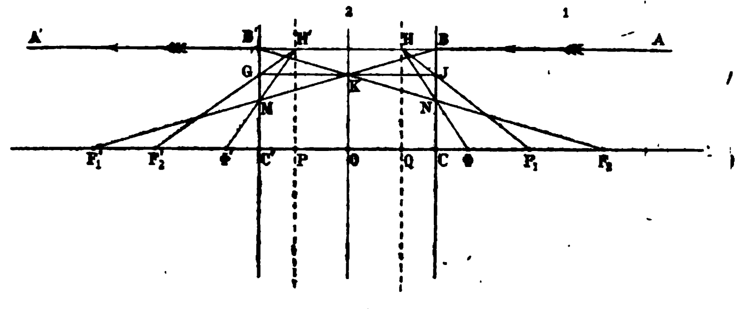


Fig. 145.

Le rayon AH parallèle à l'axe est un des rayons incidents qui forme le point lumineux H; le rayon H′A′, dans le prolongement du premier, est un des rayons émergents issus de son image H′.

AH se réfracte au point B et passe (réellement ou virtuellement) par le foyer F'_1 de l'espace image du premier dioptre; H′A′ provient d'un rayon qui se réfracte au point B′ après avoir passé (réellement ou virtuellement) par le foyer F_2 de l'espace objet du second dioptre. Les rayons conjugués de AH et de H′A′ se coupent en K.

Les points H et H′ sont censés appartenir aux milieux 1 et 3. Réellement ou virtuellement ils font partie : l'un de l'espace objet du premier dioptre, l'autre de l'espace image du second. Ils sont conjugués l'un de l'autre; ils admettent pour conjugué intermédiaire le point K dans le milieu 2, milieu qui est simultanément espace image du dioptre 1 et espace objet du dioptre 2.

En d'autres termes, le faisceau conique qui (réellement ou virtuellement) se concentre en H dans le milieu 1, a son sommet en K après réfraction sur la surface C; il a son sommet en H′ après réfraction sur la surface C′.

D'où la construction des points H et H′.

Menons KJ, joignons JF_1 et prolongeons; nous déterminons le point H. En effet après réfraction sur le premier dioptre, les deux rayons ABH et F_1JH aboutissant en H, deviennent BF'_1 et JK.

Donc K est bien l'image de H.

Menons KG, joignons GF'_2, prolongeons; nous déterminerons le point H′. En effet, après réfraction sur le dioptre C′, les deux rayons KG et F_2KB′ passant en K deviennent H′B′A′ et $H'GF'_2$.

Donc H′ est bien l'image de K, par conséquent de H.

La position des plans P et Q est indépendante de la droite AA′ choisie. En effet, les points F_1' et F_2 étant fixes, quand on déplace la droite AA′ parallèlement à elle-même, le point K décrit une droite KO normale à l'axe. D'autre part, les points K sont conjugués des points H et H′; donc les points H et H′ décrivent eux-mêmes des droites normales à l'axe.

En définitive, il existe dans les milieux 1 et 3 deux plans P et Q images l'un de l'autre et tels que les points conjugués H et H′ contenus dans ces plans sont dans le même méridien et à la même distance de l'axe.

2°. — FOYERS PRINCIPAUX.

Le rayon AB passant en H passe après réfraction en F_1'. Il rencontre le second dioptre au point M. Mais H′ est l'image de H.

Donc le rayon BM émerge suivant H′MΦ′.

Le point Φ′ est un des foyers principaux.

Le rayon A′B′ passant par H′ passe après réfraction par F_2. Il touche le premier dioptre en N. Mais H est l'image de H′.

Donc le rayon B′N émerge suivant HNΦ.

Le point Φ est l'autre foyer principal.

En définitive, une lentille épaisse possède deux plans principaux et deux foyers principaux qui suffisent entièrement à la définir. Nous savons (§ 94) comment, ces éléments une fois connus, les constructions s'exécutent.

110. Cas général : système centré quelconque.

1°. — Pour étendre la proposition à un nombre quelconque de surfaces, il faut la démontrer pour deux systèmes I et II définis par leurs plans principaux et leurs foyers. La généralisation pour un nombre quelconque de systèmes est alors évidente.

Refaisons la construction de la figure 145 en dédoublant les surfaces C et C′ : elles sont remplacées par les plans principaux correspondants (fig. 146).

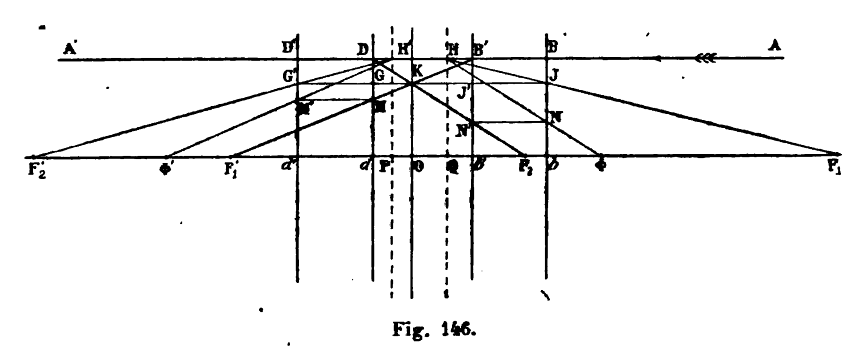


Fig. 146.

Soit AA′ un rayon parallèle à l'axe; le rayon incident AB rencontre en B le plan principal de l'espace objet du système I. D'après la propriété des plans principaux, il émerge en B′ dans l'espace image

du système I qui est l'espace objet du système II; il passe ensuite réellement ou virtuellement en F_1' foyer de l'espace image du système I.

Un raisonnement identique montre que le rayon A'D' de l'espace image du système II a pour conjugué la droite DF_2 dans l'espace objet de ce système. Les deux rayons DF_2, $B'F_1'$ se coupent en K. Cherchons le conjugué de ce point dans l'espace objet du système I et dans l'espace image du système II.

Menons KJ'; dans l'espace objet I à ce rayon correspond un rayon passant par J. D'ailleurs KJ' est parallèle à l'axe : donc le rayon conjugué dans l'espace objet I passe par F_1.

Prolongeons, nous déterminons le point H.

Menons KG; à ce rayon correspond dans l'espace image II un rayon passant par G'. D'ailleurs KG est parallèle à l'axe : donc le rayon conjugué dans l'espace image II passe par F_2'.

Prolongeons, nous déterminons le point H'.

Quand la droite AA' se déplace parallèlement à elle-même, K décrit un plan. Donc H et H' décrivent deux plans, puisque KO est le plan conjugué de HQ et admet comme conjugué H'P dans l'espace image II.

2°. — Construction des foyers principaux.

ABB'H donne B'KM qui donne H'M'. Prolongeons : nous déterminons le foyer Φ' de l'espace image du système résultant.

A'D'DH' a pour conjugué DKN' qui provient de NH. Prolongeons : nous déterminons le foyer Φ de l'espace objet du système résultant.

En définitive, tout système de révolution, limité par un nombre quelconque de surfaces séparant des milieux d'indices différents, est défini, pour un champ et une ouverture très petits, par deux plans principaux et deux foyers principaux.

La connaissance de ces éléments suffit pour résoudre tous les problèmes numériques ou graphiques de correspondance point par point des espaces objet et image.

En particulier nous savons en déduire (§ 94) l'existence et la position des points nodaux, et construire avec eux l'image d'un point.

111. Sommets; points et anneaux oculaires.

On appelle *sommets* S, *s*, d'un système centré les points où les faces terminales sont coupées par l'axe.

La distance des sommets mesure l'*épaisseur* du système.

Les *points oculaires* sont les images S', *s'*, des points S, *s*, vus à travers le système.

Par les sommets et normalement à l'axe menons des plans de front; les parties utiles Σ, σ de ces plans (parties que traverse la lumière) mesurent les ouvertures d'entrée et de sortie.

On appelle *anneaux oculaires* Σ', σ' les images des cercles Σ, σ à travers le système.

Les anneaux oculaires passent évidemment par les points oculaires.

Pour une lentille mince les sommets et les points oculaires coïncident avec le centre optique; les anneaux oculaires se confondent avec la lentille elle-même.

112. Lentilles épaisses.

1°. — Soit d *l'épaisseur* de la lentille (distance des sommets des dioptres qui la limitent). Soit n l'indice du verre; soient R_1, R_2, les rayons de courbure des faces pris avec leurs signes : ils sont positifs dans la lentille biconvexe. Nous avons :

$$f_1 = \frac{R_1}{n-1}, \quad f'_1 = \frac{nR_1}{n-1};$$

$$f_2 = \frac{nR_2}{n-1}, \quad f'_2 = \frac{R_2}{n-1}.$$

Fig. 147.

La distance Δ du foyer de l'espace image du dioptre 1, au foyer de l'espace objet du dioptre 2, considérée comme positive quand F'_1 est à droite de F_2 (la lumière allant de gauche à droite, fig. 149 et 150), est :

$$\Delta = d - (f'_1 + f_2) = -\frac{R}{n-1},$$

en posant

$$R = n(R_1 + R_2) - (n-1)\,d.$$

2°. — Calculons la position du foyer F′.

L'objet à l'infini dans l'espace objet du dioptre 1 fait son image en F'_1 dans l'espace image du dioptre 1. Prenons F'_1 (ou A′) pour objet par rapport au dioptre 2; cherchons son conjugué F′ (ou A″) dans l'espace image de ce dioptre. On a :

Fig. 148.

$$\sigma=\overline{F_2'F'}=\frac{ff_2'}{\Delta}=-\frac{nR_2^2}{(n-1)^2}\cdot\frac{n-1}{R}=-\frac{nR_2^2}{R(n-1)}.$$

On a de même : $\sigma=\overline{F_1F}=\frac{f_1f_1'}{\Delta}=-\frac{nR_1^2}{(n-1)^2}\cdot\frac{n-1}{R}=-\frac{nR_1^2}{R(n-1)}.$

Appliquons les formules du § 98; il vient :

$$f=f'=\frac{nR_1R_2}{(n-1)R},$$

f et f' sont comptées à partir des plans principaux vers les foyers, suivant les conventions de signes posées; c'est dire que pour la figure 147, f est positif si le plan principal H est à droite de F, f' est positif si le plan principal H′ est à gauche de F′.

3°. — Rapportons les foyers F et F′ aux surfaces terminales de la lentille.

On a : $s_F=\overline{O_1F}=\overline{O_1F_1}+F_1F=\sigma+f_1=\frac{R_1(R-nR_1)}{(n-1)R}.$

$$s_F'=\overline{O_2F'}=\overline{O_2F_2'}+\overline{F_2'F}=\sigma'+f_2'=\frac{R_2(R-nR_2)}{(n-1)R}.$$

Les points principaux et les points nodaux coïncident, puisque $f'=f$ (voir fig. 128).

Leurs distances aux foyers sont respectivement $-f$ et $-f'$.

Leurs distances aux surfaces qui limitent les lentilles sont :

$$s_H=\overline{O_1H}=\overline{O_1F}+\overline{FH}=\overline{O_1F}-f=-\frac{R_1d}{R}.$$

$$s_H'=\overline{O_2H'}=\overline{O_2F'}+\overline{F'H'}=\overline{O_2F'}-f'=-\frac{R_2d}{R}.$$

La figure 147 est construite pour les données :

$$R_1=R_2=5, \quad n=1{,}5, \quad d=8.$$

Les centres de courbures sont marqués.

On trouve : $f_1=10,\quad f_1'=15;\quad f_2=15,\quad f_2'=10.$

$$R=11, \quad \sigma=\sigma'=-6{,}8;$$

$$s_F=s_{F'}=3{,}2; \quad s_H=s_{H'}=-3{,}6.$$

3°. — Distance des plans principaux.

La distance des plans principaux, distance HH′ comptée **dans le sens de la propagation** de la lumière à partir du plan H de l'espace objet vers le plan H′ de l'espace image, est en grandeur et en signe :

$$d+\overline{O_1H}=\overline{O_2H'}=d\left[1-\frac{R_1+R_2}{R}\right]=\frac{d}{R}(n-1)\,[R_1+R_2-d]$$

$$\overline{HH'}=\frac{d(n-1)}{n(R_1+R_2)-(n-1)d}(R_1+R_2-d).$$

Elle s'annule évidemment pour $d=0$ (lentille infiniment mince). Elle s'annule encore pour $R_1+R_2=d$: les centres des dioptres sont confondus; le centre commun joue le rôle de centre optique *unique*, les plans principaux sont donc confondus.

4°. — LENTILLES INFINIMENT MINCES.

Dans les formules précédentes, il faut poser :

$$d=0, \qquad R=n(R_1+R_2).$$

$$f=f'=\frac{R_1R_2}{(n-1)(R_1+R_2)} \qquad \frac{1}{f}=\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

Avec ces signes, les longueurs f et f' mesurent la distance des plans principaux aux foyers.

On a : $s_F=s_{F'}=f'$. $\quad s_H=s_{H'}=0$.

Enfin la relation qui lie p et p' est :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}.$$

Il est entendu que R_1 et R_2 sont positifs pour une lentille biconvexe.

113. Éléments cardinaux des lentilles épaisses.

1°. — Cherchons la distance des plans principaux (ou des points nodaux qui sont dans les plans principaux).

On a : $\overline{HH'}=\overline{HO_1}+\overline{O_1O_2}+\overline{O_2H'}=s_H+d+s_{H'}$,

$$\overline{HH'}=(n-1)d\frac{R_2+R_1-d}{R}.$$

Quand l'épaisseur est négligeable devant R_2+R_1, l'expression précédente se réduit à :

$$\overline{HH'}=\frac{n-1}{n}d.$$

n varie pratiquement entre 1,50 et 1,65 : la distance des plans principaux varie de 33 à 40 centièmes de l'épaisseur.

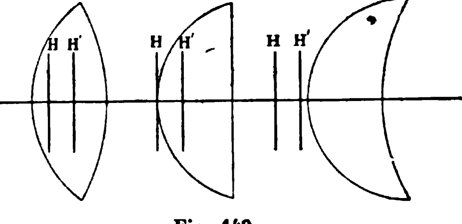


Fig. 149.

Les points principaux se présentent toujours dans le même ordre (au moins si les lentilles *supposées biconvexes* ne sont pas trop épaisses), le point qui appartient à l'espace objet est du côté de cet espace (fig. 149 et 150). Ils sont à l'intérieur des lentilles pour les biconvexes et les biconcaves, plus près de la face la plus courbe. Pour les lentilles plancourbes, l'un des points est sur la face courbe,

l'autre à l'intérieur. Dans le cas des ménisques, l'un au moins des points est à l'extérieur, du côté de la face la plus courbe.

On vérifie aisément ces résultats soit en appliquant la construction du § 109 à deux dioptres (on choisira les distances focales de chaque dioptre dans le rapport 1 : n), soit à partir des formules du paragraphe précédent.

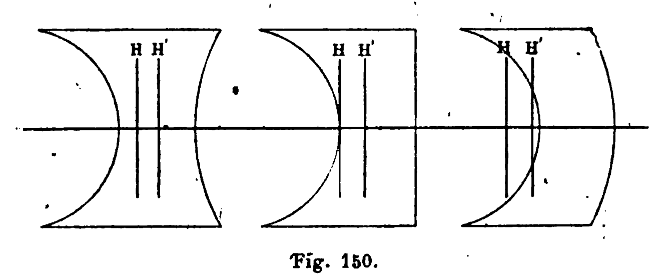


Fig. 150.

2°. — Lentilles symétriques (équiconvexes ou équiconcaves).

Pour les lentilles symétriques, le calcul de la position des plans principaux est immédiat. Il suffit de chercher, par rapport à l'un ou à l'autre dioptre, la position du point qui a pour image le point à égale distance des dioptres. D'où l'équation :

$$(R_1 = R_2), \qquad \frac{1}{s_H} + \frac{2n}{d} = \frac{n-1}{R_1}, \qquad s_H = -\frac{R_1 d}{2n R_1 - (n-1)d}.$$

Écrivons :
$$s_H = -d : \left[2n - \frac{(n-1)\,d}{R_1}\right].$$

Le second terme de la parenthèse est en général négligeable devant le premier ; le terme important est $d : 2n$. Pour la même courbure en valeur absolue, la distance s_H est plus grande pour les lentilles biconvexes ($R_1 > 0$) que pour les biconcaves ($R_1 < 0$).

Les plans principaux sont à la distance : $(n-1)\ d : n$, pour une lame à faces parallèles ; ils sont plus rapprochés l'un de l'autre pour les lentilles biconvexes.

Calculons la distance δ des plans principaux.

On a :

$$\delta = d + s_H = \frac{2(n-1)R_1 d - (n-1)d^2}{2nR_1 - (n-1)d}.$$

On met immédiatement cette expression sous la forme :

$$\delta = \frac{n-1}{n} d - \frac{n-1}{n} \frac{d^2}{2nR_1 - (n-1)d}.$$

Dans le second terme qui est de correction, négligeons au dénominateur le terme en d. A la même approximation prenons pour distance focale :

$$\frac{1}{f} = \frac{2(n-1)}{R_1}, \qquad \text{d'où :} \qquad R_1 = 2f(n-1).$$

Il vient la formule classique :

$$\delta = \frac{n-1}{n} d - \frac{1}{4f}\left(\frac{d}{n}\right)^2.$$

Comme cas particulier, cherchons quel rapport $d : \mathrm{R}$ il faut choisir pour que les plans principaux coïncident. Il faut écrire :

$$-s_{\mathrm{H}} = \frac{d}{2}, \quad 2(n-1) = (n-1)\frac{d}{\mathrm{R}_1}, \qquad d = 2\mathrm{R}_1.$$

La lentille épaisse est une sphère.

Il est clair que les points nodaux sont confondus au centre de la sphère.

Si $d > 2\,\mathrm{R}_1$, les plans principaux changent de situation relative par rapport aux dioptres correspondants.

114. Lentilles plancourbes.

1°. — Il n'est pas inutile de montrer directement l'exactitude des résultats sur les lentilles plancourbes.

Le rayon de courbure R_2 est infini ; par suite $\mathrm{R} = \infty$.

Appliquons les formules. On a :

$$\overline{\mathrm{HH'}} = \frac{n-1}{n} d, \quad f = \frac{\mathrm{R}_1}{n-1}, \qquad s_{\mathrm{H}} = 0, \qquad s'_{\mathrm{H}} = -\frac{d}{n}.$$

Vérifions ces formules.

La lumière vient de l'infini à droite (milieu 3). Les rayons ne sont pas déviés par la surface plane de la lentille : ils arrivent donc sur

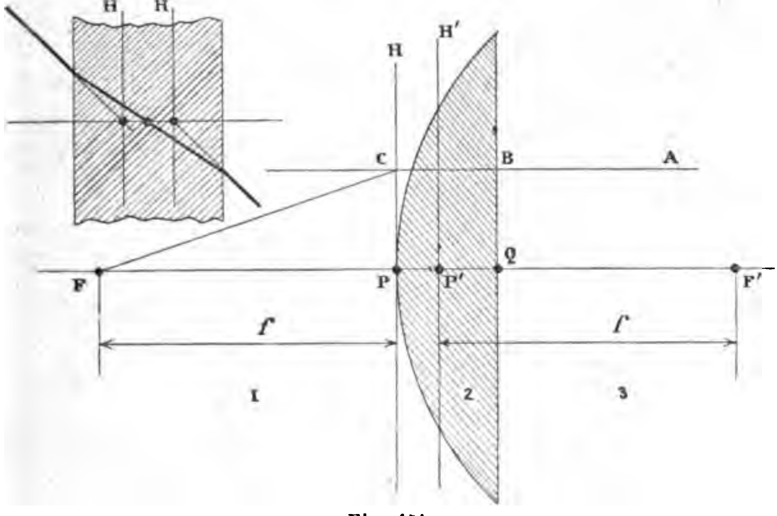


Fig. 151.

la surface courbe parallèlement entre eux, *quelle que soit l'épaisseur* : donc le foyer F est situé par rapport à la face courbe comme si la lentille était mince.

Il n'en résulte pas encore que la distance focale soit la même que pour la lentille mince. Cherchons donc la position du plan principal H qui correspond au foyer F (milieu 1).

Il est tangent à la surface du dioptre courbe. En effet, le point C du milieu 1 étant sur le plan tangent, est à lui-même son conjugué dans le verre milieu 2.

Il a certainement pour conjugué dans l'air de droite (milieu 3) un point à la même distance de l'axe, puisque le rayon ABC est son propre conjugué dans les milieux 2 et 3.

En définitive, le plan principal du milieu 1 est tangent à la face courbe qui limite ce milieu, et la distance focale est la même que pour une lentille mince :

$$f=\frac{R}{n-1}, \qquad s_{H}=0.$$

Pour obtenir le plan P′, il faut chercher quel est dans le milieu 3 le conjugué du point P considéré dans le milieu 1. Or, P est à lui-même son conjugué dans le milieu 2. Nous sommes donc ramenés au problème du § 37 (dioptre plan). On a : $P'Q=\overline{PQ} : n=d : n$.

En tenant compte des signes, cette équation est identique à la suivante :

$$s_{H_{\prime}}=-d : n.$$

On a : $$\overline{PP'}=\overline{PQ}-\overline{P'Q}=d\left(1-\frac{1}{n}\right)=d\frac{n-1}{n},$$

qui est la première formule ci-dessus rappelée.

Le lecteur remarquera que le sens de la courbure de la face courbe n'intervient pas dans notre raisonnement.

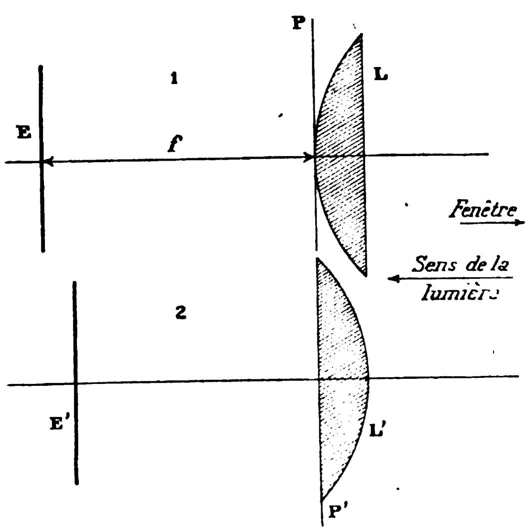


Fig. 152.

2°. — Expérience.

Voici une expérience de vérification d'autant plus importante que les verres planconvexes sont très fréquemment employés, et qu'à en croire des auteurs recommandables, les opticiens ont à cet égard des idées fausses. Je lis dans le colonel Goulier : « Sur la paroi verticale de l'atelier, à l'opposé de la fenêtre, on fixe un morceau de papier blanc. En avant de celui-ci, on maintient la lentille parallèlement au papier, *sa convexité du côté de la fenêtre* (2, fig. 152) ; puis

on l'avance ou on la recule jusqu'à ce que l'image de la fenêtre sur le papier soit aussi nette que possible. On mesure la distance de la lentille à l'image, distance qui, pour des verres à courts foyers, diffère très peu de la longuéur focale principale. » La recette est fausse : il faut tourner le verre, *la face plane vers la fenêtre* (1, fig. 152).

En retournant la lentille de manière qu'elle soit dans les deux cas tangents au plan PP′, on vérifiera que, pour l'image nette, l'écran E est plus éloigné de la face courbe que l'écran E′ de la face plane.

Ce qui est évident d'après la figure 151.

Au reste, ce brave Goulier énonce des erreurs abominables sur les lentilles, ce qui prouve qu'on peut passer sa vie à étudier des appareils sans savoir un mot de leur théorie.

115. Systèmes équivalents.

1°. — A l'approximation de Gauss, un système centré quelconque est donné par ses plans principaux et ses foyers, c'est-à-dire indépendamment de la position absolue, par la distance δ des plans principaux et par la distance focale principale f qui est unique, si les milieux extrêmes sont identiques (§ 99).

D'où le théorème : *on peut d'une infinité de manières remplacer un système centré par une lentille épaisse.*

Les quatre paramètres R_1, R_2, d, n, qui la définissent, doivent satisfaire seulement à deux équations ;

$$f=\frac{n R_1 R_2}{(n-1)R}, \qquad \delta=(n-1)\,d\frac{R_1+R_2-d}{R};$$

on pose :

$$R=n\,(R_1+R_2)-(n-1)\,d.$$

Il est raisonnable d'imposer n : il reste encore une arbitraire.

2°. — Un système (tel que l'œil) dont les milieux extrêmes n'ont pas le même indice (pour préciser, leurs indices sont 1 et n), n'est pas remplaçable par une lentille épaisse dont les faces plongent dans le même milieu. Il ne l'est pas davantage par un dioptre unique, ni par une lentille infiniment mince, même si les indices des milieux du dioptre ou de ceux qui baignent les faces de la lentille sont 1 et n. En effet, dans le premier cas, les distances focales seraient égales ; dans les deux autres, elles seraient dans le rapport n, mais les plans principaux ou les points nodaux seraient confondus : nous ne sommes pas dans le cas général.

116. Théorèmes de Lagrange et d'Huyghens.

1°. — Rapport des distances focales.

Au § 99 nous avons démontré la formule générale :

$$\frac{f}{f_1}=\frac{f_1 f_2 \cdots f_q}{f_1' f_2' \cdots f f_q'},$$

Appliquons-la au système formé d'un nombre quelconque de dioptres. Pour chaque dioptre, les distances focales sont de même signe

et proportionnelles aux indices des milieux correspondants (§ 80). Pour former q dioptres, il faut $q+1$ milieux dont nous représentons les indices par n_0, n_1, ... n_q. On a :

$$\frac{f_1}{f'_1}=\frac{n_0}{n_1}, \qquad \frac{f_2}{f'_2}=\frac{n_1}{n_2}, \qquad \frac{f_q}{f'_q}=\frac{n_{q-1}}{n_q}.$$

D'où :
$$f : f'=n_0 : n_q$$

Quel que soit le système, les distances focales sont proportionnelles aux indices des milieux extrêmes correspondants. Si les milieux extrêmes sont identiques, les distances focales sont égales.

Dans tous les cas elles sont de même signe.

Cela veut dire que si le plan principal objet est à droite du foyer de l'espace objet, le plan principal image est à gauche du foyer de l'espace image ; ou inversement. Mais les plans principaux peuvent être placés n'importe comment l'un par rapport à l'autre ; celui qui correspond au milieu extrême de droite n'est pas nécessairement à droite de celui qui correspond au milieu extrême de gauche.

2°. — Théorème de Lagrange.

Un système quelconque est donné par ses plans principaux et ses foyers (fig. 153). Soit O une longueur dans un plan de front P de l'espace objet ; soit I la longueur conjuguée du plan de front P′ de l'espace image. On a :

$$\frac{\mathrm{O}}{\mathrm{I}}=\frac{p-f}{f}=\frac{pf'}{p'f}=\frac{p}{p'}\frac{n_q}{n_0},$$

en vertu du théorème précédent.

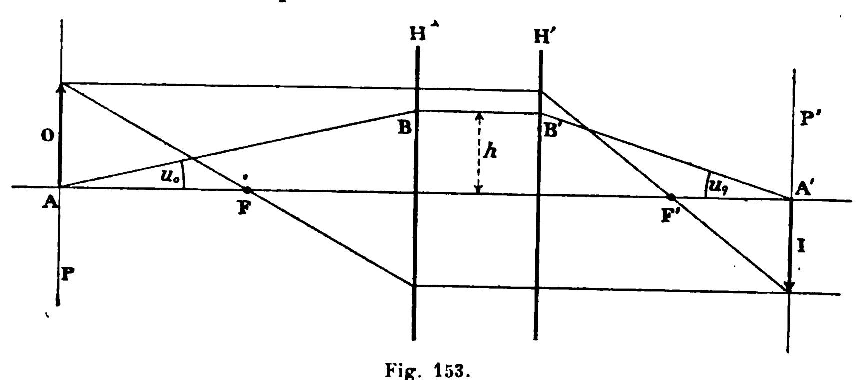


Fig. 153.

Par les points A, A′, des plans de front conjugués P, P′, menons des rayons conjugués quelconques AB, B′A′. On a :

$$h=p\,\mathrm{tg}\,u_0=p'\,\mathrm{tg}\,u_q.$$

D'où :
$$\mathrm{O}n_0\,\mathrm{tg}\,u_0=\mathrm{I}n_q.\,\mathrm{tg}\,u_q.$$

Cette formule contient le *théorème de Lagrange.*

Comme le système n'est aplanétique que pour de petits angles

u_0 et u_q, la formule se réduit pratiquement à :

$$\mathrm{O}n_0u_0=\mathrm{I}n_qu_q.$$

Si les indices des milieux extrêmes sont égaux, le grossissement $g=\mathrm{I}:\mathrm{O}$, mesure le rapport des angles au sommet des cônes respectivement émis et reçu par deux points conjugués pris sur l'axe du système.

3°. — THÉORÈME D'HUYGHENS.

Je laisse au lecteur le soin de généraliser le théorème suivant d'Huyghens : quand on intervertit les positions de l'objet O et de l'œil Ω, pour un système quelconque dont les milieux extrêmes sont identiques, les images I sont vues sous le même angle α; elles sont toutes deux droites ou renversées.

Soient p_1 et p_2 les distances de l'objet et de l'œil aux plans principaux du système optique. On a :

$$\mathrm{I}=\mathrm{O}\frac{p'}{p_1}=\mathrm{O}\frac{f}{p_1-f}.$$

L'œil voit l'image sous l'angle :

$$\alpha=\frac{\mathrm{I}}{p_2-p'}=\mathrm{O}\frac{f}{p_1p_2-f(p_1+p_2)}:$$

L'expression est symétrique en p_1, p_2, ce qui démontre le théorème.

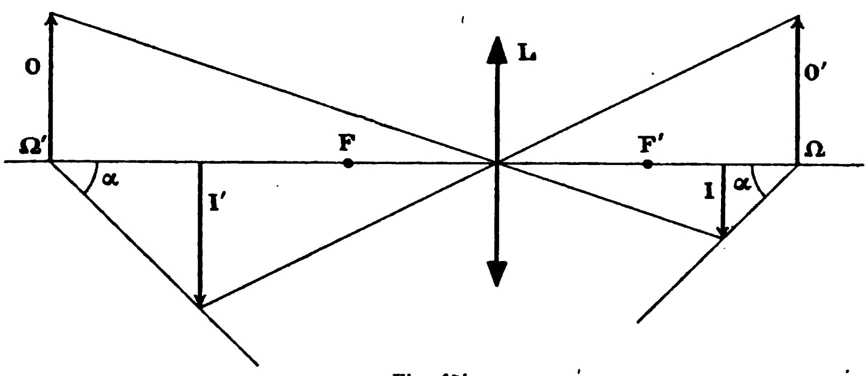


Fig. 154.

Le figure 154 suppose le système optique réduit à une lentille mince.

Détermination des caractéristiques des systèmes.

117. — Détermination des caractéristiques d'un système optique.

1°. — Toutes les opérations qui suivent sont effectuées avec le banc d'optique à l'aide d'un viseur ou d'un microscope à long foyer.

L'expérience élémentaire qui revient un grand nombre de fois, consiste à déterminer la distance PI d'un point matériel P et d'une image I : pour cela on amène successivement les images à travers le viseur, P′ du point et I′ de l'image (jouant le rôle d'objet), à se former sur la croisée des fils du réticule de ce viseur, comme il est expliqué au § 8. On est forcé de déplacer le viseur le long du banc d'optique précisément de la distance IP à mesurer. Peu importe la constitution et le mécanisme du viseur et du microscope (nous l'étudions dans notre Cours sur la *Construction*...) : nous n'utilisons ici que le fait qu'*à des images situées de même dans le viseur* (ou le microscope) *correspondent des objets lumineux* (ou des images jouant le rôle d'objets) *situés de même par rapport à lui.*

Pour déterminer les foyers principaux, nous avons besoin d'un objet très éloigné. Comme il serait incommode de le prendre réellement très éloigné, nous réalisons une image à l'infini d'un objet rapproché. Pour cela nous utilisons un *collimateur* : c'est tout sim-

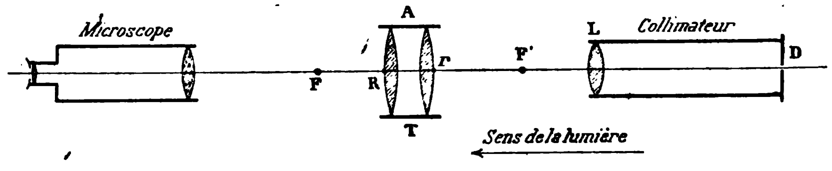


Fig. 155.

plement une lentille L (fig. 155) (en réalité, un système achromatique; peu importe pour le moment) dans le plan focal duquel nous plaçons un objet D. C'est généralement une fente lumineuse, mais ce peut être un dessin tracé sur du papier calque, collé sur un bout de glace et fortement éclairé. Pour régler le collimateur, nous réglons le viseur sur des objets éloignés, puis nous réglons le dessin D par rapport à la lentille L de manière à le voir nettement avec le viseur à travers la lentille : c'est l'application du principe ci-dessus énoncé.

2°. — Ceci posé, soit à étudier le système optique *centré* A constitué, par exemple, par deux lentilles fixées à quelque distance l'une de l'autre dans un tube T. Avec quelques sous on construit aisément de tels systèmes pour les manipulations.

Les éléments cardinaux de ce système doivent être évidemment rapportés aux parties matérielles accessibles. On choisit naturellement les sommets R et *r*. On ramène ces origines l'une à l'autre par la détermination de l'*épaisseur* R*r* au moyen d'un compas d'épaisseur. On matérialise les sommets au moyen de deux petites croix tracées à l'encre sur les surfaces extérieures de l'appareil.

On dispose le long du banc le collimateur réglé sur l'infini, l'appareil à étudier, enfin le viseur ou microscope à long foyer réglé pour une distance de 10 à 15 cm. par exemple : c'est dire que l'image d'un point P situé à 10 ou 15 cm. en avant de lui, se fait dans le plan du réticule.

3°. — Foyers principaux.

L'image D' de l'objet D à travers L est par hypothèse à l'infini; D' joue le rôle d'objet par rapport au système A qui en donne une image D'' en son foyer F. La détermination de ce foyer par rapport au sommet R revient à mesurer la distance FR comme nous l'avons dit plus haut.

On approche le microscope du système A jusqu'à voir sur le réticule l'image de la croix R, puis on l'éloigne jusqu'à voir sur le réticule l'image du dessin.

Le déplacement est précisément égal à $\overline{FR}$.

On retourne l'appareil A; on recommence l'expérience.

On détermine ainsi la distance $\overline{F'r}$.

Les distances $\overline{FR}$ et $\overline{F'r}$ peuvent différer beaucoup des distances focales principales. Celles-ci sont mesurées, non pas à partir des sommets, mais à partir des plans principaux; or, ces plans ne sont généralement pas tangents aux sommets.

4°. — Plans principaux.

Nous voici donc ramenés à déterminer la position des plans principaux.

a) Supprimons le collimateur, plaçons un objet lumineux à une distance connue du point r, par suite à une distance connue x' du point F'. L'image se forme à la distance x de F donnée par la formule de Newton (§ 95) :

$$xx'=ff'.$$

Mesurons x; nous avons la valeur du produit ff'.

On peut recommencer l'expérience après avoir déplacé l'objet, c'est-à-dire pour d'autres valeurs de x'. On obtient ainsi des vérifications ; mais pour grand que soit le nombre d'expériences, elles ne permettent pas de séparer le produit ff' en ses facteurs f et f'.

b) On prend pour objet une règle graduée. Par un procédé quelconque (voir § 73), on détermine le grossissement latéral β (rapport de l'image à l'objet, § 93) :

$$-\beta=\frac{f}{x}=\frac{x'}{f'}.$$

Connaissant β, x et x', on calcule f et f'.

On sait d'après l'expérience du 3° si le système est convergent ou divergent (si ses foyers sont réels ou virtuels). Il n'y a donc aucune ambiguïté pour placer convenablement les plans principaux par rapport aux foyers.

118. Discussion de l'expérience. Méthode de Cornu.

1°. — Choix des points conjugués.

Il est avantageux de prendre pour objet l'un des *sommets* R ou r. On détermine la position de son image R' ou r' (points oculaires, § 111) à travers le système. On trouve une vérification en retournant le système et prenant comme objet le second sommet.

Voici la raison de ce choix:

Admettons les erreurs absolues dx et dx' dans la mesure de x et de x'; on a généralement :

$$xx' = ff' = k^2, \qquad 2\frac{dk}{k} = \frac{dx}{x} + \frac{dx'}{x'}.$$

Pour que l'erreur relative dans le calcul de ff' ne soit pas trop grande, il faut que ni x ni x' ne soient trop petits : il est avantageux de les prendre à peu près égaux.

Le système des plans principaux négatifs (grossissement — 1) :

$$x = x' = f,$$

risque de donner une trop grande longueur à l'appareil.

On choisit donc le système des plans principaux positifs :

$$x = x' = -f;$$

plus exactement on choisit des points voisins de ce système.

Comme, à moins d'une longueur peu ordinaire de l'appareil étudié, les sommets sont voisins des points principaux, on est conduit à les prendre pour objets.

La méthode précédente est très précise, pourvu qu'on ait une installation appropriée.

2°. — Choix du grossissement.

a) On détermine les positions d'un objet et de son image, l'objet étant placé de manière que le grossissement soit égal à — 1 (image renversée et égale à l'objet). On a alors :

$$x = f, \qquad x' = f'.$$

Comme objet et écran, on utilise des verres dépolis sur lesquels on trace le même système de circonférences concentriques.

On déplace ces verres jusqu'à superposer les images des cercles de l'un avec les cercles de l'autre servant d'écran.

Les distances des verres dépolis aux foyers correspondants mesurent les distances focales principales.

b) Rien n'empêche d'utiliser les plans principaux pour lesquels le grossissement est égal à $+1$. Comme ils sont généralement dans l'épaisseur de l'appareil, force est d'obtenir une image réelle jouant pour l'appareil le rôle d'objet virtuel. Pour cela on projette une graduation avec une lentille qui en donne une image réelle G.

L'expérience consiste à déplacer l'appareil jusqu'à ce qu'il fournisse de G une image G′ droite et égale à G; ce qu'on vérifie au moyen du viseur. On pointe successivement G (l'appareil A étant supprimé) et G′ à travers l'appareil A : le déplacement du viseur donne la distance des plans principaux.

3°. — Détermination directe des points nodaux.

On détermine directement la position des points nodaux en faisant tourner le système (qui est généralement un objectif photographique) autour d'un axe Δ normal à son axe optique; Δ passe par le

point nodal de l'espace image, quand l'image d'un objet éloigné reste immobile pendant les petites rotations de l'objectif.

En effet, quelle que soit la position du point nodal de l'espace objet par rapport à Λ, les rayons issus de l'objet (par hypothèse éloigné) et qui passent par ce point, conservent pendant la rotation une direction quasiment invariable. Les rayons conjugués qui passent par le point nodal de l'espace image, conservent donc une direction invariable. Quand ce point nodal est amené sur l'axe de rotation Λ, il reste fixe : l'image est immobile.

Certains appareils photographiques panoramiques utilisent cette propriété (voir mon Cours sur la *Construction*...).

4°. — Cas particulier. Milieux extrêmes identiques.

La mesure d'un grossissement devient inutile, puisque les distances focales principales sont égales. On détermine donc la position des foyers par rapport aux sommets, et les distances x et x' d'un point et de son image aux foyers correspondants.

Toutefois il est commode et précis d'utiliser la méthode du *2°*.

119. Méthode de Bessel pour déterminer la distance focale principale d'une lentille convergente.

La méthode précédente, dite *de Cornu*, est classique en France. Elle ne doit pas faire oublier une série de méthodes que nous allons passer en revue.

1°. — Pour déterminer la distance focale principale d'un objectif de lunette, Bessel suspend deux fils à plomb à une distance D un peu supérieure à 4 fois la distance focale à mesurer (qui dans son expérience était voisine de 3 mètres). La lentille donne de P une image placée par rapport à P' de manière qu'un oculaire très grossissant (*loupe*) montre simultanément et avec une égale netteté le fil P' et l'image du fil P.

Appelons δ la distance des plans principaux de la lentille. On a :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \qquad p+p'+\delta=\mathrm{D};$$

p et p' ont pour origines les plans principaux.

On peut trouver une seconde position de la lentille telle que la condition posée soit satisfaite; p et p' sont alors intervertis. Pour passer de la première à la seconde position, il faut déplacer la lentille de :

$$q=p'-p.$$

On mesure D et q. De ces équations on tire aisément :

$$4f=\mathrm{D}-\delta-\frac{q^2}{\mathrm{D}-\delta}. \tag{1}$$

Il faut calculer δ. Comme première et généralement très suffisante approximation, on a (§ 113) :

$$\delta=\frac{n-1}{n}\,d; \tag{2}$$

d est l'épaisseur de la lentille.

Pour avoir une meilleure approximation, la mesure des courbures devient nécessaire.

Si les lentilles sont équiconvexes, on a :

$$\delta=(n-1)\frac{d}{n}-\frac{1}{4f}\left(\frac{d}{n}\right)^2. \tag{3}$$

On commence par calculer f avec la formule (1) en se servant de la valeur (2) de δ. On utilise la valeur de f ainsi trouvée pour calculer au moyen de la formule (3) une meilleure valeur de δ, valeur qu'on introduit dans la formule (1). D'où la valeur définitive de f.

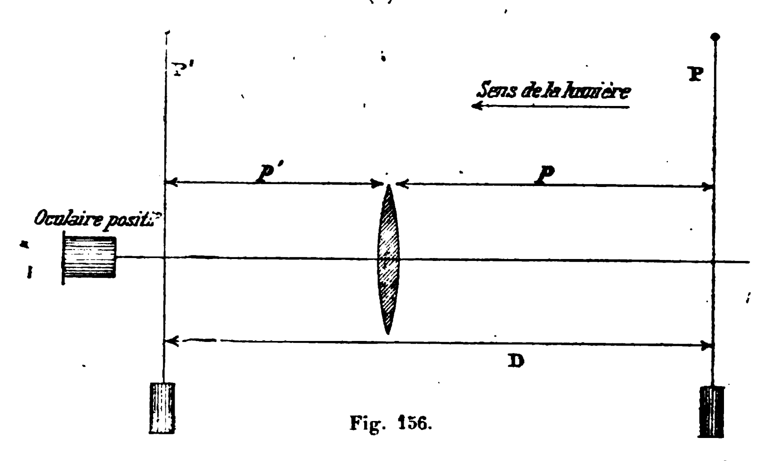


Fig. 156.

Quand on n'a pas de sphéromètre, on peut, pour mesurer les rayons de courbure, découper dans des cartes de visite des arcs de cercle dont les rayons croissent par millimètre. On cherche lequel de ces arcs coïncide le mieux avec les faces de la lentille.

2°. — La méthode est applicable à de petites lentilles. On remplace les fils à plomb par des cheveux tendus sur des châssis.

La précision des mesures est limitée au dixième de millimètre tant par la dispersion que par les aberrations de sphéricité. On est forcé de diaphragmer la lentille pour n'utiliser que le centre.

Dans le cas d'un appareil composé, il est mauvais de calculer la distance des plans principaux, pour la raison bien simple qu'on risque des fautes de signes. On procède alors comme il est indiqué au § 117.

120. Méthode de Mac Gillavry.

1°. — On mesure les grossissements qu'un objet éprouve pour deux distances différentes p et p' au plan principal antérieur. On mesure simultanément la variation de distance $p-p'=k$, de l'objet, ou la variation correspondante $q-q'=l$, de l'image.

On peut, dès lors, calculer la distance focale principale et la distance des plans principaux.

On a :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{p'}+\frac{1}{q'}=\frac{1}{f}; \quad g=-\frac{q}{p}, \quad g'=-\frac{q'}{p'}.$$

$$f=\frac{pq}{p+q}=\frac{p'q'}{p'+q'}, \quad f=\frac{pqq'}{pq'+qq'}=\frac{p'qq'}{p'q+qq'}.$$

D'où, retranchant terme à terme :

$$f=\frac{qq'(p-p')}{pq'-qp'}=\frac{qq'}{pp'}(p-p'):\left[\frac{q'}{p'}-\frac{q}{p}\right], \quad f=\frac{gg'k}{g-g'}=\frac{l}{g-g'}.$$

On connaît donc la distance focale principale sans avoir besoin de connaître quoi que ce soit de la structure de l'appareil optique :

2°. — Connaissant f, nous calculons p et q avec les équations :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}, \quad q=-gp.$$

D'où :

$$p=f\frac{g-1}{g}, \quad q=-f(g-1), \quad p+q=-f\frac{(g-1)^2}{g}.$$

Connaissant p et q, la distance δ des plans principaux résulte de la relation :

$$D=p+q+\delta;$$

D est la distance de l'objet à l'image.

Il s'agit d'un système convergent; g est négatif. Posons $g=-\gamma$. D'où les formules :

$$p=f\frac{\gamma+1}{\gamma}, \quad q=f(\gamma-1); \quad p+q=f\frac{(\gamma+1)^2}{\gamma}.$$

121. Méthode de Féry.

1°. — Son application précise exige un appareil spécial; mais elle a l'avantage pédagogique d'appeler l'attention sur cette proposition ultraclassique (ignorée cependant de nos pontifes) que les lentilles sont des assemblages de prismes.

Faisons tomber sur la lentille un rayon parallèle à son axe et situé à la distance h de cet axe. Dans l'espace image il fait avec l'axe l'angle u' donné par la formule :

$$h=f\,\mathrm{tg}\,u'.$$

Connaissant h et u', nous pouvons donc calculer immédiatement la distance focale f de la lentille sans avoir à déterminer la position de ses plans principaux.

L'appareil se compose donc d'un support à vis micrométrique permettant un déplacement latéral connu h de la lentille, et d'une lunette donnant la déviation u' du rayon.

Mais un rayon n'existe pas; nous ne pouvons opérer que sur un faisceau de rayons. D'autre part la lunette ne mesure avec précision l'angle u' que pour un faisceau de rayons parallèles. D'où la nécessité de placer avant la lentille un collimateur à long tirage; on choi-

sit la distance de sa fente à son objectif telle que le système formé par l'objectif et la lentille à étudier fournisse des rayons parallèles.

L'angle u' étant toujours petit, on confond l'arc et la tangente; on applique la formule $h = fu'$: les déviations angulaires sont proportionnelles aux déplacements linéaires.

L'expérience consiste en définitive à pointer la lunette sur l'infini, à placer la lentille entre elle et le collimateur, à régler le collimateur (convenablement diaphragmé) de manière que sa fente soit vue distinctement dans là lunette. On produit alors un déplacement latéral h de la lentille et on mesure la déviation u' correspondante.

Le collimateur doit fournir un faisceau assez étroit pour ne couvrir qu'une petite portion de la lentille.

2°. — La méthode permet de déterminer l'indice n de la lentille pour la lumière utilisée.

Installons-la dans une cuve dont les faces sont formées de glaces plan-parallèles. Remplissons la cuve d'eau, recommencons l'expérience. Nous introduisons deux prismes d'eau de même angle total A. Soit N l'indice de l'eau; la déviation qui était :

$$u' = A\,(n - 1), \quad \text{devient :} \quad u'' = A\,(n - 1) - A\,(N - 1) = A\,(n - N).$$

N est connu. Mesurant u' et u'', on a ce qu'il faut pour calculer n.

$$n\,(u' - u'') = u'N - u''.$$

122. Méthode d'autocollimation.

1°. — Position du plan focal principal d'un verre convergent.

Le long d'une tige verticale AA coulissent deux supports à vis S et S_1. Le premier porte un oculaire positif (loupe) qui regarde une graduation G; elle occupe la moitié du champ. Sur l'autre support repose un miroir dont la face supérieure est étamée. On place la lentille L dessus. On déplace S_1 jusqu'à ce que l'image de G se fasse à côté de G et soit de même grandeur (ce qui ne fait qu'une seule et même condition). Les traits de G sont alors dans le plan principal de la lentille.

On mesure la distance entre la graduation et la face supérieure de la lentille au moyen d'une réglette à coulisse donnant le dixième de millimètre.

On achève la détermination des constantes par les procédés ordinaires (mesure de la distance de l'objet et de l'image pour des grossissements donnés). On utilise pour cela des graduations dont les intervalles sont aux intervalles de G dans un rapport connu.

2°. — Mesure du rayon de courbure d'un verre.

Supposons d'abord le verre concave. On le place sur le support S_1; on utilise la surface concave comme miroir. Quand l'image de la graduation se fait à côté de la graduation et a même grandeur, le plan de la graduation contient le centre de courbure.

Si le verre est convexe, on en est quitte pour utiliser une lentille auxiliaire, ce que montre la figure 157 à droite. Des supports S supplémentaires sont nécessaires.

3°. — Voici diverses méthodes pour déterminer la distance focale d'une lentille divergente D. Le lecteur construira aisément les figures.

a) Soient un objet O, une lentille convergente auxiliaire C, un miroir M. On utilise la méthode d'autocollimation du 1°.

C donne de l'objet O une image réelle O′ qu'on prend pour objet virtuel par rapport à D. Quand O′ coïncide avec le foyer F de D, l'image O″ est à l'infini. Réfléchie par le miroir plan, elle donne une image réelle à côté de l'objet O. D'où le moyen de reconnaître que O′ et F coïncident; d'où la position de foyer de la lentille divergente.

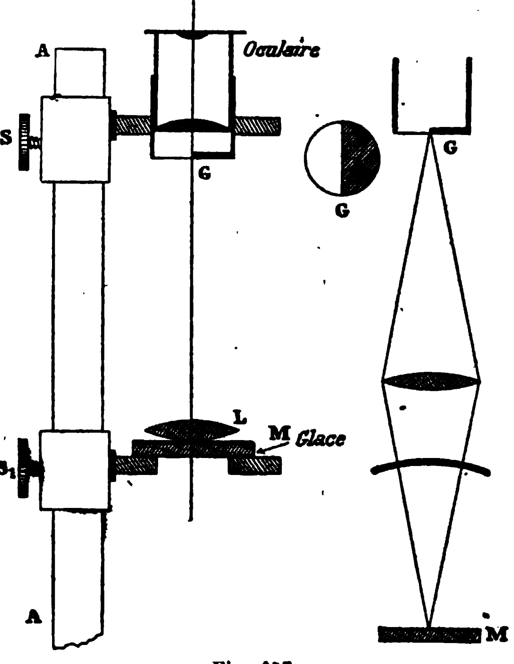


Fig. 127.

b) On règle un viseur pour l'infini. Quand on voit nettement l'objet O sur le réticule du viseur à travers C et D, la condition précédente est réalisée. L'expérience est identique à la précédente, à la différence près que la preuve du parallélisme des rayons à la sortie de D est fournie par le viseur, au lieu de l'être par autocollimation.

c) On règle un viseur pour une distance d connue. On vise avec lui un objet éloigné à travers la lentille divergente D.

Soient δ sa distance au viseur, f sa distance focale (en valeur absolue); on a :
$$d = \delta + f.$$

Si le viseur n'a pas un tirage suffisant, on le rend myope en plaçant devant la lentille convergente C.

On trouvera là de bonnes manipulations.

Systèmes formés de deux lentilles minces.

123. Systèmes de deux lentilles.

1°. — Pour déterminer les éléments cardinaux d'un système de deux lentilles minces 1 et 2, de distances focales f_1 et f_2, placées à la distance d, nous pourrions appliquer les formules générales; il est préférable d'utiliser la construction graphique.

Les milieux extrêmes étant identiques, les points nodaux sont dans les plans principaux; on a : $f = f'$. Il faut donc calculer la position des points nodaux et la nouvelle distance focale f.

Dans nos figures la lumière va de gauche à droite.

Supposons (fig. 158) les deux lentilles convergentes.

Déterminons la position du point K (§ 109).

Prenons $\overline{C_1O} = t$, comme inconnue. On a :

$$\frac{\overline{B_1C_1}}{\overline{KO}} = \frac{f_1}{f_1 - t} = \frac{f_2}{f_2 - d + t}, \qquad t = \frac{df_1}{f_1 + f_2}.$$

2°. — Le point N de l'espace objet de la lentille 1 (premier milieu à gauche) qui fait son image en O, est le point nodal de l'espace objet. Appliquons donc la formule :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1}, \quad \text{en posant : } p' = \frac{df_1}{f_1 + f_2}.$$

Il vient : $$\frac{1}{p} = \frac{1}{f_1} - \frac{f_1 + f_2}{f_1 d}, \quad p = -d\frac{f_1}{f_1 + f_2 - d}.$$

$p = \overline{C_1N}$ est compté à partir du point C_1 en sens inverse de la propagation de la lumière.

Si $\overline{C_1N}$ est positif, le point N est à gauche de C_1.

Cherchons l'image de O dans l'espace image de système 2.

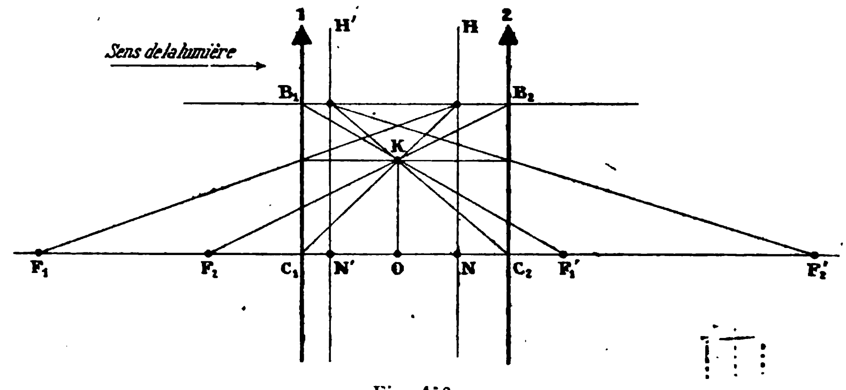


Fig. 158.

Appliquons la formule :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}, \quad \text{en posant : } p = \frac{df_2}{f_1 + f_2}.$$

Il vient : $$p' = \overline{C_2N'} = -d\frac{f_2}{f_1 + f_2 - d}.$$

Si $\overline{C_2N'}$ est positif, le point N' est à droite de C_2.

3°. — Calculons la position des foyers.

Le foyer Φ' dans l'espace image du système résultant est le conjugué du point F_1' par rapport à la lentille 2.

Or F_1' est à la distance de cette lentille :

$$p = d - f_1. \quad \text{D'où : } \frac{1}{p'} + \frac{1}{d - f_1} = \frac{1}{f_2}.$$

$$\overline{C_2\Phi'} = \frac{f_2(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}.$$

Le foyer Φ dans l'espace objet du système résultant est le conjugué du point F_2 par rapport à la lentille 1.

Or, F_2 est de cette lentille à la distance :

$$p' = d - f_2. \quad \text{D'où :} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{d - f_2} = \frac{1}{f_1}.$$

$$\overline{C_1\Phi} = \frac{f_1(f_2 - d)}{f_1 + f_2 - d}.$$

Calculons enfin la distance focale. On a :

$$\overline{N\Phi} = \overline{NC_1} + \overline{C_1\Phi}, \qquad \overline{N'\Phi'} = \overline{N'C_2} + \overline{C_2\Phi'}.$$

D'où :

$$f = \overline{N\Phi} = d\,\frac{f_1}{f_1 + f_2 - d} + \frac{f_1(f_2 - d)}{f_1 + f_2 - d} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}.$$

$$f' = \overline{N'\Phi'} = d\,\frac{f_2}{f_1 + f_2 - d} + \frac{f_2(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}.$$

Si l'une des lentilles est divergente, on changera le signe de sa distance focale principale.

La distance focale principale f ou f' est égale à f_1, par suite est indépendante de f_2, quand on a $f_1 = d$. Nous avons rencontré ce dispositif dans le focomètre Badal (§ 74). La grandeur de l'image d'un objet éloigné par unité d'angle apparent est elle-même indépendante de f_2.

4°. — Longueur de la distance focale.

a) Si les lentilles sont au contact, $d = 0$; on a :

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}, \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

C'est la formule habituelle (§ 70).

b) Si les deux lentilles sont convergentes ($f_1 > 0$, $f_2 > 0$), f est le plus petit possible en valeur absolue, le système est le plus convergent possible pour $d = 0$.

Il devient télescopique ou afocal (§ 124) ($f = \infty$) pour $d = f_1 + f_2$.

Il est divergent ($f < 0$) pour un écartement plus grand.

Nous retrouverons ce dernier cas à propos du microscope.

c) Si les deux lentilles sont divergentes, le système est toujours divergent. La distance focale (négative) diminue en valeur absolue à mesure que d augmente.

d) Si les deux lentilles ont leurs distances focales de signes contraires et sont au contact, le système est convergent ou divergent suivant que la lentille convergente ou divergente a le plus court foyer.

124. Grossissement. Systèmes afocaux.

1°. — On a successivement par rapport aux deux lentilles :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{\pi} = \frac{1}{f_1}, \qquad \frac{1}{d - \pi} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}. \tag{1}$$

Le grossissement latéral β est le produit des grossissements :

$$\beta = \frac{\pi}{p} \cdot \frac{p'}{d-\pi} = \frac{f_2}{f_1} \frac{\pi - f_1}{d - \pi - f_2}.$$

Le grossissement est indépendant de la position de l'objet si l'on a :

$$\pi - f_1 = -(d - \pi - f_2), \qquad f_1 + f_2 = d.$$

L'appareil est alors dit *télescopique* ou *afocal :* ses distances focales principales sont infinies. Un faisceau de rayons parallèles est transformé en un faisceau de rayons parallèles de section différente : le grossissement est égal au rapport des dimensions transversales des faisceaux. On déduit de là une méthode pour la mesure du grossissement d'un pareil système.

2°. — APPAREILS AFOCAUX.

Calculons la relation entre p et p'. Éliminons π entre les équations (1) en utilisant la relation : $d = f_1 + f_2$.

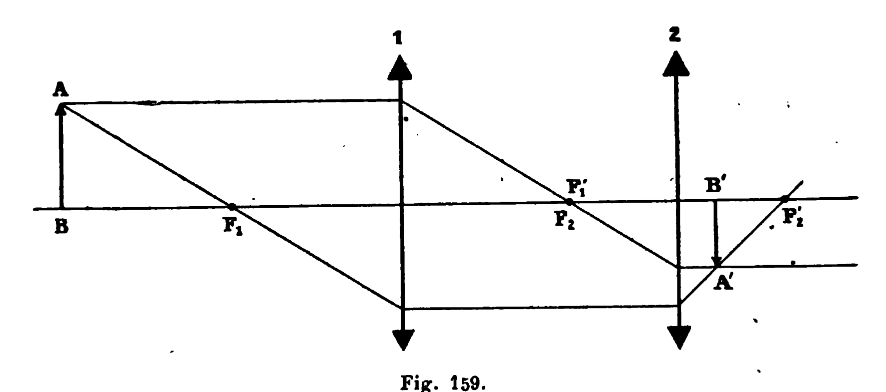


Fig. 159.

Après quelques transformations simples, on trouve (fig. 159) :

$$p \frac{f_2}{f_1} + p' \frac{f_1}{f_2} = f_1 + f_2.$$

Le résultat est particulièrement curieux quand $f_1 = f_2$.

On a : $$p + p' = 2f_1.$$

La distance de l'objet à l'image est :

$$\delta = p + p' + 2f_1 = 4f_1.$$

Elle est constante. Le grossissement est alors égal à -1 : l'image est renversée et égale à l'objet (fig. 160).

125. Système formé de deux lentilles convergentes de même distance focale.

Par raison de symétrie, le point K est à égale distance des lentilles ; il est à la distance $d:2$ de l'une ou de l'autre. On a donc :

$$\overline{C_1N}=\overline{C_2N'}=\frac{-fd}{2f-d}.$$

Dans la figure 161, C_1 est à gauche de C_2; ces longueurs sont comptées positivement : $\overline{C_1N}$ à gauche de C_1, $\overline{C_2N'}$ à droite de C_2.

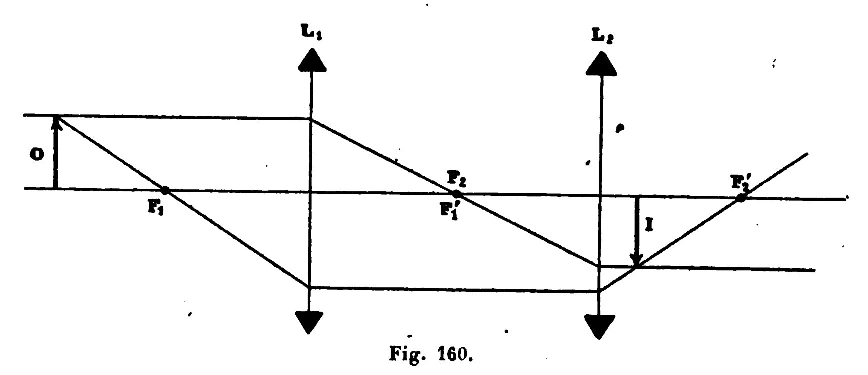


Fig. 160.

Les distances focales principales du système résultant sont :

$$F=\frac{f^2}{2f-d}.$$

Pour $d=0$, on retrouve la formule connue (§ 70) $F=f:2$.

La figure 161 suppose : $f=2d$.

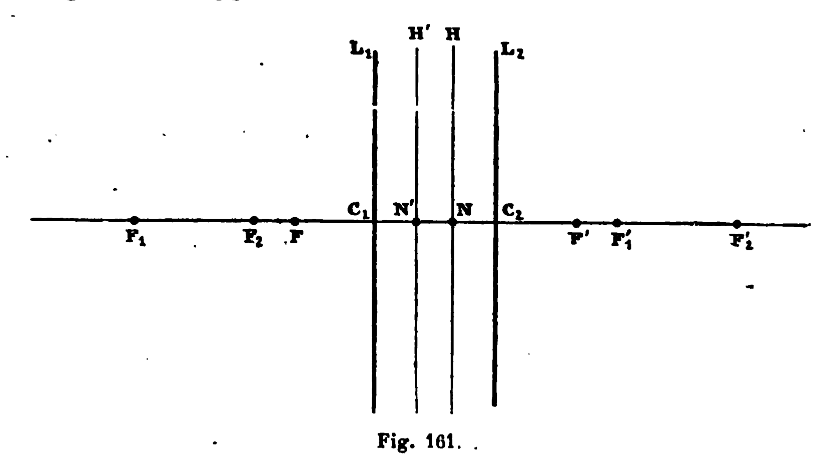


Fig. 161.

126. Projecteur à grossissement variable.

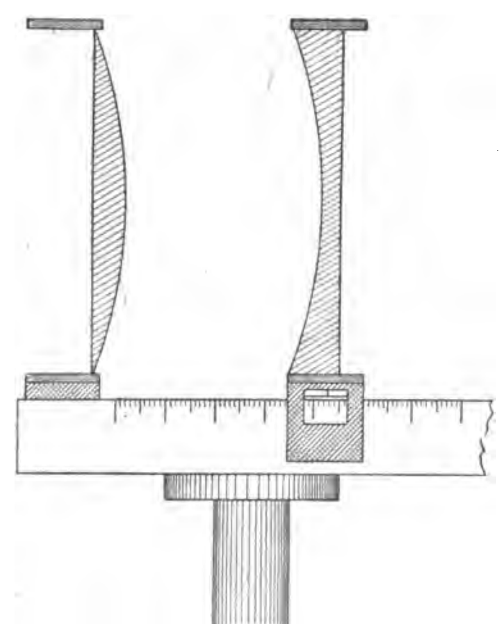
Les lentilles, l'une convergente, l'une divergente, ont même distance focale principale (fig. 162).

Déterminons les plans principaux (fig. 163).

Menons la droite AA' parallèle à l'axe; déterminons le point K : il est à l'infini. Les points nodaux sont donc conjugués dans les milieux extrêmes, du point de l'infini dans le milieu intermédiaire (espace image 1, espace objet 2). Le plan H passe donc par le foyer

principal F_1 de l'espace objet 1 ; le plan H' passe par le foyer principal F'_2 de l'espace image 2.

Calculons la distance focale. Le point de l'infini de l'espace objet 1 a pour conjugué le point F'_1 dans l'espace image 1 qui est l'espace objet 2. Cherchons son conjugué dans l'espace image 2.


Fig. 162.

Posons $\overline{C_1C_2} = d$.

$$\overline{F_1'C_2} = d - f;$$

d'où :

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{d-f},$$

$$x = f\frac{f-d}{d}.$$

La distance focale principale est la distance de ce point x au plan principal. D'où :

$$F = f\frac{f-d}{d} + f = \frac{f^2}{d}.$$

Le foyer Φ' de l'espace image du système est donc à droite du plan H' correspondant, et à la distance $F = f^2 d$.

La distance focale, infinie pour $d = 0$, diminue en raison inverse de d et s'annule pour $d = \infty$.

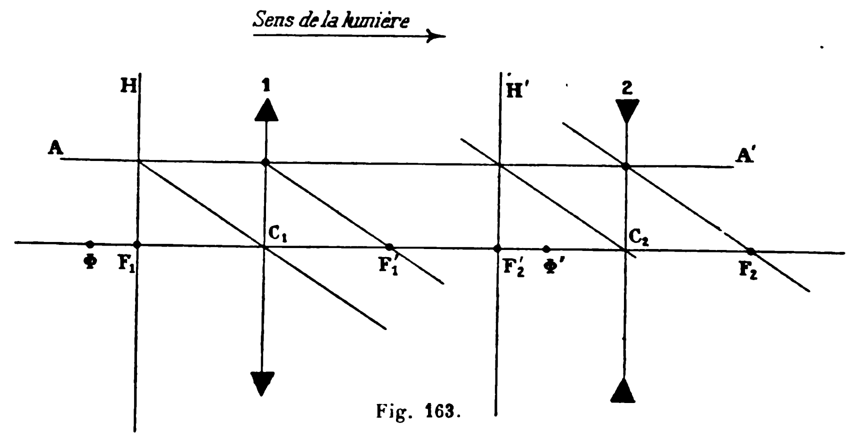


Fig. 163.

Comme vérification, faisons le calcul en sens inverse.

L'infini dans l'espace image 2 a pour conjugué F_2 dans l'espace objet 2. Ce point considéré comme dans l'espace image 1, a pour conjugué Φ dans l'espace objet 1. On a : $\overline{F_2C_1} = d + f$.

D'où :
$$\frac{1}{y}=\frac{1}{f}-\frac{1}{d-f}, \quad y=\overline{C_1\Phi}=f\frac{f+d}{d}.$$
$$\overline{F_1\Phi}=F=f\frac{f+d}{d}-f=\frac{f^2}{d}.$$

En définitive, le système est équivalent au système de deux plans principaux distants de d, liés aux lentilles, et de deux foyers extérieurs aux plans principaux, à la distance $f^2 : d$ de ces plans.

Propriétés des systèmes afocaux.

En raison de leur grande importance et des curieuses manipulations qu'ils fournissent, j'insiste sur les systèmes afocaux. Dans une première lecture, on passera les paragraphes suivants. Il est inutile de « savoir » toutes ces propositions; elles sont là comme d'intéressants exercices. Mais mieux vaut de tels problèmes éminemment intelligents et suggestifs que les âneries inventées par les examinateurs à l'X ou à l'Ecole normale.

127. Systèmes afocaux formés de deux lentilles.

1°. — Ils ne sont pas autre chose que la lunette astronomique et la lunette de Galilée utilisées pour voir des objets à l'infini (objets éloignés) par un œil accommodé sur l'infini.

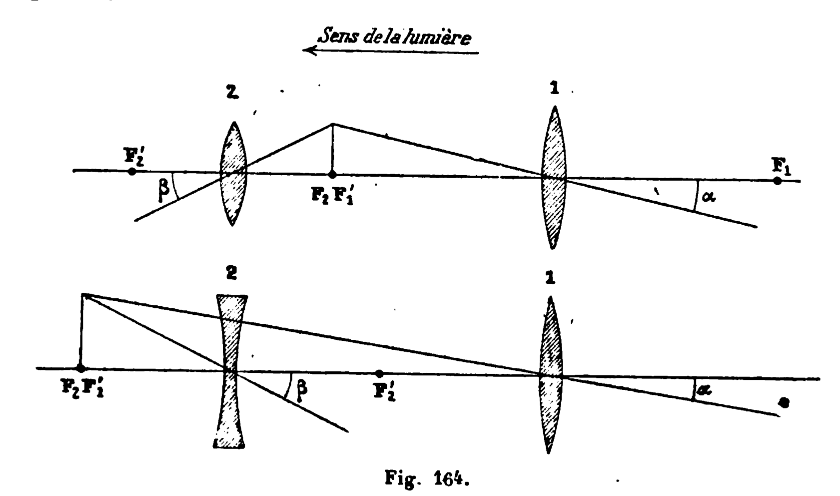


Fig. 164.

La lentille 1 donne une image réelle qu'on regarde avec une loupe (convergente ou divergente) qui forme une image à l'infini.

Le grossissement pris positivement quand l'image est droite, a pour expression évidente :
$$G=-\frac{\beta}{\alpha}=-\frac{f_1}{f_2}.$$

L'image est renversée quand les deux verres sont convergents

(*lunètte astronomiquè*); elle est droite quand l'un des verres est divergent (*lunette de Galilée*).

2°. — On détermine aisément le grossissement en utilisant une lentille auxiliaire, plus commodément un appareil photographique.

Mettons l'appareil au point sur un objet éloigné; prenons un cliché C_1. Disposons le système afocal devant l'objectif : l'appareil reste au point, puisque le système donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. Prenons un second cliché C_2. Le grossissement du système (lunette astronomique ou lunette de Galilée) est égal au rapport des dimensions homologues des images C_2 et C_1. Elles sont de même sens pour une lunette de Galilée, de sens inverses pour une lunette astronomique.

Le réglage de la lunette comme système afocal est automatique : on s'arrange de manière que l'appareil photographique, pointé sur l'infini pour l'obtention du premier cliché, reste au point après l'installation de la lunette.

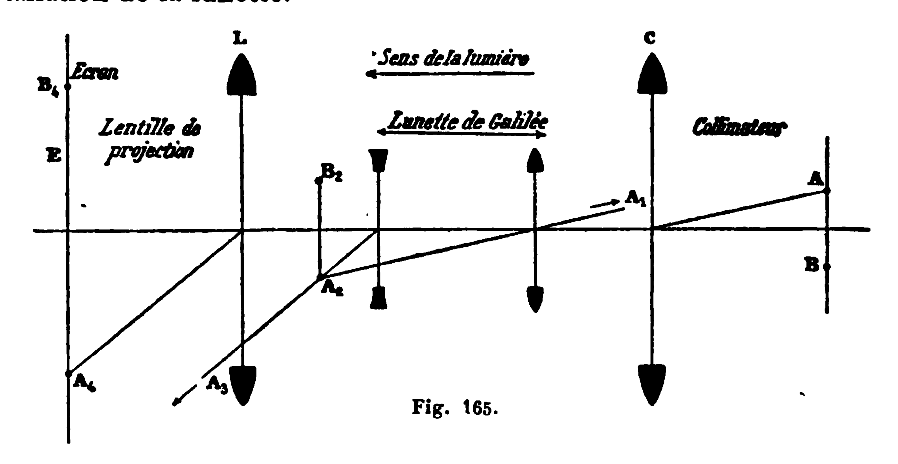


Fig. 165.

Cette méthode applique la définition du grossissement, en substituant une image accessible à celle qui se forme sur la rétine : l'œil est remplacé par l'appareil photographique.

A défaut d'appareil photographique, on utilise une lentille quelconque L; on dispose dans son plan focal principal E une échelle divisée transparente. On met au point sur un objet à l'infini. Si l'on ne dispose pas commodément d'un objet réel éloigné, on en fait un virtuel au moyen d'une seconde lentille C formant collimateur.

On détermine le rapport de grandeur de l'objet AB et de son image A_4B_4.

Sous cette forme, c'est une excellente manipulation. On la montera avec une petite lunette de Galilée (demi-jumelle de théâtre) et deux lentilles quelconques, par exemple de 2 ou 3 dioptries.

128. Système afocal : cas général.

1°. — Pour un système afocal, calculons la position de l'image

d'un objet situé à la distance π_1 en avant du foyer du premier verre; π_2 est la distance de l'image définitive au foyer du second verre. Soit a la distance des verres :

$$a = f_1 + f_2.$$

Nous avons les relations :

$$\pi_1 x = f_1^2, \quad \pi_2 y = f_2^2.$$

Mais puisque le foyer de l'espace image de 1 coïncide avec le foyer de l'espace objet de 2, on a :

$$x + y = 0, \quad \frac{\pi_1}{f_1^2} + \frac{\pi_2}{f_2^2} = 0.$$

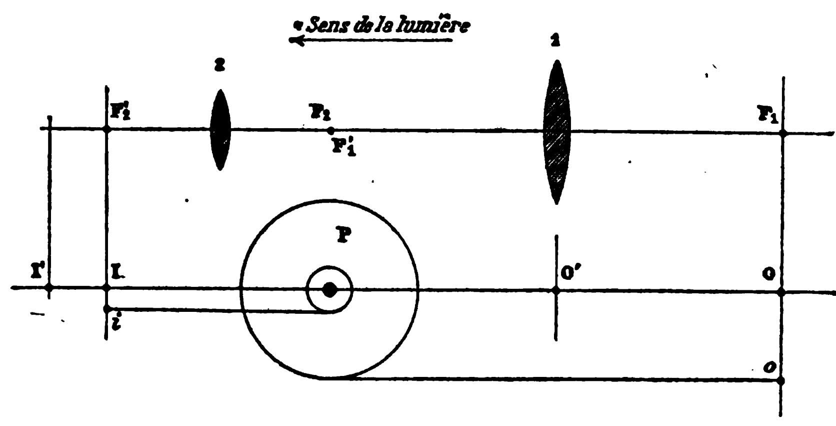


Fig. 166.

Le grossissement est :

$$G = \frac{f_1}{f_2}\frac{\pi_2}{\pi_1} = -\frac{f_2}{f_1}.$$

2°. — Déplacements corrélatifs des images.

On a :

$$\frac{d\pi_2}{d\pi_1} = -\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2.$$

L'objet et l'image se déplacent toujours dans le même sens, avec des vitesses qui sont en rapport constant. On peut donc réaliser les déplacements conjugués au moyen d'une double poulie P.

Dans la figure 166 les distances focales des lentilles sont comme 2 et 1; les rayons des poulies sont donc comme 4 et 1. J'ai marqué deux groupes de positions correspondantes de l'objet O et de l'image I.

On imaginera l'objet et l'image posés sur des supports glissants manœuvrés par les rubans qui passent sur les poulies.

On s'arrange de manière que ces rubans soient toujours tendus.

La poulie peut avoir son axe en un point quelconque; les déplacements relatifs de l'objet et de l'image restent les mêmes.

3°. — Construction.

Lunette astronomique.

Traçons deux droites AA, BB dont les distances à l'axe XX soient comme $f_1 : f_2$.

Donnons l'objet O; il s'agit de trouver l'image I.

Prenons deux points conjugués, par exemple les points F_1 et F'_2. Divisons l'intervalle entre ces points en deux segments dans le rapport $f_1 : f_2$. Nous trouvons le foyer commun $F_2F'_1$. Menons une droite YY perpendiculaire à XX.

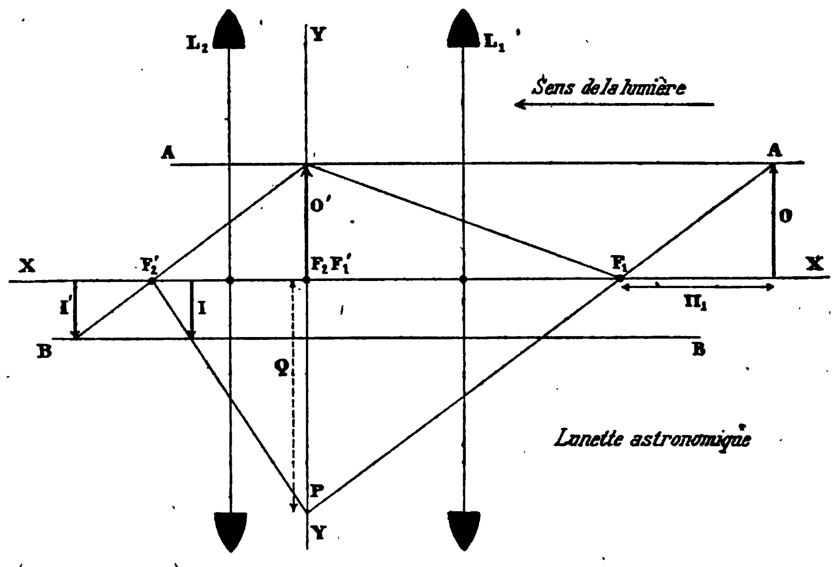


Fig. 167.

Voici la construction.

Joignons l'extrémité de l'objet au point F_1, prolongeons jusqu'à l'intersection avec YY.

Joignons le point P obtenu avec F'_2. L'intersection de cette droite avec BB donne l'extrémité de l'image I.

En effet on a :

$$\frac{O}{\pi_1} = \frac{Q}{2f_1}, \quad \frac{I}{\pi_2} = -\frac{Q}{2f_2}; \quad -\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{O f_1}{I f_2} = \frac{f_1^2}{f_2^2}; \quad \frac{\pi_1}{f_1^2} + \frac{\pi_2}{f_2^2} = 0.$$

Lunette de Galilée.

La construction est la même *mutatis mutandis*.

Dans la figure 168 les distances focales sont dans le rapport 2 : 1. Les déplacements correspondants sont dans le rapport 4 : 1.

En définitive, pour définir un système afocal il faut en donner deux points correspondants et le rapport R des distances des droites AA et BB à l'axe du système.

On divise l'intervalle entre les points correspondants en deux segments qui soient entre eux dans le rapport R. Le point obtenu

est dans l'intervalle ou hors de l'intervalle, suivant que les droites AA et BB sont de part et d'autre de l'axe ou du même côté.

On applique la construction précédente.

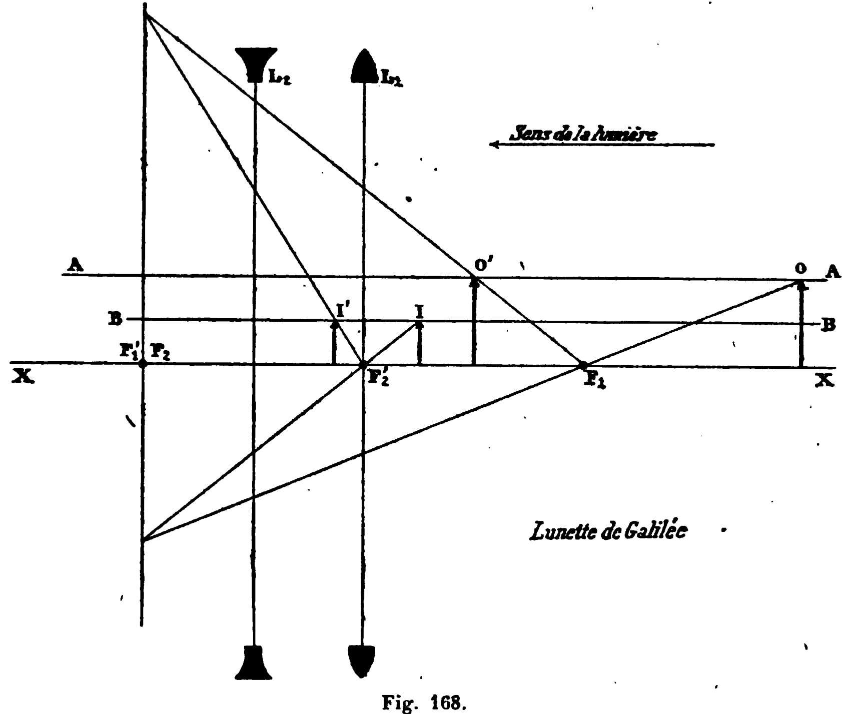


Fig. 168.

129. Systèmes afocaux à trois verres.

Soient e_1 la distance des verres 1 et 2, e_2 la distance des verres 2 et 3. Posons : $a = e_1 + e_2$;

c'est la longueur de l'appareil.

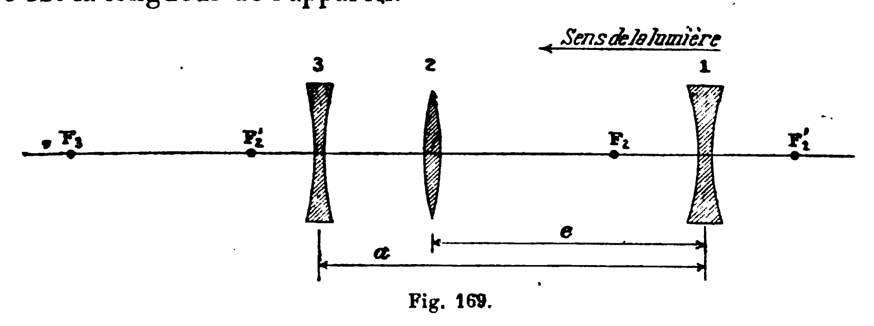


Fig. 169.

Cherchons la condition pour que le système soit afocal.

Il suffit d'écrire que le conjugué de l'infini à droite par rapport à 1 et le conjugué de l'infini à gauche par rapport à 3 sont conjugués par rapport à 2.

Pour plus de symétrie, appliquons la relation de Newton.

Le conjugué de l'infini à droite par rapport à 1 est à la distance $e_1 - f_1$ de 2, par suite à la distance $e_1 - (f_1 + f_2)$ du foyer de l'espace objet de 2.

De même le conjugué de l'infini à gauche par rapport à 3 est à la distance $e_2 - (f_3 + f_2)$ du foyer de l'espace image de 3. D'où la relation :

$$[e_1 - (f_1 + f_2)]\,[e_2 - (f_3 + f_2)] = f_2^2. \qquad (1)$$

Obtenons autrement cette formule.

Considérons l'objectif du système comme formé des deux premiers verres. La distance focale en est (§ 123) :

$$f_1 f_2 : [f_1 + f_2 - e_1].$$

Calculons le grossissement pour le système entier (§ 127) :

$$G = -\frac{f_1 f_2}{f_3} \frac{1}{f_1 + f_2 - e_1}.$$

Considérons l'oculaire du système comme formé des deux derniers verres.

La distance focale en est :

$$f_2 f_3 : [f_2 + f_3 - e_2].$$

D'où la nouvelle expression du grossissement :

$$G' = -\frac{f_1}{f_2 f_3} [f_2 + f_3 - e_2].$$

Écrire $G = G'$, c'est précisément écrire la relation (1).

130. Mécanisme de Bosscha.

1°. — Bosscha maintient les trois verres à distances telles que le système soit constamment afocal, au moyen d'un losange de Peaucellier.

Ecrivons (1) sous la forme :

$$D_1 D_2 = f_2^2.$$

Utilisons le losange ABCD (*Exerc. de Math. gén.*, § 189).

On a : $\overline{BO}.\overline{OD} = \overline{AD}^2 - \overline{OA}^2 = \text{Constante}.$

Pour réaliser la condition posée, il faut donc faire :

$$\overline{BO} = D_2 = e_2 - (f_3 + f_2), \qquad \overline{OD} = D_1 = e_1 - (f_1 + f_2).$$

Plaçons la lentille 2 juste au-dessus de l'articulation O. Nous fixerons la lentille 1 sur une tige liée à l'articulation D, de longueur :

$$\overline{DF} = f_1 + f_2.$$

De même nous fixerons la lentille 3 sur une tige liée à l'articulation B, de longueur : $\overline{BE} = f_3 + f_2.$

Enfin les tiges du système articulé seront telles qu'on ait $\overline{BO}=\overline{OD}=f_2$, quand les tiges AO et OC sont dans le prolongement l'une de l'autre. Le même losange peut servir pour une série de trois lentilles quand on conserve la lentille 2.

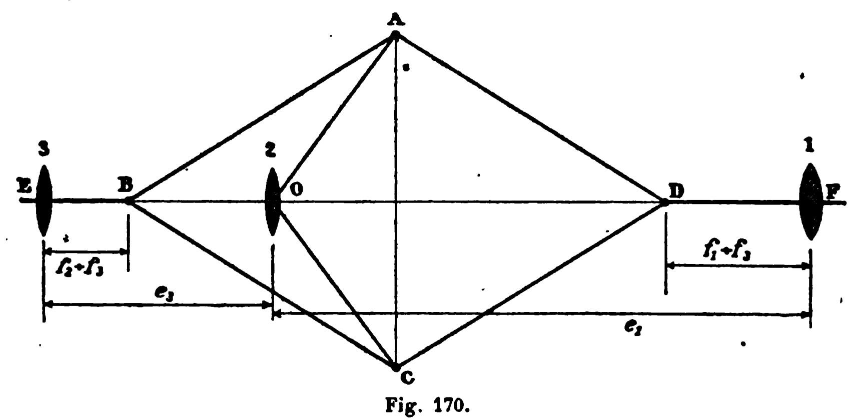


Fig. 170.

L'appareil est facile à construire en laissant fixe le point O et en utilisant deux mouvements de bielle. Les tiges BE et DF deviennent des curseurs se promenant sur une règle.

2°. — Grossissement.

Nous avons trouvé ci-dessus son expression :

$$G=\frac{f_1}{f_2f_3}\,[e_3-(f_2+f_3)].$$

Il est donc proportionnel à la distance des axes O et B. Quand on le connaît pour une forme de système, on le connaît pour toutes les formes. Si le point O est fixe, une graduation à traits équidistants en fournit immédiatement la valeur.

Cet appareil afocal est curieux et peut fournir une bonne manipulation. On mettra l'objet au foyer d'une lentille 4 et on observe sur un écran placé au foyer principal d'une lentille 5; l'appareil sera disposé entre ce collimateur et cette lunette.

On vérifiera que la lunette reste au point sur l'objet malgré les déformations du système; mais le grossissement varie.

3°. — Remarque.

Il va de soi que le losange de Peaucellier permet de maintenir au point l'écran E′ sur le dessin tracé sur le plan F (fig. 171).

On construit le losange de manière qu'on ait :

$$f^2=\overline{AD}^2-\overline{OA}^2.$$

On fait porter les plans E et E′ par deux tiges de longueur f, fixées aux articulations B et D. On a donc :

$$p=\overline{OB'}=\overline{OB}+f, \qquad p'=\overline{OD'}=\overline{OD}+f.$$
$$\overline{OB}=p-f=\pi, \qquad \overline{OD}=p'-f=\pi'.$$

D'après les propriétés des losanges, on a :

$$\pi\pi' = f^2;$$

c'est la relation de Newton.

En particulier quand OA et OC sont dans le prolongement l'un de l'autre, on a : $\overline{OB'} = \overline{OD'} = 2f$.

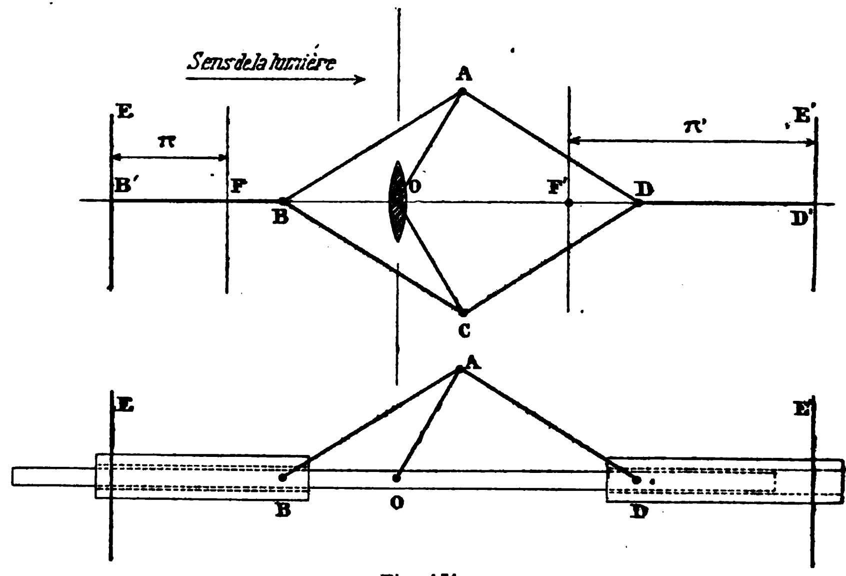


Fig. 171.

Il est mécaniquement évident qu'alors le déplacement du système B'BADD'C se réduit à une quasi-translation : la distance $\overline{B'D'}$ reste invariable pour une petite rotation de $\overline{OA}$.

Pour construire l'appareil, on remplacera le losange par deux mouvements de bielle. Les tiges B'B, D'D, glisseront sur une règle.

131. Lunette pancratique de Donders.

1°. — Avec trois lentilles on se propose de composer une lunette terrestre telle que, la lentille du milieu se déplaçant un peu en avant ou en arrière par rapport aux lentilles extrêmes supposées fixes, le grossissement varie sans que la netteté des images en souffre. On suppose l'œil accommodé pour l'infini; on observe des objets éloignés.

Le système est donc afocal : nous retombons sur le problème précédent.

Explicitons la longueur :

$$a = e_1 + e_2,$$

de l'appareil qui doit rester invariable. Pour simplifier l'écriture posons $e_1 = e$. La condition (1) s'écrit :

$$A = f_1 f_2 + f_2 f_3 + f_3 f_1 - a\,(f_1 + f_2) + e\,(a - e + f_1 - f_3) = 0.$$

Écrivons qu'un petit déplacement de la lentille moyenne laisse cette condition satisfaite :

$$\frac{dA}{de}=a-2e+f_1-f_2=0. \tag{2}$$

Substituons à a sa valeur dans (1); il vient :

$$[e-(f_1+2f_2)]\,[e-f_1]=0.$$

Il y a donc deux solutions :

α) $$e=f_1+2f_2;$$

$$a=f_1+4f_2+f_3, \qquad a-e=2f_2+f_3.$$

β) $$e=f_1;$$

$$a=f_1+f_3, \qquad a-e=f_3.$$

2°. — Nous avons écrit des formules.

Montrons que les résultats obtenus sont évidents.

La solution β suppose que les verres 1 et 2 sont positifs. Elle revient simplement à faire coïncider le foyer F_1' de l'espace image de la lentille 1, et le foyer F_3 de l'espace objet de la lentille 3. La lentille 2 ne sert à rien : on conçoit qu'on la puisse déplacer sans inconvénient. L'image définitive est renversée; c'est évident, puisque en somme l'appareil, composé de deux verres utiles positifs (1 et 3), n'est qu'une lunette astronomique.

Passons à la solution β.

e et $a-e$ étant positifs, f_1 et f_3 ont certainement le même signe. Pour que a soit petit par rapport aux trois distances focales, il faut prendre f_1 et f_3 d'un signe, f_2 de l'autre. Donders choisissait les lentilles extrêmes divergentes, la lentille moyenne convergente.

La condition $e=f_1+2f_2$ signifie que le foyer F_1' de l'espace image de la lentille 1 est en avant de la lentille 2 à deux fois sa distance focale principale. La condition $a-e=f_3+2f_2$ signifie que le foyer F_3 de l'espace objet de la lentille 3 est en arrière de la lentille 2 à deux fois sa distance focale principale. Nous retombons sur la propriété bien connue d'une lentille, que la distance de l'objet à l'image est minima quand elle vaut 4 fois la distance focale.

L'image définitive est droite.

Le grossissement est variable, puisque, sans changer notablement la distance de l'objet (qui est en F_1') à l'image (qui par hypothèse doit être en F_3), nous pouvons déplacer notablement la lentille 2.

Le lecteur vérifiera qu'on peut supposer les lentilles extrêmes positives et la lentille moyenne négative.

Dans l'appareil proposé par Donders, les lentilles divergentes sont de 12 dioptries ($f=8{,}33$ cm.), la lentille convergente est de 20 dioptries ($f_2=5$ cm.). La longueur de l'appareil est :

$$a=20-2\,(8{,}33)=3^{cm},33.$$

Le grossissement est variable par déplacement de la lentille moyenne; sa valeur moyenne est 1.

132. Cas général pour le système de trois verres.

1°. — Appelons π_1 la distance de l'objet O au foyer de l'espace objet du verre 1. Soit x la distance de l'image définitive I' au foyer de l'espace image de ce verre. On a :

$$\pi_1 x = f_1^2.$$

Appelons π_3 la distance de l'image définitive I' au foyer de l'espace image du verre 3. Soit y la distance de l'objet O' correspondant au foyer de l'espace objet de ce verre. On a :

$$\pi_3 y = f_3^2.$$

Écrivons la correspondance par rapport au verre 2 de l'image I jouant le rôle d'objet et de l'objet O' jouant le rôle d'image.

La distance de I au foyer de l'espace objet de 2 est :

$$x' = e_1 - (f_1 + f_2) - x.$$

De même la distance de O' au foyer de l'espace image de 2 est :

$$y' = e_2 - (f_3 + f_2) - y.$$

D'où immédiatement la relation :

$$[\pi_1 (e_1 - f_2 - f_1) - f_1^2]\ [\pi_3 (e_2 - f_2 - f_3) - f_3^2] = \pi_1 \pi_3 f_2^2. \qquad (2)$$

Mais on a :

$$(e_1 - f_2 - f_1)\ (e_2 - f_2 - f_3) = f_2^2;$$

il suffit d'écrire que $\pi_1 = \infty$, et $\pi_3 = \infty$, sont des points conjugués.

Toutes réductions faites, on trouve :

$$\frac{\pi_1}{f_1^2}[e_1 - (f_1 + f_2)] + \frac{\pi_3}{f_3^2}[e_2 - (f_3 + f_2)] = 1,$$

formule symétrique très simple.

Faisons $f_2 = \infty$; il reste la formule du § 128 :

$$\frac{\pi_1}{f_1^2} + \frac{\pi_3}{f_3^2} = 0.$$

Effectivement poser $f_2 = \infty$, revient à supprimer cette lentille. Le système devant rester afocal, nous retombons sur les combinaisons du § 128.

2°. — Grossissement.

Il a pour expression :

$$-G = \frac{f_1}{\pi_1}\frac{f_2}{x'}\frac{f_3}{y}.$$

On vérifiera qu'il est invariable. Il a donc l'une ou l'autre des expressions calculées au § 129.

Pour appliquer la construction générale (§ 128), on calculera les positions de deux points conjugués, qu'on choisira naturellement les plus simples possible.

On calculera le rapport $\pi_1 : \pi_2$. Cela suffit pour déterminer la droite YY des figures 167 et 168, et pour achever la construction.

CHAPITRE IX

COMPLEXITÉ DE LA LUMIÈRE

En étudiant les effets produits par un prisme, nous avons spécifié l'emploi d'une lumière *simple, monochromatique*, quitte à revenir sur sa définition. Elle était obtenue par un sel de sodium dans la flamme d'un bunsen rendue obscure par une suffisante arrivée d'air, ou par l'interposition d'écrans colorés.

La caractéristique des lumières monochromatiques est que le passage à travers un prisme n'en change pas l'aspect.

Il s'agit de repérer les lumières simples autrement que par des sensations subjectives peu précises et qui varient avec l'observateur, ou par leur déviation dans le prisme, cette déviation variant avec la matière du prisme.

Nous utiliserons les réseaux dont je renvoie la théorie à mon Cours sur la Diffraction. *L'emploi rationnel d'un appareil ne suppose en aucune manière qu'on en possède la théorie.*

Définition expérimentale et mesure des longueurs d'onde.

133. Réseaux. Longueur d'onde d'une lumière simple.

1°. — Un réseau est une lame planparallèle de verre sur laquelle on a tracé, à l'aide d'un diamant, un grand nombre de traits parallèles et équidistants; l'espace entre deux traits voisins est généralement inférieur à 20 μ; il peut descendre jusqu'à 2 μ. On réalise ainsi des intervalles transparents égaux, séparés par les traits que l'expérience prouve être opaques.

Dans ce qui nous occupe, seule intervient la *période du réseau*, distance des milieux des traits : peu importe le rapport du plein au vide.

L'appareil est représenté par la figure 172.

La fente F est éclairée par un brûleur Bunsen *chargé de sel marin*.

La lentille convergente L en donne une image réelle F'.

L'écran E limite la largeur du faisceau lumineux utilisé.

Plaçons en R un réseau à 50 traits par millimètre, de manière que les traits soient parallèles à la fente F et que le faisceau lumineux tombe normalement à son plan. Outre l'image F', nous observons dans le plan de front conjugué de la fente F, et de part et d'autre de F', une série F'_1, F'_2... d'images réelles *jaunes* de la fente.

Ces images sont équidistantes; les faisceaux qui les forment font entre eux des angles égaux D.

Remplaçons le réseau R par un autre possédant 100 traits au millimètre. L'écart linéaire des images successives, par suite l'écart angulaire D sont doublés. Conclusion : *le rapport* D : *m de l'écart angulaire* D *au nombre m de traits par millimètre reste constant.*

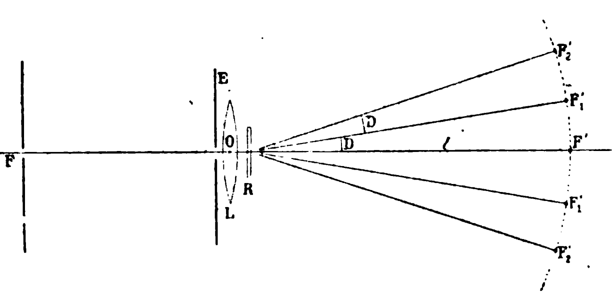


Fig. 172.

La loi est générale. Les dimensions du réseau, par conséquent le nombre *total* des traits, n'interviennent pas dans la grandeur des déviations. Toutefois les phénomènes sont plus lumineux quand la largeur du réseau est plus grande.

2°. — Changeons la lumière employée; remplaçons le chlorure de sodium par du chlorure de lithium. Nous observons des phénomènes analogues, mais les images F''_1, F''_2,... sont *rouges* et *plus écartées* que les images F'_1, F'_2,... données par le chlorure de sodium; le rapport D : *m*, constant pour la nouvelle lumière, est plus grand que pour la précédente.

Les lumières émises par les *vapeurs* de chlorure de sodium et de chlorure de lithium sont *simples* (voir plus loin); *chacune d'elles est caractérisée par la valeur correspondante du rapport* D : *m*.

Ce rapport, dans lequel D est évalué en radians, est la *longueur d'onde* de la lumière considérée; nous la représenterons par la lettre λ.

134. Lumières formées d'un nombre fini de lumières simples.

Dans la flamme du brûleur Bunsen mettons en même temps les chlorures de sodium et de lithium. Nous observons *à la fois* les images jaunes F'_1, F'_2... et les images rouges F''_1, F''_2... telles que les donneraient *séparément* les deux chlorures. Cela revient à dire que la lumière contient les deux lumières simples que la flamme émettait *séparément* dans les expériences précédentes.

Le résultat est le même quel que soit le nombre des chlorures placés *simultanément* dans la flamme : la lumière émise est constituée par l'ensemble de toutes celles qu'émettrait *séparément* chacun des chlorures. *Il existe donc des lumières formées d'un nombre fini de lumières simples.*

D'une manière générale, quand on introduit dans la flamme un corps volatil, on distingue un grand nombre de raies lumineuses séparées.

Quelle que soit la source dont elle provient, une lumière simple définie par une longueur d'onde déterminée a toujours la même teinte. La teinte d'une lumière simple est une fonction de la longueur d'onde.

Tout phénomène qui sépare les radiations simples constituant une lumière complexe, s'appelle *dispersion* : le réseau *disperse* la lumière.

Chaque groupe F'_1, F'_2..., ou F'_2, F'_2... (fig. 173), ensemble des images de même rang de la fente étroite F, forme un *spectre de raies*.

Fig. 173.

Pour une lumière complexe déterminée, tous les spectres donnés par les réseaux contiennent les mêmes raies dans le même ordre. Dans l'exemple cité au début, ils contiennent tous une raie jaune et une raie rouge; la raie jaune est la plus rapprochée du centre F′ du phénomène.

Dans le second spectre F'_2, F'_2..., *les raies sont deux fois plus écartées que dans le premier,* et ainsi de suite.

En effet, soit d_1 l'équidistance des raies pour la première radiation; soit d_2 l'équidistance pour la seconde.

La distance des raies dans le premier spectre est : $d - d'$.

Dans le second, elle est : $2d - 2d' = 2(d - d')$.

Dans le n^e, elle est : $nd - nd' = n(d - d')$.

Et ainsi de suite.

135. Lumière blanche.

Dans l'appareil de la figure 172, remplaçons le brûleur B par un bec Auer ou le filament d'une lampe à incandescence.

L'image centrale F′ est blanche; de part et d'autre se trouvent encore des spectres, mais chacun d'eux est formé par une bande lumineuse *continue* (spectre I de la planche coloriée). Il est impossible, dans les meilleures conditions de séparation, d'observer des raies brillantes séparées par des intervalles sombres.

La lumière d'un bec de gaz n'est donc pas composée d'un nombre FINI *de lumières simples; elle en contient une* INFINITÉ *formant une série* CONTINUE, *ayant toutes les longueurs d'onde possibles comprises entre deux limites.*

Précisons la différence entre les sources qui donnent un *spectre de raies brillantes sur fond obscur* (un nombre fini de radiations), et celles qui donnent un *spectre continu.*

Les premières sont constituées par des *gaz incandescents* : dans les expériences des paragraphes précédents, nous introduisons dans

la flamme obscure du brûleur un chlorure métallique, parce que les chlorures sont volatils à la température de cette flamme. *Les spectres de raies sont caractéristiques des métaux employés ;* l'acide du sel n'a aucune influence sur la position des raies ; il importe seulement de le choisir de manière que le sel soit volatilisé.

Les *spectres continus* sont produits par des *solides incandescents.* La flamme d'une lampe à gaz qui donne un spectre continu, contient des parcelles de carbone *solide* incandescentes, provenant d'une combustion incomplète du gaz.

136. Séparation des raies.

Les raies brillantes sont d'autant plus nettement séparées qu'elles sont moins larges; comme ce sont les images de la fente F, il faut la prendre très fine.

Il résulte du paragraphe antéprécédent qu'il est avantageux d'observer un spectre de rang élevé. Pratiquement, on ne dépasse pas le troisième, car ils sont de moins en moins lumineux à mesure qu'ils s'éloignent de l'image centrale F'; d'ailleurs ils empiètent les uns sur les autres, leur largeur devenant de plus en plus grande.

La séparation est d'autant meilleure que le réseau contient plus de traits au millimètre. Puisque le rapport D : *m* est constant pour chaque lumière simple, les écarts D sont proportionnels au nombre *m* de traits par millimètre.

Il est difficile d'en tracer plus de 500.

En définitive, avec une fente fine et un réseau à traits serrés, on peut, dans un spectre de rang convenable, séparer des raies qui paraissent confondues lorsqu'on les observe dans des conditions favorables. D'où la conséquence qu'*une lumière qui paraît simple, étudiée avec un appareil, peut être complexe avec une disposition meilleure.* Exemple : la lumière du sodium elle-même, qui nous sert de type de lumière simple, est décomposée en deux lumières simples (de longueurs d'onde très peu différentes, naturellement) par des réseaux puissants.

Il ne faut pas exagérer le grossissement dû à la lentille L (fig. 172), ou, ce qui revient au même, exagérer la distance $\overline{OF'}$. La distance $\overline{F'_1F'_1}$ de deux raies d'un même spectre est bien proportionnelle à $\overline{OF'}$; mais comme la largeur de ces raies croît dans le même rapport, la facilité de distinguer les images l'une de l'autre, ce qui constitue le *pouvoir séparateur,* est indépendante de cette distance, sans parler de l'éclairement qui diminue.

Par la suite, nous retrouverons cette remarque sous bien des formes.

137. Ordre des couleurs dans les spectres.

Dans l'un quelconque des spectres fournis par un réseau, partons de l'extrémité la plus voisine de l'image centrale F'. Nous trouvons *des* violets, *des* indigos, *des* bleus, *des* verts, *des* jaunes, *des* orangés

et *des* rouges. Cela revient à dire que les longueurs d'onde croissent en partant *des* violets pour arriver *aux* rouges.

Le violet, l'indigo, etc., ne sont pas des couleurs simples; il existe une infinité de lumières simples violettes, une infinité de lumières simples indigos, etc. Il n'y a pas seulement *sept* couleurs dans le spectre; il y en a une infinité, formant une gamme *continue* : il est impossible, par exemple, de dire où commencent les orangés, où finissent les rouges.

Lorsqu'on élève la température d'un solide, il devient généralement lumineux vers 400°; il émet alors une lumière rouge. Sa température s'élevant, son éclat augmente : la couleur de la lumière qu'il rayonne, diffère de moins en moins du blanc, c'est-à-dire *par définition* de la lumière du Soleil non modifiée par la traversée de notre atmosphère. Le spectre de la lumière ainsi émise ne contient, en effet, vers 400°, que les radiations rouges; pour une température plus haute il contient des rouges et des orangés; à mesure que la température croît, le spectre *toujours continu* s'allonge de plus en plus vers l'extrémité violette : la composition de la lumière émise se rapproche de celle du Soleil.

138. Raies sombres des spectres solaires (Fraunhofer).

Éclairons avec la lumière solaire la fente F de l'appareil (fig. 172). Nous obtenons des spectres qui diffèrent de ceux des solides incandescents et de ceux des gaz incandescents. Au premier abord ils semblent continus; un examen plus attentif y montre des raies noires (spectre III de la planche coloriée) : *les radiations qui donneraient, là où sont ces raies, des images lumineuses de la fente,* MANQUENT *dans la lumière solaire.*

Ces raies obscures sont très nombreuses, plusieurs dizaines de mille; elles forment des groupes caractéristiques, facilement reconnaissables et auxquels on a donné des noms.

Le tableau suivant donne les plus importantes, avec leurs longueurs d'onde, exprimées en dix-millièmes de μ (unité d'Angström).

A	oxygène	7594	*h*	hydrogène	4102
B	oxygène	6867	H	calcium	3968
C	hydrogène	6563	K	calcium	3934
D_1	sodium	5896	L	fer, carbone	3820
D	sodium	5890	M	fer	3720
E	fer	5270	N	fer	3581
b_1	magnésium	5184	O	fer	3441
b_2	magnésium	5173	P	titane	3361
b_4	magnésium	5167	Q	fer	3287
F	hydrogène	4861	R	calcium	3179
G	fer	4308	S	fer	3100
g	calcium	4227			

La raie A se trouve dans le rouge extrême, D entre le jaune et l'orangé, F dans le vert, G dans l'indigo, H dans le violet.

La mesure des longueurs d'onde de ces radiations s'effectue aisé-

ment à l'aide d'un réseau. Utilisons, par exemple, un réseau ayant 100 traits au millimètre; $m=100$. Formons les images sur un écran situé à 1 mètre; $l=1000$ millimètres. Mesurons l'intervalle entre la raie noire d'un spectre et la raie de même nom du spectre suivant : nous trouvons $d=58^{mm},9$. Par définition nous avons :

$$\lambda=\frac{D}{m}=\frac{d}{ml}=\frac{58,9}{100\times 1\,000}=0^{mm},000\,589=0^{\mu},589.$$

Expériences avec le prisme et les lentilles.

Maintenant que nous sommes en possession d'un procédé de repérage des couleurs indépendant des sensations qui sont éminemment variables avec l'observateur, nous pouvons revenir utilement sur les illustres travaux de Newton, dont l'*Optique* est encore un modèle logique et expérimental.

139. Vision à travers un prisme d'un objet coloré.

Le lecteur se reportera au § 47 où nous expliquons la formation des images à travers un prisme.

Partons de là pour vérifier la proposition fondamentale énoncée par Newton.

Les rayons qui diffèrent en couleur, diffèrent aussi en réfrangibilité. Toute lumière homogène a sa couleur propre qui correspond à son indice; cette couleur ne peut être changée ni par réflexion ni par réfraction.

Newton ne veut pas dire que les rayons homogènes sont *par eux-mêmes* colorés. Ils sont simplement doués de la propriété de produire sur la rétine la sensation de couleur. *Pour une rétine donnée,* ils ont une certaine couleur qui est liée à leur indice et ne peut être changée ni par réflexion ni par réfraction.

Première expérience : avec des couleurs aussi pures que possible (c'est le résultat même qui nous renseigne à cet égard), peignons une bandelette de papier en rouge, en vert, en bleu. Collons-la sur du papier noir. Disposons-la horizontalement à 1 mètre devant un prisme et regardons-la au travers du prisme (fig. 174). La bande colorée est disloquée en trois morceaux séparément horizontaux : le rouge paraît le plus bas, le bleu paraît le plus haut.

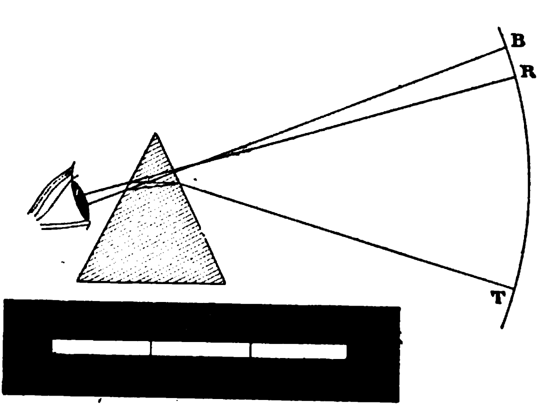


Fig. 174.

Remplaçons la bandelette colorée par une bandelette de papier blanc. Nous voyons un spectre, le rouge en bas, le bleu en haut.

Sans qu'il soit nécessaire de reprendre la suite des raisonnements faits pour les spectres de réseaux, de cette expérience résulte la seconde proposition de Newton : *la lumière du Soleil est composée de rayons différemment réfrangibles que le prisme sépare.*

140. Obtention d'un spectre pur.

Ce qui précède fournit le moyen d'obtenir un *spectre pur*. L'expérience a deux formes équivalentes; elles se ramènent l'une à l'autre en raison du principe du retour des rayons (§ 47).

Première forme.

Une fente verticale S envoie un mince pinceau de rayons sur un prisme P qui en donne une série continue ou discontinue d'images virtuelles S′, suivant que la lumière est composée d'un nombre fini de radiations simples ou d'un nombre infini.

La lentille L donne de ces images S′ des images réelles S″.

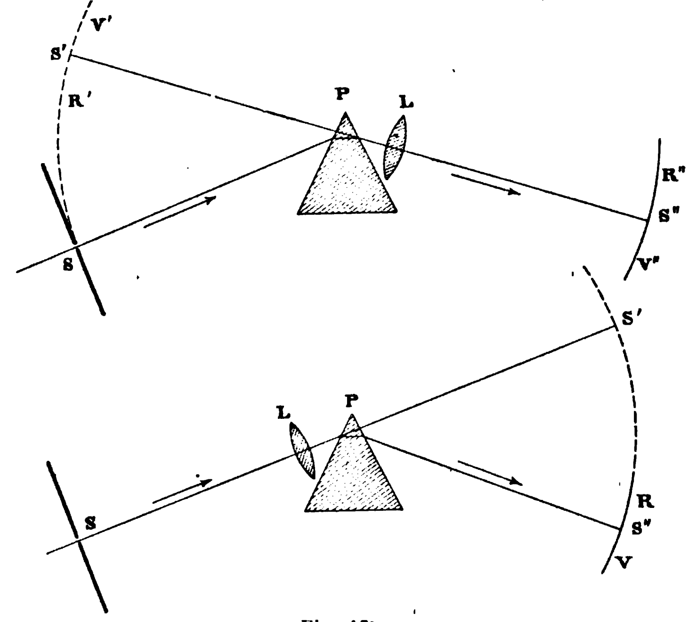


Fig. 175.

Deuxième forme.

Une lentille donne une image réelle S′ d'une fente verticale S. Comme conséquence du chromatisme des lentilles, nous verrons plus loin (§ 148) que les images qui correspondent aux diverses couleurs ne sont pas superposées : elles occupent le long de SS′ un certain espace. Pour l'instant, négligeons ce phénomène.

Le prisme donne de S′ des images S″ dont la déviation dépend de l'indice.

Dans les deux expériences, le prisme est au minimum de dévia-

tion pour la partie moyenne du spectre. Les images qu'il donne sont alors sensiblement à la même distance de son arête, quel que soit l'indice (§ 47).

141. Dispersion.

1°. — Concluons de ce qui précède qu'*à chaque lumière simple caractérisée par sa longueur d'onde, correspond un indice bien déterminé dans une substance de composition définie.*

L'étude de la dispersion par réfraction revient à chercher la relation $n = f(\lambda)$ qui existe entre l'indice n et la longueur d'onde λ.

Dans le verre, l'indice n croît d'une manière continue lorsque λ diminue. En effet, la flamme d'une lampe à gaz donne, avec un prisme de verre, un spectre continu (*spectre prismatique*) où les couleurs sont placées dans le même ordre que dans le spectre d'un réseau (*spectre normal*); l'extrémité rouge du spectre correspond à la moindre déviation, l'extrémité violette à la plus grande.

On dit que la dispersion du verre est *normale*.

Montrons qu'il n'y a pas proportionnalité entre les variations de l'indice et celles de la longueur d'onde, autrement dit, qu'entre λ et n n'existe pas une relation linéaire.

2°. — Avec un réseau dont les traits sont verticaux, formons un spectre *normal*. D'après les définitions ci-dessus données, l'écart linéaire des deux radiations est sensiblement proportionnel à la différence des longueurs d'onde de ces radiations.

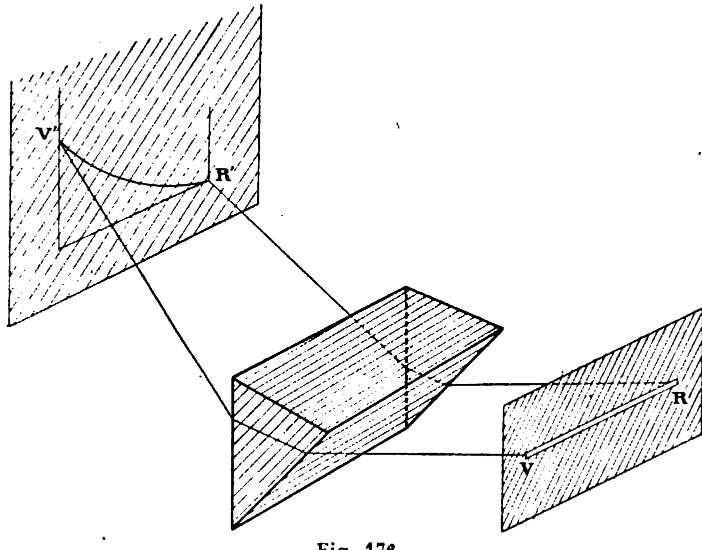


Fig. 176.

Au moyen d'une fente entaillée dans un écran de papier fort, découpons dans le spectre une bande horizontale mince RV. Servons-nous-en comme d'objet par rapport à un prisme dont l'arête lui est parallèle. Projetons l'image de la fente sur un écran; suppo-

sons les déviations vers le haut. Pour simplifier la figure 176, la lentille de projection n'est pas représentée.

A des points P_1, P_2, P_3, de la fente correspondent des radiations bien déterminées. Les images P'_1, P'_2, P'_3, ... sont dans des plans verticaux dont les distances horizontales relatives sont proportionnelles aux distances correspondantes des points P_1, P_2, P_3, ... ; cela en vertu des propriétés ordinaires des lentilles.

Les déviations vers le haut dépendent des indices.

Soit δ_0 la déviation d'une radiation prise pour repère.

Supposons-la dans le rouge extrême ; soit λ_0 sa longueur d'onde.

Les déviations des autres radiations sont de la forme :

$$\delta = \delta_0 + f(\lambda - \lambda_0).$$

Si l'image R'V' de la fente RV était rectiligne, cela voudrait dire que $\delta - \delta_0$ est une fonction linéaire de $\lambda - \lambda_0$. Comme, d'autre part, on peut admettre que la déviation relative $\delta - \delta_0$ est proportionnelle à la variation des indices (qui varient fort peu), il faudrait conclure entre n et λ une relation de la forme :

$$n = n_0 + A(\lambda - \lambda_0).$$

L'expérience montre que *l'image est courbe*.

L'allure de la fonction $n = f(\lambda)$, est représentée dans la figure 177.

La relation $n = f(\lambda)$ n'est donc pas linéaire.

Dans le spectre visible on a très sensiblement :

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

où A et B sont des constantes positives.

Voici, pour fixer les idées, les indices de quelques lumières simples pour deux *échantillons* de verre rentrant dans les deux types fondamentaux : les *flints* (de densité 4) et les *crowns* (de densité 2,5) :

Fig. 177.

Raies...	B	D	F	H
Longueurs d'onde.....	0μ687	0μ589	0μ486	0μ397
Indices dans le flint...	1 610	1 617	1 629	1 650
— crown.	1 512	1 516	1 522	1 532

Ces nombres ne s'appliquent qu'aux échantillons qui les ont fournis.

142. La loi de dispersion varie suivant le corps. Erreur de Newton.

1°. — Une expérience curieuse de Christiansen démontre le fait.

On pile du verre en poudre fine; on en remplit une bouteille dont les faces sont planes et optiquement travaillées : il est préférable que la bouteille soit du même verre que la poudre.

En raison de la réflexion sur les multiples intersurfaces air-verre, l'ensemble est opaque.

On introduit alors un mélange de sulfure de carbone et de benzine.

L'indice du sulfure de carbone à 11° est 1,633 pour la raie D; l'indice de la benzine est 1,497. Par des mélanges en rapports convenables, on obtient donc des indices compris entre ces limites à cette température.

L'indice du crown est voisin de 1,52 pour la raie D.

Enfin, la *dispersion* du mélange liquide est très supérieure à la dispersion du verre.

Avec un rapport convenable des liquides, on obtient une courbe de dispersion C_1D_1 (fig. 178) qui coupe la courbe de dispersion AB du verre en un point R dans le rouge. *La radiation transmise par le système est rouge; la longueur d'onde est celle pour laquelle les indices du mélange liquide et de la poudre sont égaux.*

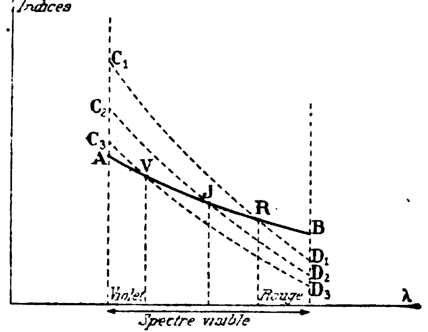


Fig. 178.

Pour cette radiation le système est optiquement homogène, tandis que pour les autres les réflexions et diffusions interviennent énergiquement.

Ajoutons de la benzine : la courbe de dispersion du liquide devient C_2D_2; *la teinte transmise vire au jaune.*

Ajoutons encore de la benzine : *elle vire au bleu.*

Les phénomènes sont analogues pour des variations de température. *Une élévation de température diminue à la fois l'indice moyen et la dispersion d'un liquide;* les courbes CD s'abaissent et deviennent plus horizontales quand la température s'élève : la teinte vire au bleu.

L'expérience est à ce point sensible qu'on a basé dessus des thermoscopes. Corrélativement, la variabilité de la teinte avec la température limite l'emploi de tels systèmes comme *écrans monochromes.*

2°. — Erreur de Newton.

Disons un mot d'une erreur de Newton d'importance historique considérable, puisqu'elle retarda d'un siècle la construction des objectifs achromatiques.

Newton posait pour la loi de dispersion :

$$n - 1 = (n_0 - 1)\, f(\lambda),$$

où $f(\lambda)$ est la même fonction pour tous les corps.

Écrivons l'équation pour trois longueurs d'ondes $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

On a tout de suite :

$$\frac{n_3 - n_1}{n_2 - 1} = \frac{f(\lambda_3) - f(\lambda_1)}{f(\lambda_2)} = \text{Constante}, \qquad \frac{\Delta n}{n - 1} = \frac{1}{\nu} = \text{Constante}.$$

Le paramètre ν est donc le même pour tous les corps : nous verrons que l'achromatisme devient impossible (§§ 150 et 153).

Pour Newton la *courbe d'achromatisme* (§ 157) est une droite passant par l'origine. Le système auquel correspond la droite normale S*o* (fig. 191) équivaut à une glace à faces parallèles; il vérifie en effet la relation :

$$k_1 (n_1 - 1) + k_2 (n_2 - 1) = 0.$$

D'après Newton, deux corps qui ont même indice pour une radiation, ont même indice pour toutes les radiations, ce dont l'expérience de Christiansen montre immédiatement la fausseté.

Radiations invisibles.

Jusqu'à présent, l'œil nous a servi pour déceler les radiations. Mais *a priori*, certaines radiations qui n'agissent pas sur l'œil peuvent avoir les autres propriétés des rayons visibles. Autrement dit, dans un spectre pur, la partie visible ne constitue pas *nécessairement* tout le phénomène : il peut exister des *lumières invisibles*.

143. Spectre infra-rouge. Spectre ultra-violet.

1°. — On a d'abord reconnu qu'au delà du rouge existent dans le spectre des radiations décelables par la chaleur qu'elles produisent. Un thermomètre très sensible montre un accroissement de température; mais c'est surtout avec la pile thermoélectrique ou le bolomètre qu'on effectue les expériences précises.

Toute radiation transporte une certaine quantité d'énergie; si nous la recevons sur un corps qui l'absorbe entièrement, elle passe à l'état de chaleur. L'*intensité* de la radiation peut être mesurée par la quantité de chaleur apportée pendant une seconde.

La propriété *calorifique* est nécessairement liée à toute radiation; elle se trouve naturellement dans les radiations visibles. Mais l'expérience montre qu'il n'existe aucune relation simple entre la quantité d'énergie transportée et l'effet sur la rétine. Par suite, rien d'étonnant à ce que certaines radiations qui n'agissent pas du tout sur la rétine, véhiculent des quantités considérables d'énergie.

Autrement dit, une même quantité d'énergie produit sur la rétine des effets entièrement différents, suivant la longueur d'onde de la radiation qui la propage.

Je reviendrai plus loin là-dessus.

2°. — Mais il peut également arriver que des radiations qui transportent si peu d'énergie qu'elles deviennent difficilement percep-

tibles par l'élévation de température que leur absorption provoque, causent d'autres phénomènes capables de les déceler. C'est le cas des radiations de très courtes longueurs d'onde, des radiations *ultra-violettes*. Elles agissent sur la plaque photographique; elles produisent des réactions chimiques.

3°. — En définitive, chaque radiation est caractérisée par sa longueur d'onde et par son intensité, définie sans ambiguïté (au moins théoriquement) par la quantité d'énergie qu'elle transporte en une seconde.

Chaque radiation est capable d'autres phénomènes (visibilité, actions photochimiques), dont la grandeur est fonction à la fois de la longueur d'onde et de l'intensité. Il peut arriver que, pour certaines longueurs d'ondes, le phénomène s'annule, quelque intense que soit la radiation : c'est le cas des rayons infra-rouges et ultra-violets par rapport à la vision.

Passons en revue quelques expériences prouvant que les lois de propagation sont les mêmes pour toutes les radiations, qu'elles soient lumineuses ou non.

144. Réflexion.

1°. — On utilise des miroirs de cuivre ou de laiton recouverts d'argent (ou des miroirs de bois doré ou argenté), à peu près sphériques et dont le rayon de courbure est de l'ordre du mètre (fig. 179).

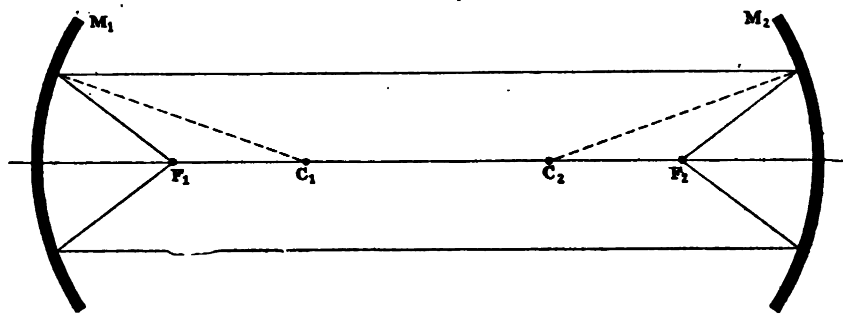


Fig. 179.

Éloignons-les l'un de l'autre de 5 à 6 mètres. A l'aide d'un objet lumineux très éloigné, déterminons les foyers principaux, F_1, F_2. Si les miroirs sont assez distants, ces foyers sont à peu près conjugués l'un de l'autre.

Plaçons en F_2 un petit ballon de collodion contenant un mélange (en volumes égaux) de chlore et d'hydrogène. Allumons en F_1 un arc électrique : le mélange fait explosion et donne du gaz chlorhydrique. Le ballon est mis en lambeaux, mais n'est pas brûlé : preuve que l'explosion n'est pas due à la chaleur.

Les rayons agissent ici par leur propriété photochimique; interviennent seules les radiations de faibles longueurs d'ondes.

Recommençons l'expérience avec un ballon de collodion contenant

un mélange d'oxygène et d'hydrogène (deux volumes d'hydrogène pour un d'oxygène). La lumière n'amène pas l'explosion. Mais plaçons en F_1 une boule de cuivre chauffée au rouge; la chaleur concentrée en F_2 est suffisante pour enflammer le collodion, par suite pour amener l'explosion du mélange. Il est bon d'enduire le ballon d'un peu de noir de fumée pour que, plus absorbant, il s'enflamme plus facilement.

Plaçons en F_2 une pile thermoélectrique, *la face tournée vers le miroir*. Elle est reliée à un galvanomètre. L'aiguille dévie brusquement quand on met en F_1 un ballon de verre noirci plein d'eau chaude. L'aiguille ne dévie pas si la face de la pile est tournée vers le haut, par exemple.

Plaçons en F_1 un ballon de verre noirci, plein d'un mélange réfrigérant. La pile tournant sa face vers le miroir, l'aiguille du galvanomètre dévie, *mais en sens inverse du cas précédent*. Il semble que le ballon rayonne du froid.

L'interprétation exacte est très différente. La pile émet des rayons calorifiques que le ballon absorbe sans rien envoyer comme contrepartie : donc la pile se refroidit. C'est là une démonstration de ce qu'on appelle l'*équilibre mobile de la température* : les corps, placés dans un espace protégé, prennent et conservent la même température, non parce qu'ils n'émettent rien, mais parce que, somme toute, ils absorbent de l'énergie autant qu'ils en émettent.

On peut varier les expériences. Elles aboutissent à cette conclusion générale : les radiations obéissent aux lois de la réflexion, quelles que soient leurs longueurs d'onde.

145. Transmission. Réfraction.

1°. — La même conclusion s'applique aux phénomènes de réfraction. Mais, comme ici les radiations doivent traverser un milieu autre que l'air, l'absorption par transmission intervient au premier chef. Il est bon de préciser nos idées et de généraliser les notions vulgaires sur la transparence et l'opacité.

Produisons un spectre pur avec une lumière intense, un arc électrique, par exemple. Interposons un verre coloré immédiatement avant la fente S (fig. 175). Nous voyons des bandes noires se dessiner dans le spectre; preuve que le verre coloré absorbe certaines radiations et en laisse passer d'autres sans absorption notable. L'intensité transmise I en fonction de l'intensité reçue I_0 est donnée par une expression de la forme :

$$I = I_0 \exp(-\alpha x);$$

α, coefficient d'absorption, est une fonction de la longueur d'onde; x est l'épaisseur de la lame.

Les corps peuvent donc être transparents pour certaines radiations, absorbants pour d'autres : c'est à cause de cela qu'ils sont colorés.

De même les corps peuvent être *thermochroïques* : c'est dire

qu'ils peuvent absorber certaines radiations invisibles et en transmettre d'autres. En particulier, il existe des corps parfaitement opaques pour la lumière visible, et très transparents pour le spectre infra-rouge.

2°. — Pour le prouver, devant un arc A plaçons un écran E percé d'un trou, que nous pouvons recouvrir à volonté d'un volet, puis à quelque distance une pile thermoélectrique (fig. 180).

Découvrons brusquement le trou; nous mesurons l'intensité du faisceau envoyé, par la déviation de première impulsion de l'aiguille d'un galvanomètre relié à la pile.

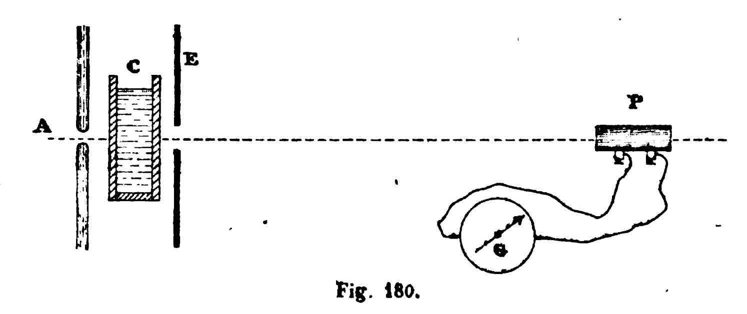


Fig. 180.

Déterminons la déviation quand rien n'est interposé entre le trou et l'arc; puis interposons une cuve C formée de glaces de verre, plan-parallèles. L'expérience montre que la déviation diminue : le verre absorbe donc, en partie, les rayons invisibles calorifiques. La déviation diminue davantage si nous remplissons la cuve d'eau; c'est pourquoi, dans les cinématographes, on interpose une couche d'eau entre l'arc et le film; sans cela le film brûlerait.

Au contraire, une plaque de sel gemme ne diminue pas sensiblement la déviation : ce corps est donc très transparent pour les radiations infra-rouges.

Interposons une auge en sel gemme remplie de sulfure de carbone; nous vérifions ainsi la transparence du sulfure pour les rayons infra-rouges : c'est à peine si sa présence diminue la déviation de quelques centièmes.

Ajoutons au sulfure de l'iode qu'il dissout en grande quantité : nous constatons ce fait au premier abord étrange que la solution, *parfaitement opaque pour les radiations visibles,* est quasi parfaitement transparente pour les radiations infra-rouges.

3°. — La solution d'iode dans le sulfure permet donc de séparer les rayons obscurs des rayons lumineux. Au delà de l'auge, plaçons une lentille de sel gemme : au foyer conjugué de l'arc par rapport à cette lentille nous pourrons réunir les rayons calorifiques, y allumer du papier, y produire l'incandescence d'une feuille de platine.

Le sulfure de carbone a malheureusement le défaut d'être très inflammable. Il est bon de placer l'arc dans une caisse métallique percée d'un trou qu'on recouvre d'une lame de sel gemme. Au reste,

on peut remplacer l'auge de sel gemme par un ballon de verre rempli de la solution d'iode dans le sulfure : au foyer de cette espèce de lentille (§ 106) on obtient des effets calorifiques intenses.

4°. — Tout ce qui précède s'applique, *mutatis mutandis,* aux rayons ultra-violets.

Certains corps les transmettent sans presque les absorber, par exemple le quartz. D'autres les absorbent beaucoup, par exemple la vapeur d'eau. Conséquence : la radiation solaire est infiniment plus riche en radiations ultra-violettes sur les montagnes que dans la plaine ; à preuve, le *coup de soleil* inévitable quand on se promène sur les glaciers.

Comme nous allons le voir, les radiations ultra-violettes transportent une quantité si petite d'énergie que la pile ou le bolomètre les décèlent difficilement.

146. Énergie dans le spectre solaire en fonction de la longueur d'onde.

1°. — Nous voici donc parvenus à des résultats généraux. La lumière émise par les diverses sources est constituée par un ensemble de radiations simples, définies chacune par un paramètre que nous savons déterminer, *sa longueur d'onde.* Les prismes et les réseaux décomposent cet ensemble, *le dispersent.* La loi de dispersion, très simple pour les réseaux, varie suivant la matière du prisme. La quantité de chaque radiation est définie par l'énergie qu'elle transporte.

La composition de la radiation varie suivant les sources. Un poêle, une boule pleine d'eau chaude, sont des sources au même titre qu'un bec Auër. Mais une boule d'eau chaude n'envoie que des radiations invisibles, de grandes longueurs d'onde, tandis qu'un bec Auër émet, outre des radiations invisibles, des radiations d'assez petites longueurs d'onde pour être visibles.

2°. — Fixons les idées par l'étude de la radiation solaire.

Nous pouvons la considérer comme parfaitement déterminée, à la condition d'éliminer l'absorption atmosphérique, en opérant vers midi, par un temps parfaitement clair et sec, ou mieux sur une haute montagne.

Le problème consiste donc à comparer les énergies transportées par les diverses radiations en fonction de leur longueur d'onde, *l'énergie transportée étant la seule commune mesure entre toutes les radiations.*

Aux raies de Fraunhofer près, le spectre est continu ; les instruments de mesure (pile thermoélectrique linéaire, bolomètre) ont des dimensions très petites ; nous sommes naturellement conduits à opérer avec un réseau (par réflexion, pour éviter les effets d'absorption), de manière que les radiations soient étalées proportionnellement aux longueurs d'onde. La pile mesure alors l'énergie transportée par les radiations dont la longueur d'onde varie de $\lambda - \Delta\lambda : 2$ à $\lambda + \Delta\lambda : 2$, la variation $\Delta\lambda$ restant invariable.

En définitive, l'expérience consiste à déplacer la pile d'un bout à l'autre du spectre, et à déterminer pour chaque position (c'est-à-dire pour chaque longueur d'onde moyenne λ) une quantité proportionnelle à l'énergie transportée.

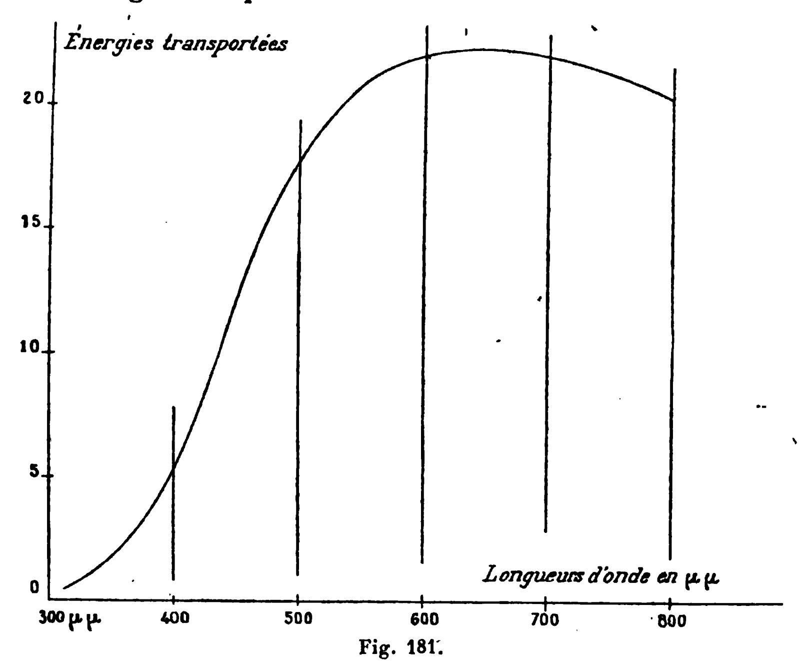


Fig. 181.

On obtient la courbe représentée par la figure 181. Loin qu'il y ait proportionnalité entre l'effet optique d'une radiation et son effet calorifique, les radiations du spectre solaire qui transportent le plus d'énergie, sont déjà dans la partie infra-rouge; elles sont invisibles.

Théoriquement, une courbe telle que la précédente caractérise parfaitement bien une source. Malheureusement les renseignements qu'elle fournit sont incertains pour les violets et les ultraviolets, tant la quantité d'énergie transportée est petite.

Achromatisme.

147. Chromatisme des lentilles.

1°. — Dès que Newton eut démontré la nature complexe de la lumière blanche, il fut immédiatement conduit à attribuer l'imperfection des lunettes à l'inégale réfrangibilité des radiations simples. En vertu de la formule générale :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)=(n-1)\,k,$$

chaque objet a une infinité d'images, une pour chaque radiation simple, inégalement éloignées de la lentille, par suite de grandeurs inégales (fig. 182).

n étant plus grand pour le violet que pour le rouge, la lentille est plus convergente pour le violet.

2°. — Il résulte de là que si l'on fait tomber sur un écran l'une des images, les autres sont en avant ou en arrière : *elles ne sont pas au point.*

Pour faire l'expérience, projetons un spectre pur sur un texte imprimé. Nous avons donc côte à côte des objets éclairés par des radiations diverses et séparément homogènes.

Servons-nous de ce texte comme objet par rapport à une lentille convergente.

Observons l'image sur un verre dépoli, ou mieux avec une loupe assez grossissante.

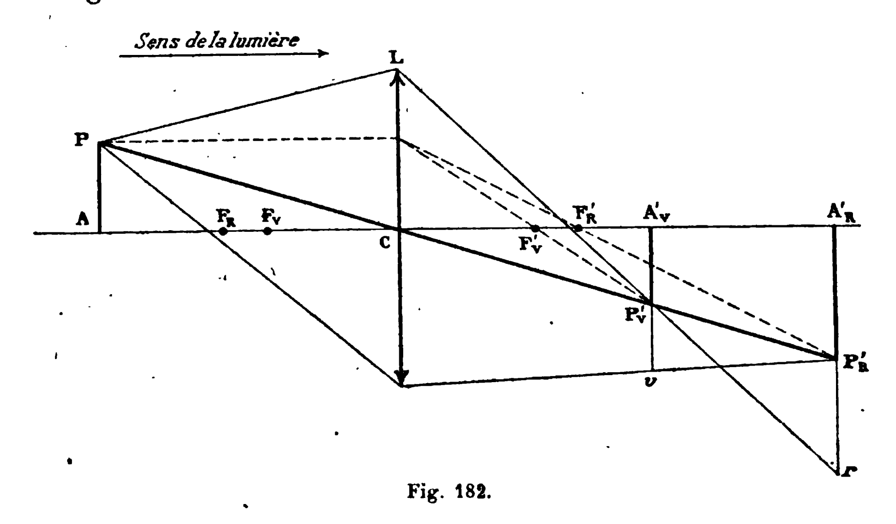


Fig. 182.

L'expérience montre qu'il est impossible de voir simultanément sur le verre dépoli l'image *nette* de tout le texte. Pour lire le texte violet, il faut placer le verre dépoli plus près de la lentille que pour lire le texte rouge.

Or peut encore prendre pour objet lumineux un morceau de gaze sur lequel on fait tomber un spectre pur qu'on reçoit sur la lentille. Par ce procédé on perd moins de lumière que par le précédent.

Précisons par un exemple numérique. Plaçons le texte ou la gaze à une distance de la lentille à peu près égale à deux fois la distance focale principale; nous savons qu'alors la distance de l'objet et de l'image est minima et égale à quatre fois cette distance. Employons une lentille construite avec le crown dont nous donnons les indices au § 141.

Les indices extrêmes pour le spectre visible sont 1,512 et 1,532.

Les distances focales sont donc entre elles comme 0,532 et 0,512.

Si, par exemple, la distance focale principale pour le rouge est 532 mm., elle est 512 mm. pour le violet. Dans les conditions susdites, l'image rouge est à 2 128 mm. de l'objet; l'image violette en

est à 2048. La distance des deux images est donc de 8 centimètres; la non-simultanéité de mise au point est donc aisée à vérifier.

Newton opère d'une manière intéressante. Il prend deux morceaux de carton, l'un rouge, l'autre bleu (pour répéter l'expérience, le lecteur peindra un bout de carton moitié avec du vermillon, moitié avec de l'outremer). Il enroule dessus un fil fin de soie noire, de manière à tracer sur les surfaces de fines lignes noires. Il les place l'un à côté de l'autre, les éclaire fortement, et forme leurs images sur un écran blanc. On ne trouve aucune position de l'écran pour laquelle les images des fils sont nettes *simultanément* pour les deux cartons. L'écran est plus voisin de la lentille quand les traits noirs sur fond bleu sont au point.

148. Irisation des images.

1°. — Le chromatisme des lentilles se traduit par un autre phénomène fort gênant. Prenons comme objet un trou circulaire éclairé par de la lumière blanche. Étudions les phénomènes dans une série de plans de front de l'espace image.

Plaçons-nous d'abord dans le plan où se produit l'image qui correspond aux rayons les plus réfrangibles (violet extrême). A cette image se superposent une série de cercles concentriques dont les teintes vont du violet au rouge; ils sont d'autant plus grands que la réfrangibilité des radiations qui les remplit est moindre.

En effet, les rayons rouges issus de P et qui convergent en P'_R après avoir passé par le bord inférieur de la lentille, débordent nécessairement l'image violette P'_v du point P, image qui est en ligne droite avec le centre optique et l'image rouge.

De cette superposition d'images résulte une image passablement nette, très légèrement violacée en sa partie centrale, bordée d'un anneau rouge, plus exactement d'une irisation qui va du violet très lavé au rouge extrême pur.

Plaçons-nous dans le plan où se produit l'image qui correspond aux rayons les moins réfrangibles (rouge extrême). A cette image se superposent une série de cercles concentriques dont les teintes vont du rouge au violet; ils sont d'autant plus grands que la réfrangibilité des radiations qui les remplit est plus grande.

En effet, les rayons violets issus de P et qui convergent en P'_v après avoir passé par le bord supérieur de la lentille, débordent nécessairement l'image rouge.

De cette superposition d'images résulte une image passablement nette, très légèrement rougeâtre en sa partie centrale, bordée d'un anneau violet, plus exactement d'une irisation qui va du rouge très lavé au violet extrême pur.

Il n'est donc pas douteux qu'une lentille donne une infinité d'images de chaque objet; elles se trouvent toutes entre deux images extrêmes qui correspondent aux radiations visibles de plus grand et de plus petit indices. Chaque image a sa teinte propre et se conduit

comme un objet indépendant par rapport à tout appareil optique ultérieur.

Mais si nous plaçons un écran dans un plan de front compris entre les images extrêmes, nous recevons simultanément les rayons qui correspondent à toutes ces images; d'où une teinte centrale voisine du blanc et une irisation sur les bords.

2°. — En définitive, prenons comme objet un trou circulaire éclairé par de la lumière blanche. A l'aide d'un oculaire positif (loupe) regardons les plans de front successifs de l'espace image, à commencer par les plus éloignés de la lentille.

Un premier plan de front $A'_r\,r$ nous montrera une image passablement nette et très légèrement rougeâtre, bordée d'un anneau irisé franchement violet sur son bord. Rapprochons encore l'oculaire de la lentille : dans un second plan de front $A'_v\,v$, nous trouverons une image passablement nette et très légèrement violacée, bordée d'un anneau irisé franchement rouge sur son bord. Ces apparences caractérisent les lentilles convergentes non achromatisées, ou les lentilles de crown insuffisamment achromatisées par une lentille concave de flint.

Si, comme nous verrons la chose possible, nous achromatisons *à l'excès*, les phénomènes sont inverses : l'image bordée d'un anneau violet est plus proche de la lentille que l'image bordée d'un anneau rouge.

Si l'achromatisme est correct, l'irisation est négligeable : pour un certain plan de front, nous obtenons une image nette et blanche.

3°. — Prenons comme objet un point lumineux à la distance D d'une lentille d'ouverture O. L'image violette extrême se fait à la distance x de la lentille, l'image rouge extrême à la distance $y > x$. D'où deux cônes ayant pour base commune la lentille. Ils se coupent suivant un cercle de diamètre Δ (*cercle de moindre aberration chromatique*).

Calculons Δ. Soient x' et y' les distances du cercle aux foyers extrêmes, distances prises en valeurs absolues. On a :

$$\frac{\Delta}{O}=\frac{x'}{x}=\frac{y'}{y}=\frac{x'+y'}{x+y}.$$

Soient f et $f+\varphi$ les distances focales relatives aux radiations extrêmes.

$$x=\frac{Df}{D-f}, \quad y=\frac{D(f+\varphi)}{D-f-\varphi},$$

$$x'+y'=y-x=\frac{D^2\varphi}{(D-f)^2},$$

en négligeant φ devant $D-f$. A la même approximation :

$$\Delta=\frac{O}{2}\frac{\varphi}{f}\frac{D}{D-f}=\frac{O}{2\nu}\frac{D}{D-f}.$$

En particulier pour $D = \infty$ (rayons parallèles) on a :

$$\Delta = \frac{O}{2\nu}.$$

Le diamètre Δ est indépendant de la distance focale; il ne dépend que de l'ouverture et du paramètre ν. Donc avec un objectif non achromatisé, il est avantageux d'augmenter la distance focale. La vision devient moins confuse, puisque l'image est plus grande et que cependant les cercles de moindre aberration chromatique conservent le même diamètre.

On s'explique ainsi pourquoi, avant l'invention des objectifs achromatiques, les astronomes (Huyghens en particulier) utilisaient des instruments extrêmement longs, dépassant 30 mètres. Je lis dans Montucla que Dollond construisit une lunette de 5 pieds faisant l'effet d'une lunette non achromatique de 15 pieds. Un autre objectif à trois verres de 3 pieds permettait le grossissement (150) d'une ancienne lunette de 40 pieds. En répétant l'expérience si simple qu'étudie ce paragraphe, le lecteur comprendra le rôle du cercle de moindre aberration chromatique.

149. Achromatisme dû à la disposition relative des images.

Euler a démontré que, malgré l'inévitable chromatisme d'un verre unique, il est possible d'obtenir des images parfaitement achromatiques. La solution est fondamentale, puisque les anciens microscopes lui devaient leur achromatisme.

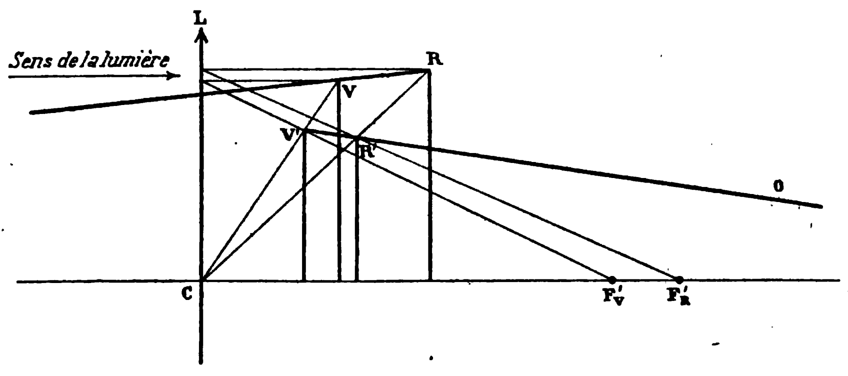


Fig. 183.

Elle consiste en ceci que *les images peuvent être multiples, pourvu qu'elles se projettent les unes sur les autres.* A la vérité, ce n'est pas rigoureusement exact, parce que l'accommodation ne peut avoir lieu simultanément pour une infinité d'objets qui sont à des distances différentes de l'œil; mais la condition est pratiquement suffisante.

Il reste à montrer qu'il est possible de la réaliser (fig. 183).

Soient R, V, les images réelles extrêmes d'un objet données par un objectif (non représenté). Recevons le faisceau sur un verre L (*verre de champ*).

Construisons les nouvelles images R′, V′.

Elles sont disposées de telle sorte que l'œil qui se trouve à l'intersection de la droite O et de l'axe de la lentille, les voie se projetant l'une sur l'autre.

150. Pouvoir dispersif.

1°. — L'indice des verres n'est pas le même pour toutes les longueurs d'onde. On appelle *dispersion* la variation Δn de l'indice quand on passe de la radiation de longueur d'onde λ_1 à la radiation de longueur d'onde λ_2.

Conventionnellement on appelle *dispersion moyenne*, le Δn qui correspond au passage de la raie C (656 $\mu\mu$) à la raie F (486 $\mu\mu$).

C est dans l'orangé, F entre le vert et le bleu.

On appelle *pouvoir dispersif* le quotient :

$$\frac{1}{\nu}=\frac{\Delta n}{n-1}=\frac{C-F}{D-1},$$

de la dispersion par l'excès de l'indice sur unité.

Pour indice du dénominateur on prend généralement celui qui correspond à la raie D (589 $\mu\mu$).

Nous utiliserons l'inverse de ce quotient, que nous désignerons par la lettre ν :

$$\nu=\frac{n-1}{n\Delta}.$$

Pour deux verres différents, on obtient des valeurs de Δn qui ne sont généralement pas dans le même rapport, suivant qu'on s'adresse à des groupes différents de deux raies pour préciser les indices comparés; autrement dit, il n'est pas indifférent de choisir les raies C et F ou deux autres raies. Nous reviendrons là-dessus plus loin.

2°. — Précisons le sens concret du paramètre ν.

Soit f la distance focale principale d'une lentille pour la radiation d'indice n; soit $f+\varphi$ cette distance pour la radiation d'indice $n-\Delta n$.

D'après la formule des lentilles, la distance focale est en raison inverse de $n-1$. D'où la relation :

$$f(n-1)=(f+\varphi)(n-\Delta n-1).$$

Vu la petitesse de Δn devant $n-1$, on peut écrire :

$$\frac{f}{\varphi}=\frac{n-1}{\Delta n}=\nu.$$

Le paramètre ν est le quotient de la distance focale moyenne (raie D) par la différence des distances focales qui correspondent (conventionnellement) aux raies C et F.

Newton énonça que ce rapport est indépendant de la substance;

proposition inexacte qui retarda de près de cent ans la construction des objectifs achromatiques (§ 142).

Le fait a une telle importance historique que je vais traduire le texte de Newton.

Voici d'abord les formules qui l'expliquent.

Soit D la distance du point lumineux à la lentille. Pour les deux radiations dont les distances focales principales sont f et $f+\psi$, on a :

$$x=\frac{fD}{D-f}, \quad y'=\frac{(f+\psi)D}{D-f-\psi}.$$

Négligeons ψ devant f dans le résultat; prenons D grand devant f. On trouve aisément :

$$\frac{y'-x}{x}=\frac{\psi}{f}\frac{D}{D-f}=\frac{1}{\nu}\frac{D}{D-f}=\frac{1}{\nu}\frac{D+f}{D}.$$

Voici maintenant ce que dit Newton : « Il suit de là que si des rayons hétérogènes, venant d'un point lumineux placé dans l'axe d'un objectif convexe, sont réunis par la réfraction en des points qui ne soient pas trop éloignés [lisez que D est grand devant f], le point de concours des plus réfrangibles sera plus proche de l'objectif que celui des moins réfrangibles d'une quantité qui est à la 27ᵉ partie et demie de la distance à l'objectif du point de concours des rayons de moyenne réfrangibilité, à peu près comme la distance du foyer à ce point lumineux [$D+f$] est à la distance [D] du point lumineux à l'objectif. »

Ainsi Newton pose *d'une manière absolue* $\nu=27{,}5$ pour les radiations qu'il considère comme les extrêmes du spectre.

151. Achromatisme des prismes d'angles petits.

1°. — La déviation que donne un prisme d'angle A petit est (§ 48) :

$$D=(n-1)\,A.$$

Pour deux radiations extrêmes auxquelles correspondent les signes *prime* et *seconde*, on a :

$$D'=(n'-1)\,A, \qquad D''=(n''-1)\,A.$$

D'où :

$$\frac{D'-D''}{D}=\frac{n'-n''}{n-1}=\frac{\Delta n}{n-1}=\frac{1}{\nu}.$$

Le paramètre ν mesure donc le quotient de la déviation moyenne par l'étendue angulaire du spectre. Utilisons deux prismes l'un en crown, l'autre en flint; l'étendue angulaire du spectre est une fraction de la déviation plus petite pour le crown que pour le flint (à l'inverse de ce que croyait Newton). C'est dire que le paramètre ν est plus grand pour le crown que pour le flint.

2°. — Accolons deux prismes 1 et 2, de manière que leurs arêtes soient parallèles et leurs angles opposés (fig. 184).

Pour deux radiations auxquelles correspondent les signes *prime* et *seconde*, les déviations sont à travers le premier prisme :

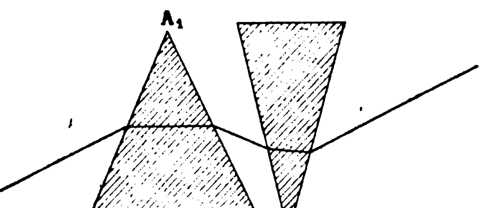


Fig. 184.

$$D'_1 = (n'_1 - 1)\ A_1,$$
$$D''_1 = (n''_1 - 1)\ A_1;$$

à travers le second :

$$D'_2 = (n'_2 - 1)\ A_2,$$
$$D''_2 = (n''_1 - 1)\ A_2.$$

La déviation résultant pour chacune des radiations est donc :

$$D' = D'_1 - D'_2 = (n'_1 - 1)\ A_1 - (n'_2 - 1)\ A_2,$$
$$D'' = D''_1 - D''_2 = (n''_1 - 1)\ A_1 - (n''_2 - 1)\ A_2.$$

3°. — Obtention d'une dispersion sans déviation moyenne.

C'est le problème du spectroscope *à vision directe.*

Écrivons que pour la partie moyenne du spectre (indices n_1 et n_2) la déviation est nulle :

$$(n_1 - 1)\ A_1 = (n_2 - 1)\ A_2 = a. \qquad (1)$$

Calculons la dispersion $\Delta = D' - D''$. On a :

$$\Delta = (n'_1 - n''_2)\ A_1 - (n'_2 - n''_2)\ A_2 = \Delta n_1 . A_1 - \Delta n_2 . A_2.$$

D'où, en vertu de (1) :

$$\Delta = A_1 (n_1 - 1) \left[\frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} - \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} \right] = a \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right).$$

Ainsi le problème est possible, *à la condition que les paramètres* ν_1, ν_2, *qui caractérisent les deux verres, ne soient pas égaux.*

4°. — Obtention d'une déviation sans disperson. Achromatisme.

La condition de non-dispersion est :

$$D' = D'', \qquad A_1 . \Delta n_1 = A_2\ \Delta n_2 = b.$$

La déviation moyenne est :

$$D = (n_1 - 1)\ A_1 - (n_2 - 1)\ A_2.$$

On peut écrire :

$$D = A_1\ \Delta n_1 \left[\frac{n_1 - 1}{\Delta n_1} - \frac{n_2 - 1}{\Delta n_2} \right] = b\ (\nu_1 - \nu_2).$$

Nous explicitons encore les paramètres ν.

5°. — Il résulte de ce qui précède la possibilité de déterminer Δn au moyen d'un prisme d'angle connu de la matière à étudier, en l'achromatisant à l'aide d'un prisme de matière connue, d'angle variable et déterminable. On a longtemps suivi cette méthode; il est préférable de tailler un prisme dans la matière à étudier et de mesurer directement ses indices.

152. Spectre secondaire avec des prismes d'angles petits.
1°. — Opérons avec des prismes d'angles assez petits pour qu'on puisse appliquer la formule :

$$D = A(n-1);$$

D est la déviation, n est l'indice.

La figure 185 représente les courbes des déviations (ou des quantités $n-1$) pour deux prismes de même angle A. La courbe *acb* correspond au crown; la courbe ACB correspond au flint. Pour simplifier la figure et les constructions, je rectifie la courbe *acb*, ce qui revient à porter en abscisses, non plus la longueur d'onde, mais une certaine fonction de la longueur d'onde $\Lambda = f(\lambda)$.

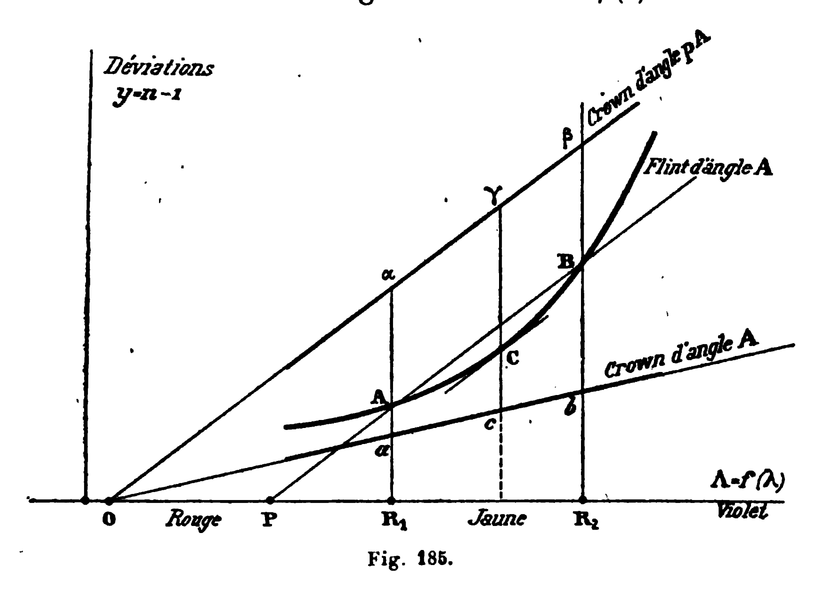


Fig. 185.

Les prismes ont leurs arêtes en sens inverse; la déviation résultante est donc la différence des déviations. Actuellement c'est la déviation par le flint qui l'emporte.

Cherchons l'angle pA qu'il faut donner au crown pour que les déviations à travers les deux prismes soient les mêmes pour les radiations R_1 et R_2.

La droite AB coupe l'axe des abscisses au point P. Par le point O, intersection de *ab* avec l'axe, menons une parallèle à AB. La courbe $\alpha\beta$ est la courbe *ab* dilatée verticalement dans le rapport p.

C'est maintenant le prisme de crown qui produit la déviation la plus grande; la déviation résultante est mesurée par la distance verticale des courbes $\alpha\beta$ et AB.

Elle est la même pour les radiations R_1 et R_2. Elle est MAXIMA pour une radiation intermédiaire C; elle diminue de part et d'autre de cette radiation vers les deux bouts du spectre.

2°. — On appelle *spectre secondaire* le spectre obtenu à travers

deux prismes *achromatisés,* c'est-à-dire dont les angles sont choisis tels que la déviation soit la même pour deux certaines radiations.

Le spectre secondaire se termine brusquement par un maximum de déviation; les rayons de réfrangibilités extrêmes vont en s'étalant, de manière que l'intensité décroît en mourant du côté des déviations les plus petites.

Vers le maximum de déviation, la lumière s'accumule, tant à cause de la propriété du maximum que de l'intensité visuelle propre des radiations auxquelles on le fait pratiquement correspondre (radiations voisines du jaune moyen). L'extrémité la plus déviée est donc jaune verdâtre clair; la moins déviée, formée par la superposition des rouges et des violets, est pourpre sombre. Entre elles les teintes sont dégradées comme couleur et comme intensité.

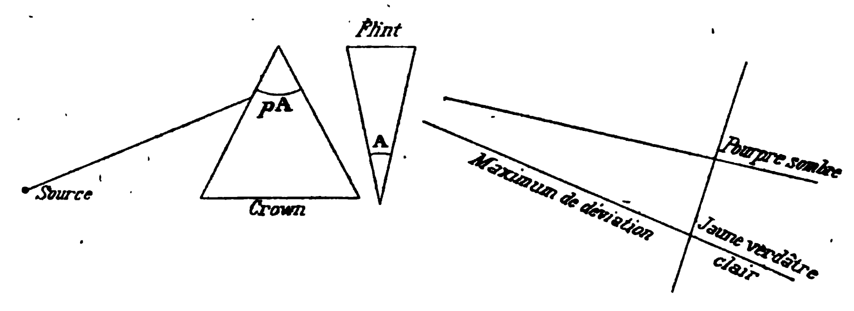


Fig. 186.

En définitive, le spectre secondaire est un spectre ordinaire replié sur lui-même.

3°. — Pour passer aux phénomènes dans les lunettes, il suffit de remarquer que les foyers relatifs aux diverses radiations ont la même distribution et les mêmes teintes que dans le spectre secondaire relatif aux prismes de petits angles.

On a donc à une certaine distance de l'objectif une image dominante de couleur jaune verdâtre. *Plus loin* on obtient une image pourpre. Entre ces extrêmes sont réalisées une série d'images de teintes et d'intensités intermédiaires.

Quand on met au point avec un oculaire, c'est naturellement sur l'image la plus intense. D'où une tache centrale jaune verdâtre, entourée d'une auréole dont l'extrême limite est un bleu pourpre.

Je reprends plus loin la même question sous une autre forme.

153. Possibilité de l'achromatisme.

1°. — La figure 185 rend intuitifs certains résultats.

Supposons que, par un choix convenable de la fonction $A = f(\lambda)$, on puisse rendre simultanément rectilignes les courbes de déviation relatives aux deux milieux. Il est clair que l'*achromatisme* est impossible si les points O et P coïncident; autrement dit, on ne supprime la dispersion qu'en annulant la déviation.

Soient alors trois radiations auxquelles correspondent les abscisses $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$. On a :

$$y = n - 1 = p(\Lambda - q), \qquad \frac{n_3 - n_1}{n_2 - 1} = \frac{\Lambda_3 - \Lambda_1}{\Lambda_2 - q}.$$

Dire que les points O et P coïncident, c'est dire que le paramètre q est le même pour les deux milieux. C'est aussi bien dire que le rapport :

$$(n_3 - n_1) : (n_2 - 1),$$

est le même. Newton admettait cette loi; il était donc conduit à nier la possibilité de l'achromatisme.

Quand les points O et P ne coïncident pas, l'achromatisme est possible. Il est parfait quand simultanément les courbes peuvent être ramenées *exactement* à la forme rectiligne par un choix convenable de la fonction $\Lambda = f(\lambda)$.

Quand le point O est à l'infini (dispersion nulle pour un des milieux), l'achromatisme est réalisé avec un prisme unique. Il n'est évidemment pas réalisable par l'adjonction à ce prisme d'un prisme fait d'une manière qui ne jouit pas de la même propriété.

2°. — Pour annuler la déviation, on fait tourner la droite Oab jusqu'à ce qu'elle coupe la courbe ACB au point qui correspond au Λ pour lequel on désire ce résultat. Il est clair que généralement la dispersion subsiste, ce que Newton déclarait impossible.

Au début du dix-neuvième siècle, on a dû multiplier les expériences pour enlever de la circulation cette erreur admise tout le long du dix-huitième.

Par exemple, Biot détermine l'indice moyen de la térébenthine (1,487) et d'un certain crown (1,512). Avec ces corps il construit des prismes dont les angles sont comme 512 et 487. Il les applique l'un contre l'autre, de manière que leurs arêtes soient tournées en sens inverses. Un faisceau de rayons qui les traverse à peu près normalement n'est pas dévié *en moyenne*. Mais l'expérience montre la production d'un spectre, la térébenthine étant plus dispersive que le crown. On fait l'expérience en plaçant le double prisme entre un collimateur et une lunette.

Inversement, en prenant l'angle du prisme de crown 1,19 fois plus grand que celui de la térébenthine, la dispersion est quasiment annulée, mais la déviation subsiste.

On fait un prisme pour la térébenthine avec des fragments de glace qu'on biseaute et qu'on colle avec un mélange de gélatine et de glycérine. Ce mélange se liquéfie à chaud et prend en refroidissant l'aspect du caoutchouc. Il résiste au pétrole, à la benzine, à l'essence de térébenthine.

154. Prisme à vision directe.

1°. — Il est parfois commode de projeter un spectre à peu près dans la direction du faisceau incident : d'où l'emploi des prismes *à*

vision directe. La figure 187 représente le dispositif. Cherchons les conditions pour que le rayon moyen ne soit pas dévié. Supposons l'appareil symétrique et composé de deux prismes de crown (d'indice moyen n) et d'un prisme de flint (d'indice moyen n').

Par raison de symétrie, le rayon moyen doit avoir même direction à l'incidence, à l'émergence et dans le prisme du flint.

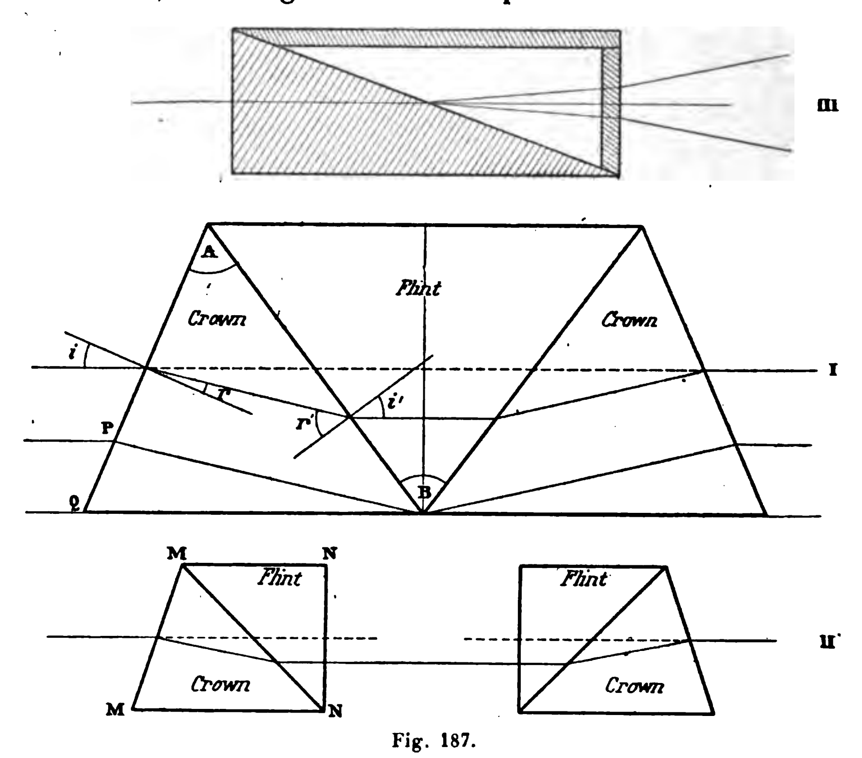


Fig. 187.

Appelons A et B les angles des prismes. On a :

$$i' = \frac{B}{2}, \qquad i = A - \frac{B}{2};$$

$$\sin i = n \sin r, \qquad n \sin r' = n \sin (A - r) = n' \sin i'.$$

En définitive, il reste les conditions :

$$\sin\left(A - \frac{B}{2}\right) = n.\sin r, \qquad n.\sin (A - r) = n'.\sin \frac{B}{2}.$$

Éliminant r, on trouve une relation entre n, n', A, B.

Connaissant n et n', se donnant B, on tire la valeur de A.

Les rayons qui entrent à travers la portion PQ des faces extrêmes, sont réfléchis par la face inférieure du prisme.

2°. — Coupons l'appareil en son milieu; nous obtenons deux doubles prismes (II) crown flint qui produisent la dispersion *sans déviation moyenne, mais avec transport latéral*. On fabrique aujour-

d'hui des verres qui ont même indice moyen et des dispersions très différentes : dans ces conditions le double prisme a ses faces extrêmes parallèles (III); le transport latéral s'annule. Il n'a, du reste, pas d'inconvénient quand les faisceaux lumineux utilisés sont formés de rayons parallèles (§ 38).

On construit encore le double prisme III avec un prisme de crown et un prisme d'huile de cassia dissoute dans la benzine : une dilution convenable réalise l'égalité des indices moyens. Un double prisme suffisamment allongé donne une dispersion supérieure à 20°, tandis que les triprismes ordinaires I des collections ont une dispersion de l'ordre de 10° (le spectre visible est long de 17 cm. à un mètre).

3°. — On donne l'angle du flint, on demande celui de crown compensateur.

La construction est celle des §§ 35 et 45.

Avec le point O comme centre, menons trois circonférences d'indice 1, n (crown), N (flint).

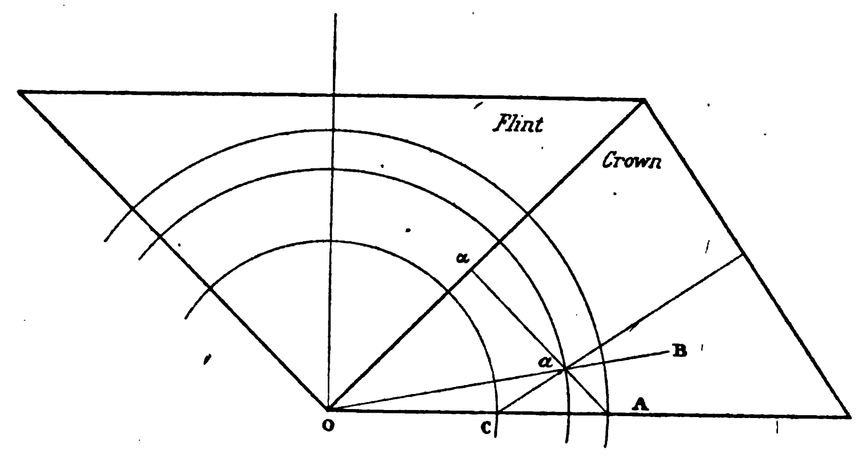


Fig. 188.

Dans le flint, la direction du rayon est celle d'émergence, soit OCA. Au rayon OA dans le flint correspond le rayon OB dans le crown; Aα est perpendiculaire sur la surface de séparation.

Mais à l'émergence le rayon a la direction OC; donc la face d'émergence est normale à aC.

155. Achromats (système de deux lentilles minces accolées).

1°. — Désignons par la lettre k_1 la somme des courbures des surfaces qui limitent la lentille mince 1.

La formule fondamentale du § 61 s'écrit :

$$\varphi_1 = \frac{1}{f_1} = (n_1 - 1)k_1. \qquad (1)$$

Appliquons-là à deux radiations; nous distinguerons celle de plus courte longueur d'onde (verte pour préciser) par le signe *prime* ', celle de plus grande longueur d'onde (rouge pour préciser) par le signe *seconde* '' :

$$\varphi_1' = (n_1' - 1)k_1, \qquad \varphi_1'' = (n_1'' - 1)k_1; \qquad n_1' > n_1''. \tag{2}$$

Pour la lentille 2 accolée nous aurons de même :

$$\varphi_2' = (n_2' - 1)k_2, \qquad \varphi_2'' = (n_2'' - 1)k_2; \qquad n_2' > n_2''. \tag{3}$$

Le système résultant a pour puissances (§ 70) :

$$\varphi' = \varphi_1' + \varphi_2' = (n_1' - 1)k_1 + (n_2' - 1)k_2,$$
$$\varphi'' = \varphi_1'' + \varphi_2'' = (n_1'' - 1)k_1 + (n_2'' - 1)k_2;$$
$$\varphi' - \varphi'' = (n_1' - n_1'')k_1 + (n_2' - n_2'')k_2 = \Delta n_1 . k_1 + \Delta n_2 . k_2. \tag{4}$$

Éliminons k au moyen des équations (2) et (3) :

$$\varphi' - \varphi'' = \frac{\Delta n_1}{n_1 - 1}\frac{1}{f_1} + \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1}\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1\nu_1} + \frac{1}{f_2\nu_2}.$$

2°. — CONDITION D'ACHROMATISME.

Elle est : $\qquad \varphi' = \varphi''; \qquad f_1\nu_1 + f_2\nu_2 = 0.$

ν_1 et ν_2 sont des quantités essentiellement positives; donc f_1 et f_2 sont de signes contraires.

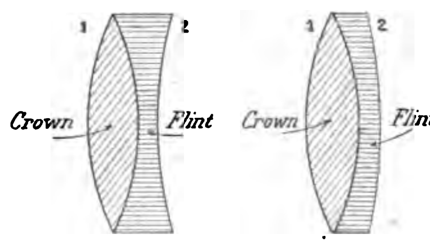


Fig. 189.

Une des lentilles est convergente, l'autre est divergente (fig. 189).

Supposons la lentille 1 convergente.

Ecrivons que le système est convergent :

$$f_1 < -f_2, \quad (n_1 - 1)k_1 > -(n_2 - 1)k_2.$$

D'où, en vertu de (4) :

$$\frac{n_1 - 1}{\Delta n_1} > \frac{n_2 - 1}{\Delta n_2}, \qquad \nu_1 > \nu_2.$$

Le verre de la lentille convergente doit posséder un paramètre ν *plus grand que le verre de la lentille divergente.*

156. Anciens verres et verres nouveaux.

1°. — Les anciens verres avaient comme types le *crown* et le *flint*, dont voici les compositions moyennes.

Flint	Sable 100,	minium 106,	carbonate de potassium	43
Cristal	— 100,	— 67,	—	30
Crown	— 100,	chaux 22,	—	47.

Le *flint* et le *cristal* sont à base de plomb; la teneur en plomb est exagérée dans le flint, dont l'indice et la dispersion sont considérables. Sa densité varie de 3,6 à 4,0.

Le *crown* est à base de chaux; sa composition le rapproche du verre à glace et du verre de Bohême. Sa densité est de l'ordre de 3.

2°. — Représentons dans un plan (fig. 190) en abscisses les indices moyens, en ordonnées les dispersions entre les raies C et F. L'expérience montre que *les points figuratifs des crowns et flints usuels se placent, non pas dans une région du plan, mais très approximativement sur une droite* OA.

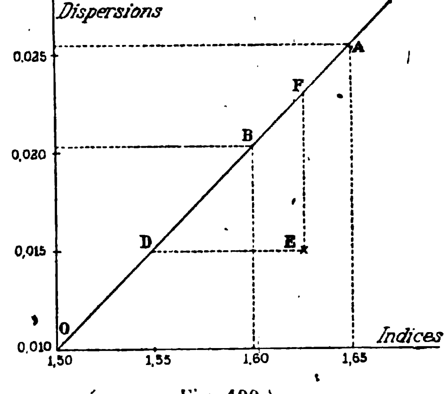


Fig. 190.

Par exemple, un flint d'indice moyen 1,60 a pour les raies C et F des indices qui diffèrent l'un de l'autre d'environ 0,020 (point B de la droite).

Un des grands progrès de la technique moderne a été l'obtention de verres à la baryte, au zinc, aux acides borique et phosphorique,... dont les points figuratifs s'écartent notablement de la droite OA et occupent toute une région OAE à droite de OA.

Par exemple, on possède, d'une part, une série de verres dont l'indice varie de 1,55 à 1,63 et dont cependant la dispersion moyenne est sensiblement invariable et voisine de 0,015; d'autre part, une série de verres dont l'indice est sensiblement constant et voisin de 1,63 et dont pourtant la dispersion varie de 0,015 à 0,023.

Sur la droite OA les valeurs de ν décroissent régulièrement de 50 à 25 à mesure que l'indice moyen croît de 1,50 à 1,65. Avec les nouveaux verres, les variations de ν sont bien plus grandes. Pour certains verres, ν croît jusqu'au voisinage de 70.

Supposons l'achromat convergent construit avec les anciens verres. La condition $\nu_1 > \nu_2$ implique que le verre convergent soit en crown, le divergent en flint. Comme l'indice moyen du crown est plus petit que celui du flint, le verre convergent doit avoir la somme des courbures la plus forte : $k_1 > k_2$.

D'où les dispositifs représentés dans la figure 189.

3°. — Par exemple, la lunette astronomique de mon laboratoire a 110 cm. de distance focale; les verres qui constituent l'objectif ont +40 cm. et —63 cm. de distance focale. La distance focale du verre convergent est environ le tiers de la distance focale de l'achromat.

Admettons 1,53 pour indice du crown; le rayon de courbure de la lentille convergente supposée biconvexe est donc 42,4 cm.

Le second verre s'applique exactement sur le premier; on vérifiera qu'il est quasiment planconcave pour un indice 1,60.

157. Courbe d'achromatisme.

La considération d'une courbe d'achromatisme est due à Cornu;

mais je change complètement son système d'exposition dissymétrique et embrouillé.

1°. — La puissance d'un achromat pour une radiation est :

$$\varphi = (n_1 - 1)k_1 + (n_2 - 1)k_2.$$

Construisons une courbe de coordonnées (fig. 191) :

$$x = n_1 - 1 \text{ (crown)}, \qquad y = n_2 - 1 \text{ (flint)}.$$

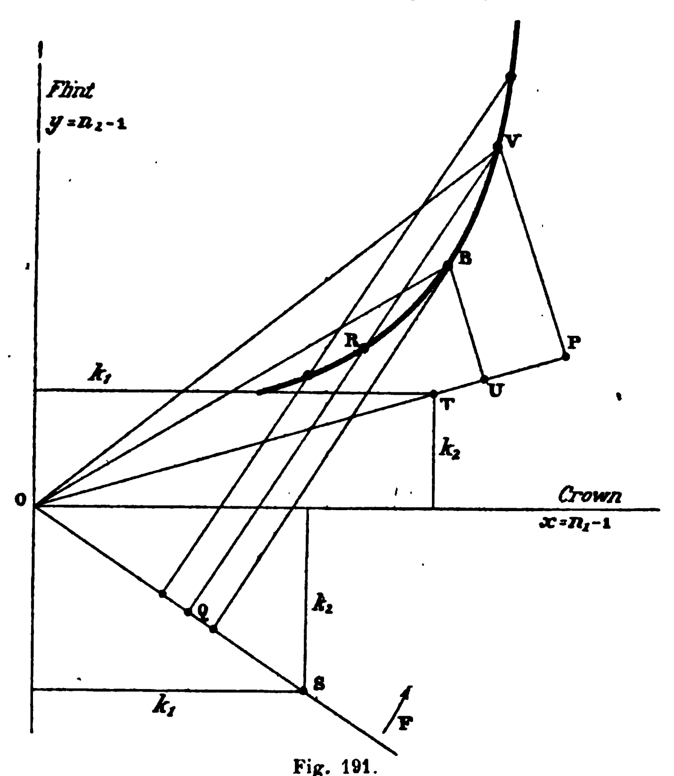


Fig. 191.

Pour les anciens verres, elle a la forme que montre en RV la figure 191. A chaque point de cette courbe correspond comme cote la longueur d'onde d'une certaine radiation ; les indices croissant quand la longueur d'onde diminue, le violet est du côté V, le rouge du côté R. L'allure de la courbe indique que les indices croissent proportionnellement beaucoup plus vite pour le flint que pour le crown quand la longueur d'onde diminue.

On peut écrire généralement :

$$y = \alpha + \beta x + \gamma x^2;$$

β et γ sont deux constantes positives.

Ceci posé, donnons au point T les coordonnées $x' = k_1$, $y' = k_2$.

La puissance pour la radiation V prend la forme $xx' + yy'$.

C'est le produit du vecteur $\overline{OT}$ par la projection $\overline{OP}$ de $\overline{OV}$ sur la

direction OT (travail du vecteur OV dont le point d'application se déplace de O en T).

Les courbures restant les mêmes quelle que soit la radiation considérée, la puissance du système, pour une radiation quelconque B, est proportionnelle à la projection $\overline{OU}$ du vecteur $\overline{OB}$ sur la direction *invariable* OT.

2°. — ACHROMATISME.

On voit maintenant à quoi correspond l'achromatisme. Pour obtenir la même puissance pour deux radiations R et V, il faut rendre égales les projections des vecteurs $\overline{OR}$ et $\overline{OV}$ sur la droite OS représentative des courbures ; il faut donc que cette droite OS soit normale à RV.

En raison de la forme de la courbe RV, k_1 doit être positif, k_2 négatif.

C'est le résultat fondamental ci-dessus trouvé (§ 155).

Réaliser l'achromatisme pour UNE radiation B, c'est choisir les coordonnées x', y', du point S de manière que la tangente en B à la courbe d'achromatisme soit normale au vecteur OS.

On doit avoir en effet :

$$xx' + yy' = (x + dx)x' + (y + dy)y', \qquad x'dx + y'dy = 0;$$
$$x' : y' = -(\beta + 2\gamma x).$$

Ces équations expriment la proposition énoncée.

158. Spectre secondaire.

C'est la question du § 152 reprise sous une autre forme.

1°. — Supposons l'achromatisme obtenu pour les radiations R et V ; le rapport des quantités k_1 et k_2 qui mesurent la somme des courbures, est donné ; la droite OS est connue.

L'achromatisme n'est pas réalisé pour les radiations comprises entre R et V ou extérieures à ces radiations.

La figure 191 montre que la puissance de l'achromat est plus grande pour la radiation B intermédiaire : la distance focale principale est plus courte. La puissance est plus petite pour les radiations extérieures : la distance focale est plus grande.

2°. — Représentons sur un plan : en ordonnées les longueurs d'onde, en abscisses les distances focales principales. Pour une *seule* lentille convergente, nous obtenons (fig. 192) une courbe Φ ne présentant ni maximum ni minimum, indiquant une distance focale plus grande pour le rouge que pour le violet. A l'échelle de la figure, elle devrait être plus horizontale, montrant une variation plus grande de la distance focale qui est comptée à partir d'un point fort à gauche de l'origine O des coordonnées.

Avec un *achromat,* nous obtenons généralement une courbe Φ_1 telle que MNP. On a réalisé des distances focales identiques pour deux radiations, les raies F et C par exemple : *ipso facto, on a replié*

le spectre. Les distances focales sont maintenant identiques pour une infinité de couples de radiations. La courbe Φ_1 est rencontrée par une verticale en deux points, et en deux points seulement.

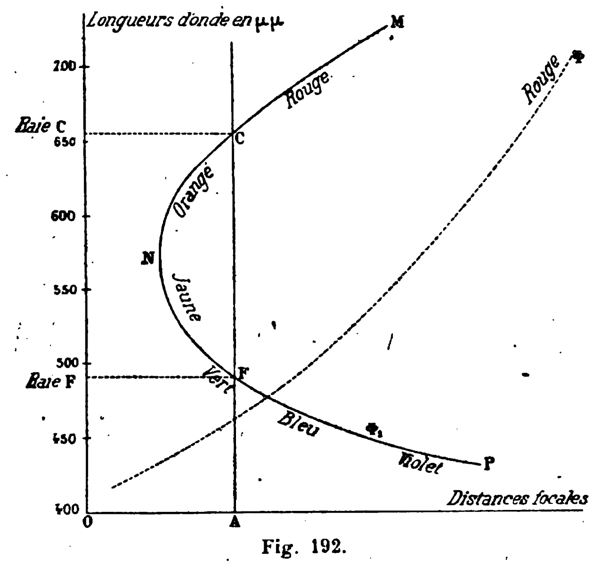


Fig. 192.

L'achromatisme parfait consisterait à égaliser toutes les distances focales, par conséquent à réduire la courbe Φ_1 à une droite verticale; ce qui revient à supposer rectiligne la courbe d'achromatisme.

Cette condition n'est pas satisfaite : *d'où une irisation des images qu'on appelle spectre secondaire.*

Les verres d'Iéna permettent d'obtenir une courbe Φ_1 presque rigoureusement rectiligne et verticale dans tout le spectre visible.

3°. — Quoi qu'il en soit, quand on veut l'achromatisme *principalement* pour une région du spectre, *on le replie de manière que le minimum des distances focales (représentées par les abscisses de la courbe* Φ_1*) soit au milieu de cette région.*

Le minimum de distance focale correspond au maximum de déviation du § 152.

Par exemple, pour le spectre visible, le minimum doit tomber au voisinage de la radiation la plus lumineuse : $\lambda = 550\mu\mu$.

C'est ce que suppose la figure 192.

Pour réaliser cette condition, on mène à la courbe d'achromatisme une tangente au point B qui correspond à la radiation milieu du champ RV pour lequel on veut l'achromatisme : la droite OS normale passant par l'origine fournit les quantités k cherchées.

4°. — Expérience sur le spectre secondaire.

Pour vérifier ce qui précède, on monte l'expérience comme l'indique la figure 193. On part d'une source ponctuelle éloignée dont l'achromat A devrait donner des images quasi ponctuelles, *superposées* s'il était parfaitement achromatique. En fait, les images ne sont pas exactement superposées. Disposons un écran E percé d'une fente F là où se forment les images de deux radiations F et C (fig. 192). Un prisme P et une lentille L′ donnent sur l'écran E′ un spectre pur. Il est facile de voir que la bande spectrale obtenue a la forme représentée en S.

En effet, la portion de fente F éclairée est égale au diamètre *ab* du

cercle qui sur l'écran E correspond à l'image qui se forme en I, à droite ou à gauche de l'écran E. La hauteur *cd* du spectre pour la couleur I est proportionnelle à *ab*. Cette hauteur est quasi nulle pour les radiations C et F qui forment leurs images sur la fente; elle ne l'est pas pour toutes les autres.

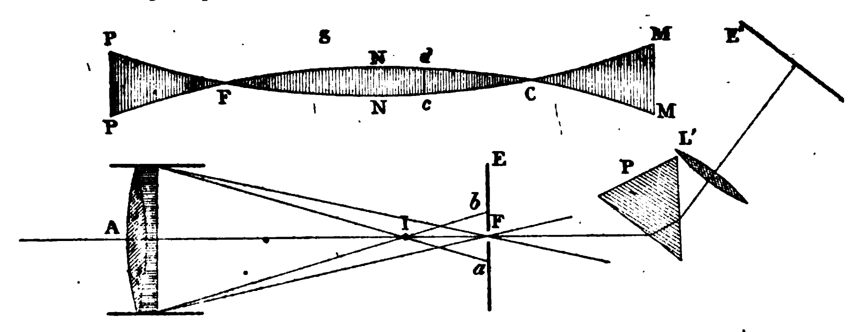


Fig. 193.

Quand on rapproche ou quand on éloigne l'achromat de l'écran E, on change les radiations pour lesquelles la hauteur du spectre s'annule (qui font leurs images sur la fente). On peut tracer ainsi point par point la courbe MCNFP de la figure 192.

5°. — Expression de l'aberration secondaire.

Reprenons l'expression de la puissance :

$$\varphi = xk_1 + yk_2.$$

La condition d'achromatisme pour une certaine radiation d'indice $x+1$ dans le crown s'exprime par la relation :

$$k_1\,dx + k_2\,dy = 0;$$

d'où :

$$\varphi = k_1\left[x - y\frac{dx}{dy}\right].$$

Pour une radiation voisine caractérisée par les variations δx et δy des variables, on a :

$$\varphi' = k_1\left[x + \delta x - (y + \delta y)\frac{dx}{dy}\right],$$

avec la condition :

$$\delta y = \frac{dy}{dx}\delta x + \frac{\delta x^2}{2}\frac{d^2y}{dx^2}.$$

D'où :

$$\varphi - \varphi' = \frac{k_1}{2}\frac{dx}{dy}\frac{d^2y}{dx^2}\delta x^2 = \mathrm{S}\delta x^2.$$

On prend S pour mesure de l'aberration secondaire.

Posons :

$$y = \alpha + \beta x + \gamma x^2,$$

$$\frac{dy}{dx} = \beta + 2\gamma x, \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = 2\gamma, \qquad \mathrm{S} = \frac{\gamma k_1}{\beta + 2\gamma x}. \qquad (1)$$

Pour préciser les comparaisons, on associe à la même lentille de crown des lentilles de divers flints qui les achromatisent pour la même radiation (la raie D pour préciser); x est alors donné. La formule (1) fournit les grandeurs relatives du spectre secondaire.

159. Systèmes hyperchromatiques.

On utilise actuellement des systèmes de lentilles dont les verres ont le même indice moyen n et des dispersions ou des paramètres ν différents.

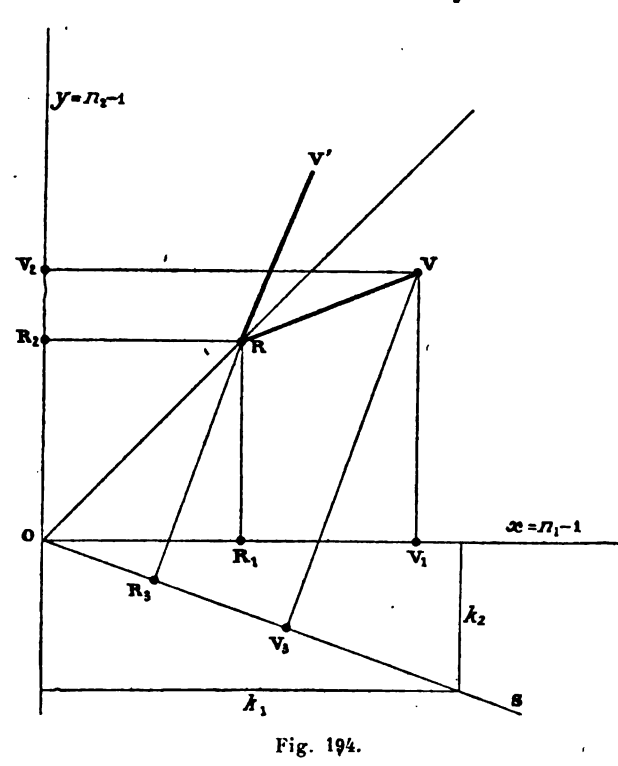


Fig. 194.

Montrons qu'un tel système convergent, qui peut être achromatique si la lentille positive est la moins dispersive (courbe d'achromatisme RV'), présente un chromatisme exagéré (*hyperchromatisme*) si la lentille positive est la plus dispersive (courbe d'achromatisme RV).

C'est l'inverse pour un système divergent.

Figurons par une droite (fig. 194) la portion utilisée de la courbe d'achromatisme.

Le chromatisme relatif de la lentille convergente supposée seule est mesuré par le rapport :

$$2\overline{R_1V_1} : (\overline{OR_1} + \overline{OV_1}) = 1 : \nu_1.$$

Le chromatisme de la lentille divergente supposée seule est mesuré par le rapport :

$$2\overline{R_2V_2} : (\overline{OR_2} + \overline{OV_2}) = 1 : \nu_2.$$

Par hypothèse les indices sont égaux pour une radiation : la droite OR est bissectrice des axes.

Faisons $\nu_1 < \nu_2$ (courbe RV); supposons le système convergent : $k_1 > k_2$. La droite figurative est OS.

La courbe RV étant plus horizontale que OR, le rapport :

$$2\overline{R_3V_3} : (\overline{OR_3} + \overline{OV_3}),$$

qui mesure le chromatisme du système, est plus grand que le rapport $2\,\overline{R_1V_1} : (\overline{OR_1} + \overline{OV_1})$ qui mesure le chromatisme du verre le plus dispersif.

Le chromatisme du système peut devenir infini si OS est normal à OR.

D'où le nom de *système hyperchromatique* donné à la combinaison.

160. Méthode d'Herschel pour déterminer le rapport des dispersions.

1°. — Les rayons issus d'un point P éloigné traversent la lentille 1 convergente, puis la lentille 2 divergente placée à la distance d de 1. Déterminons d de manière à supprimer l'irisation de l'image.

Soit f_1 la distance focale de 1 pour une première radiation. L'image de P à travers 1 se fait à la distance f_1 de 1. L'image joue par rapport à 2 le rôle d'un objet virtuel situé à la distance $-(f_1-d)$.

D'où une image définitive à la distance x de 2 :

$$-\frac{1}{(f_1-d)}+\frac{1}{x}=\frac{1}{f_2}.$$

Pour une seconde radiation, les distances focales sont $f_1+\psi_1$ et $f_2+\psi_2$.

Ecrivons que x est le même :

$$\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1-d}=\frac{1}{f_2+\psi_2}+\frac{1}{f_1+\psi_1-d}.$$

Négligeons ψ_1 et ψ_2 devant f_1 et f_2 dans le résultat; on trouve aisément :

$$-\frac{(f_1-d)^2}{f_1f_2}=\frac{\psi_1}{f_1}:\frac{\psi_2}{f_2}=\frac{\nu_2}{\nu_1}. \qquad (1)$$

D'où une méthode pour déterminer le rapport des dispersions.

Pour $d=0$, nous retrouvons la condition (§ 154) :

$$f_1\nu_1+f_2\nu_2=0.$$

2°. — C'est au contact que l'effet de la lentille divergente est le plus grand; nous devons supposer qu'alors la lentille de crown (convergente) est un peu plus que corrigée par le verre concave de flint. Nous avons alors : $f_1\nu_1+f_2\nu_2>0.$

Cela suppose trop petit en valeur absolue le terme $f_2\nu_2$, qui est négatif : la lentille 2 est trop concave; on s'est servi d'un flint trop dispersif.

En écartant les lentilles, on peut donc satisfaire la relation (1) qui s'écrit :

$$\left(\frac{f_1-d}{f_1}\right)^2 f_1\nu_1+f_2\nu_2=0. \qquad (1)$$

Cette méthode implique deux tâtonnements : pour chaque valeur

de d, on vérifie par la méthode du § 148 si la correction est trop forte ou trop faible.

Aujourd'hui on préfère mesurer les indices, ce que les réfractomètres permettent aisément.

161. Lunette de Barlow.

Rapprochons de la méthode d'Herschel la curieuse lunette de Barlow.

En 1828 on ne fabriquait que des verres très imparfaits. Le crown était verdâtre, le flint très cher et peu homogène. Barlow se proposa de remplacer la lentille concave de flint par une lentille de sulfure de carbone, liquide auquel il reconnut une très grande dispersion : dans les cours nous utilisons actuellement des prismes de sulfure de carbone (limités, bien entendu, par des glaces à faces parallèles) pour réaliser des spectres étendus.

Quoi qu'il en soit des effets du changement de la température, l'expérience montra l'idée praticable. La très grande dispersion du sulfure de carbone permit même à Barlow d'écarter les deux lentilles : d'où raccourcissement considérable de l'appareil, qui devient une sorte de téléobjectif; d'où encore possibilité de diminuer l'ouverture de la lentille de sulfure de carbone.

Dans la lunette dont Barlow donne la description, la lentille de sulfure est placée à égale distance de la lentille de crown et de son foyer moyen.

Dans la formule : $$f=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2-d},$$

qui donne la distance focale du système, il faut donc poser

$$2d=f_1.$$

Voici les dimensions (en pouces) adoptées par Barlow :

$$f_1=48, \qquad d=24, \qquad -f_2=40.$$

Le foyer est à 60 au delà de la lentille divergente.

Substituons dans la formule (1). On trouve :

$$\nu_2=0{,}3.\nu_1, \qquad \nu_1=3{,}3.\nu_2,$$

ce qui est conforme à l'expérience.

La lentille de crown avait 6 pouces d'ouverture ; celle de sulfure en avait 3.

162. Achromatisme d'un système de deux lentilles non accolées.

1°. — D'après la formule démontrée au § 123, la condition d'égalité des distances focales est l'égalité des expressions :

$$\frac{f_1 f_2}{f_2+f_1-d},$$

pour les radiations désignées par ′ et ″, ou l'égalité de leurs inverses. On trouve immédiatement :

$$\frac{1}{f_1'}+\frac{1}{f_2'}-\frac{d}{f_1'f_2'}=\frac{1}{f_1''}+\frac{1}{f_2''}-\frac{d}{f_1''f_2''}.$$

Mais on a :

$$\frac{1}{f_1'}-\frac{1}{f_1''}=k_1\Delta n_1=\frac{1}{f_1}\frac{\Delta n_1}{n_1-1}=\frac{1}{f_1\nu_1}.$$

$$\frac{1}{f_1'f_2'}=(n_1'-1)\,(n_2'-1)k_1k_2.$$

La condition devient :

$$\frac{1}{f_1\nu_1}+\frac{1}{f_2\nu_2}=dk_1k_2[(n_1'-1)\,(n_2'-1)-(n_1''-1)\,(n_2''-1)]. \qquad (1)$$

On vérifiera aisément que le double de la parenthèse peut s'écrire :

$$(n_1'-n_1'')\,(n_2'+n_2''-2)+(n_2'-n_2'')\,(n_1'+n_1''-2)$$
$$=2[\Delta n_1\,(n_2-1)+\Delta n_2\,(n_1-1)].$$

Substituant dans (1), remplaçant k_1k_2 par sa valeur, il vient aisément :

$$d=\frac{\nu_2 f_2+\nu_1 f_1}{\nu_2+\nu_1}.$$

Telle est la condition pour que les distances focales principales soient les mêmes pour les radiations auxquelles se rapportent les paramètres ν_1 et ν_2 dans les deux lentilles.

Oculaires usuels.

Supposons les deux lentilles formées du même verre. On a :

$$\nu_2=\nu_2, \qquad d=\frac{f_1+f_2}{2}.$$

Cette condition est précisément réalisée dans les oculaires les plus fréquemment employés.

2°. — *Mais de ce que les distances focales sont égales, ne résulte pas l'achromatisme.*

En effet, le système est défini par ses plans principaux et ses foyers; nous venons seulement d'exprimer la condition pour que la distance d'un plan principal au foyer correspondant soit la même pour deux radiations.

Il faut encore exprimer que les plans principaux sont au même endroit pour ces deux radiations; il est plus simple d'écrire directement que les foyers coïncident.

Le point de l'infini dans l'espace objet a son image à la distance f_1 de la lentille 1, à la distance $d-f_1$ de la lentille 2.

La distance q du point conjugué par rapport à la lentille 2 (foyer du système) est donnée par la formule :

$$\frac{1}{d-f_1}-\frac{1}{q}=\frac{1}{f_2},$$

$$\frac{1}{q}=\frac{f_1+f_2-d}{f_2(d-f_1)}=\frac{f_1+f_2-d}{f_1f_2}\,\frac{f_1}{d-f_1}.$$

Écrivons que les quantités q' et q'' sont égales pour les radiations prime et seconde. En raison de l'égalité des distances focales supposée réalisée, il vient :

$$\frac{f_1'}{d-f_1'}=\frac{f_1''}{d-f_1''}, \quad \text{et} \quad \frac{f_2'}{d-f_2'}=\frac{f_2''}{d-f_1''},$$

en retournant le système. D'où les conditions :

$$f_1'=f_1'', \quad f_2'=f_2'',$$

impossibles à réaliser.

Ainsi l'achromatisme est toujours imparfait. Les constructions se font à l'aide des mêmes foyers, mais avec des plans principaux différents, ou à l'aide des mêmes plans principaux, mais avec des foyers différents.

163. Achromatisme chimique.

1°. — FOYER CHIMIQUE.

Les plaques photographiques étant particulièrement sensibles dans l'indigo, le minimum de la courbe 192 doit correspondre pour les objectifs photographiques à la radiation $\lambda=450\mu\mu$.

On emploie souvent pour la photographie des objectifs achromatisés pour les rayons visibles. C'est le plus souvent sans inconvénient; les plaques ordinaires ont un champ d'action restreint : conséquemment la lumière blanche se trouve automatiquement sélectionnée, pratiquement réduite à un faisceau sensiblement monochromatique.

Mais, par des tâtonnements systématiques, il faut déterminer la position du *foyer chimique* d'un appareil (tel qu'une lunette astronomique) achromatisé pour les rayons visibles et qu'on veut utiliser pour la photographie. Pour faciliter le réglage, rappelons que *le foyer correct des rayons indigo d'un objectif achromatisé pour les rayons visibles, est ordinairement un peu plus éloigné des lentilles que le foyer correct des radiations moyennes du spectre;* disposition inverse de celle qui correspond à une lentille unique et dont la figure 192 montre la raison d'être.

2°. — La méthode de Cornu consiste à écarter l'un de l'autre les verres de l'objectif supposé achromatique pour les rayons visibles; la distance d reste toujours petite.

Nous venons de trouver pour distance q du foyer du système à la seconde lentille :

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1-d}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1}:\left(1-\frac{d}{f_1}\right).$$

Conservant aux lettres k_1 et k_2 leur sens ci-dessus défini, posons :

$$K_1 = k_1 : \left(1 - \frac{d}{f_1}\right) = k_1 \left(1 + \frac{d}{f_1}\right).$$

A la vérité K_1 contient l'indice, mais dans le terme correctif *petit* $d : f_1$, nous pouvons remplacer f_1 par sa valeur moyenne.

On a donc en définitive :

$$\frac{1}{q} = (n_1 - 1)\, K_1 + (n_2 - 1)\, k_2.$$

C'est la formule du § 157, où k_1 est remplacé par une quantité K_1 plus grande et telle que $K_1 - k_1$ soit proportionnelle à la distance des verres.

Écarter les verres revient donc à faire tourner la droite OS représentative des courbures dans le sens de la flèche F (fig. 191).

Le système, achromatisé pour des rayons visibles, le devient pour des radiations plus proches de l'extrémité violette.

Cette méthode me paraît peu recommandable.

Après écartement, la distance focale est :

$$\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}\left(1 + \frac{d}{f_1 + f_2}\right) = f\left(1 + \frac{d}{f_1 + f_2}\right).$$

Elle est diminuée puisque $f_1 + f_2$ est négatif.

Faisons, par exemple, $f_2 = -3f_1 : 2$.

La distance focale était : $f = 3f_1$.

Sa variation relative est $d : (f_1 + f_2) = -2d : f_1$.

Éloignons les lentilles de 1,5 p. 100 de la distance focale initiale f (ce que l'expérience montre nécessaire), nous aurons :

$$d = 0{,}015.f = 0{,}045 f_1, \qquad -2d : f_1 = -0{,}9.f_1.$$

La diminution de la distance focale est de 9 p. 100 de sa valeur initiale, ce qui ne laisse pas d'être fort incommode, le tube de la lunette ne pouvant plus servir.

Quand on ne possède pas d'objectif *apochromatique*, il semble plus rationnel d'étudier les plaques qu'on veut utiliser et de chercher la position du foyer chimique, en ajoutant au besoin un écran coloré qui supprime les radiations éloignées de celles pour lesquelles la couche est particulièrement sensible. La méthode de Cornu est de ces méthodes trop ingénieuses autour desquelles on s'exclame d'admiration sotte, mais que personne n'utilise.

CHAPITRE X

DIOPTRIQUE DE L'ŒIL

Les ronds de cuir qui dirigent l'Université, et dont la nullité est si monstrueuse que les chamarrures dont ils se couvrent sont incapables de la voiler, n'ont rien trouvé de mieux que de supprimer l'*œil* des programmes. Un appareil est d'autant moins intéressant pour eux qu'il est plus répandu. Ils donnent comme excuse que *la théorie de la vision est contestée*. Où ces idiots ont-ils découvert pareille calembredaine? Ils confondent les rôles du physiologiste et du physicien. Que les physiologistes discutent le détail du mécanisme physiologique de l'accommodation, qu'ils attribuent une plus ou moins grande importance aux procès ciliaires ou aux fibres circulaires, ne change pas le problème de la vision pour le physicien. Tout le monde est d'accord sur la déformation du cristallin et même sur sa constitution, à des détails près que je me permets de trouver sans importance pour le physicien, malgré Gullstrand et ses panégyristes. Même sur le mécanisme physiologique, il existe une concordance suffisante pour permettre d'affirmer que le cristallin est le plus bombé dans sa forme naturelle et qu'il doit son aplatissement à une traction équatoriale avec point d'appui sur le corps vitré. Que peuvent réclamer de plus les physiciens pour construire leurs théories? Mais nos imbéciles sont trop heureux de trouver une excuse à leur paresse. Ils pérorent sur le principe de relativité, mais ignorent les phénomènes incontestables de la vision!

164. Description schématique de l'œil.

L'œil est entouré et protégé par une membrane tendineuse, blanche, peu diaphane, flexible, la *sclérotique*. En avant s'enchâsse la *cornée*, qui est transparente, bombée. Sa face antérieure est souvent une surface de révolution; il importe peu qu'on l'assimile à un fragment d'ellipsoïde de révolution ou d'hyperboloïde à deux nappes. Il arrive que la cornée n'est pas de révolution; dans le cas le plus favorable, elle conserve deux plans de symétrie naturellement rectangulaires : l'œil est *astigmate*.

La cornée est plus bombée que la sclérotique.

La *choroïde* tapisse la sclérotique à l'intérieur. Les deux membranes se séparent à l'avant; le prolongement de la choroïde forme l'*iris* AB, diaphragme percé d'un trou circulaire BB qui est la *pupille*.

En arrière de l'iris est le *cristallin,* sorte de lentille sur la constitution de laquelle nous reviendrons. Sur le pourtour du cristallin s'insère une membrane, la *zonule de Zinn,* qui joue un rôle important dans l'accommodation.

La zonule va s'insérer à l'arrière dans la choroïde.

Le cristallin et la zonule séparent la cavité de l'œil en deux chambres qui ne communiquent pas : la *chambre antérieure* est remplie par l'*humeur aqueuse,* liquide qui contient 2 p. 100 de matières solides dissoutes dans l'eau (en particulier du sel); la *chambre postérieure* est remplie d'une masse gélatineuse transparente, le *corps vitré.*

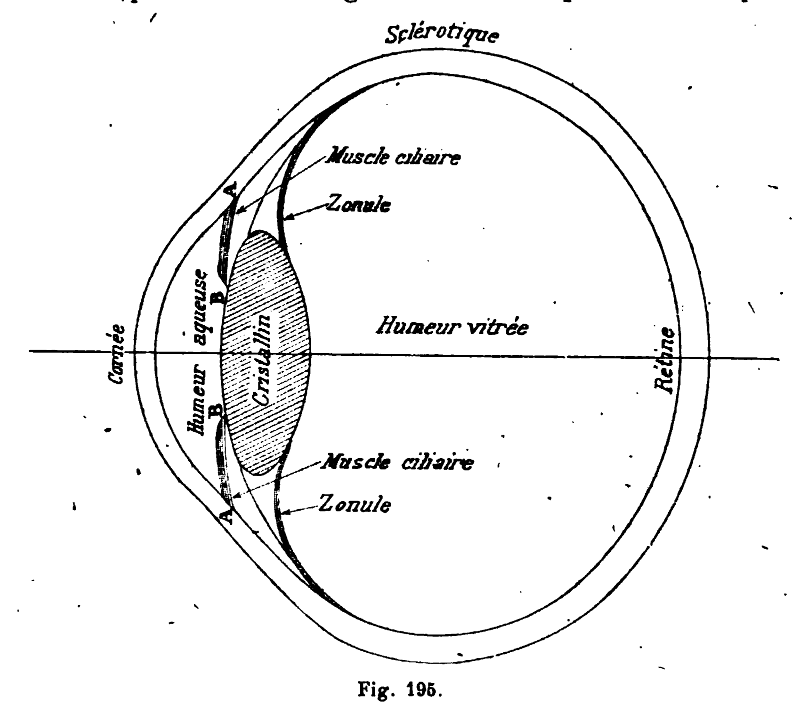


Fig. 195.

Sur le fond de l'œil, en avant de la choroïde, s'épanouit le nerf optique, dont les terminaisons modifiées constituent la *rétine.*

Les fibres radiales ou méridiennes du muscle ciliaire s'attachent en avant à la couronne de jonction AA de la sclérotique et de la cornée; elles s'attachent en arrière à la partie postérieure de la zonule. Comme tous les muscles, le muscle ciliaire agit par contraction, par rapprochement de ses extrémités. Prenant appui sur la sclérotique, pendant sa contraction, il fait donc avancer les parties postérieures de la zonule, diminue la tension qu'elle exerce sur le cristallin : d'où bombement du cristallin. On explique ainsi l'accommodation. C'est donc indirectement que le muscle ciliaire agit sur le cristallin. Le muscle ciliaire contient aussi des fibres circulaires et des prolongements érectiles appelés *procès ciliaires;* on n'est pas d'accord sur leur rôle physiologique.

La constitution anatomique de l'œil est indifférente au physicien. Nous ne disons donc que juste ce qui est nécessaire pour faire comprendre comment le cristallin peut se déformer, c'est-à-dire comment l'œil peut s'accommoder. Je reviens là-dessus au § 171.

165. Pupille; pupillomètres.

1°. — L'iris sert de diaphragme pour l'œil. La volonté n'a pas d'action sur lui; mais on peut rétrécir ou dilater la pupille par des médicaments; la belladone, par exemple, la dilate. Elle se dilate quand l'objet est éloigné ou que la lumière est faible. Quand on regarde dans le vide (*extase*), on s'accommode sur l'infini : la pupille se dilate. Les mouvements de la pupille sont relativement lents; d'où l'expérience suivante : on laisse le patient dans l'obscurité; brusquement on produit une lumière intense : on constate que la pupille est dilatée. Elle se rétrécit en un temps qui varie de 0ˢ,5 à 2 secondes.

2°. — La dilatation de la pupille servant de diagnostic à certaines maladies du cerveau et de la moelle, les médecins ont inventé des *pupillomètres*. Dans les services médicaux complets, on photographie l'œil; on mesure le diamètre *apparent* de la pupille sur le cliché. On utilise, par exemple, un éclair de magnésium; l'œil étant mis d'abord dans l'obscurité, la pupille n'a pas le temps de s'agrandir pendant la durée de la pose, qui est de 4 à 5 centièmes de seconde si l'on utilise de la poudre de magnésium.

L'image de la pupille est très nette, au moins si l'iris n'est pas de couleur très foncée.

On peut utiliser une glace sans tain à 45° qui permet de voir simultanément l'œil du patient (directement) et une échelle gravée sur verre (par réflexion). L'image de l'échelle se projette sur l'œil absolument comme si on appliquait contre la cornée une échelle transparente matérielle.

Fig. 196.

3°. — GRANDEUR APPARENTE, GRANDEUR RÉELLE.

La grandeur *apparente* de la pupille, celle qu'on mesure dans les expériences précédentes, varie de 2 à 8 mm.; elle ne dépasse guère cette limite. Je rappelle que la pupille des chats change non seulement de grandeur, mais de forme.

Les premiers qui disséquèrent un œil, découvrirent avec étonnement que la pupille est plus petite qu'elle ne paraît à travers la cornée. En effet, nous en voyons l'image P′, plus grande et plus rapprochée de la cornée.

Prenons 8 mm. pour courbure moyenne du dioptre cornéen; prenons 1,33 pour indice de l'humeur aqueuse.

Les distances focales sont :

dans l'air 24 mm. environ, dans l'humeur aqueuse 32 mm.

La relation entre l'image et l'objet est :

$$\frac{24}{p'}+\frac{32}{p}=1.$$

Prenons $p=4$ mm.; nous trouvons : $p'=-3,4$ mm.

Le grossissement est :

$$\frac{8-3,4}{8-4}=\frac{4,6}{4}=1,15.$$

On supprime la déformation cornéenne en observant l'œil d'un cadavre sous une couche d'eau. L'expérience est possible avec le vivant, au moyen d'une cuve dont une glace forme la paroi antérieure, dont l'œil forme la paroi postérieure. On la mastique avec de la mie de pain; on la remplit d'eau à 25°. Le patient ouvre l'œil quand la cuve est pleine. Tout le monde sait que les plongeurs peuvent sans inconvénient tenir leurs yeux ouverts dans l'eau.

4°. — Emploi des cercles de diffusion pour mesurer le diamètre de la pupille.

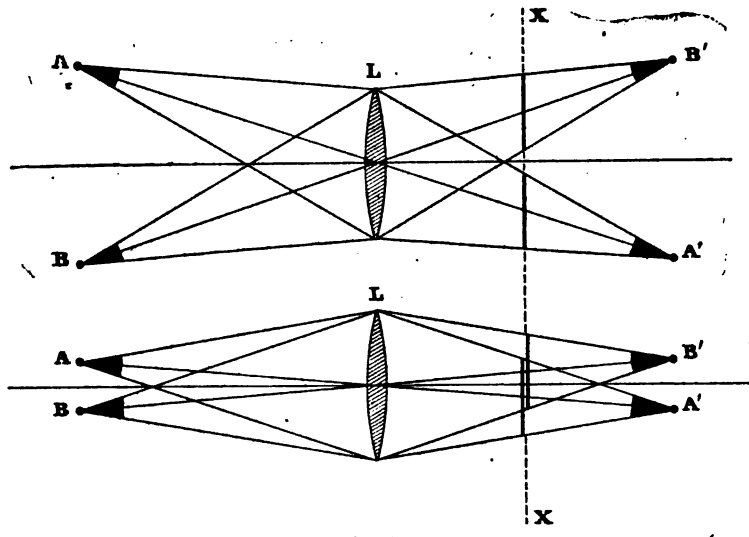


Fig. 197.

On mesure le diamètre de ses propres pupilles par une expérience dont la figure 197 montre la théorie; le lecteur se reportera au § 180 pour le calcul complet.

La lentille L donne de l'infini une image dans le plan XX.

Deux points lumineux A et B ont leurs images en A′ et B′.

Dans le plan XX conjugué de l'infini leurs cercles de diffusion ne se coupent pas, sont tangents, ou se coupent, suivant que la distance AB est plus grande que l'ouverture de la lentille, égale à cette ouverture ou plus petite qu'elle.

Pour appliquer à l'œil, on l'accommode sur l'infini; puis on place devant et tout près deux *très petits* trous percés dans du papier noir : ils servent de points lumineux. On cherche l'écartement à leur donner pour que les cercles de diffusion soient tangents. Il est commode d'employer neuf paires de trous dont les distances sont de 2 à 6 mm., et de regarder, par exemple, des nuages blancs.

La distance des trous à l'œil n'intervient pas.

On comparera à l'expérience de Scheiner (§ 184) où les trous servent à limiter les faisceaux, tandis qu'ici ils jouent le rôle de sources lumineuses.

166. Œil schématique.

On appelle *œil schématique* un œil dont les dimensions sont les moyennes d'un très grand nombre de mesures sur des individus différents. La figure 198 donne les distances moyennes des diverses parties de l'œil; les courbures sont à l'échelle.

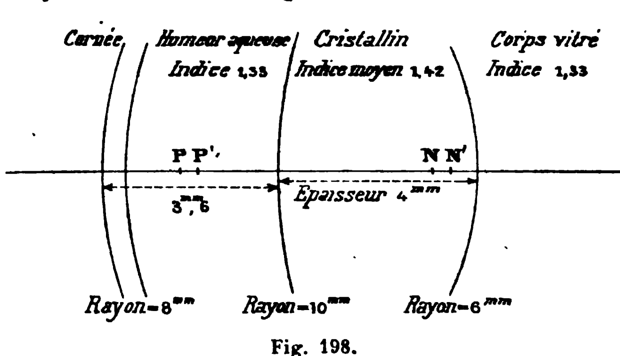


Fig. 198.

Nous admettons pour indice des *humeurs* celui de l'eau 1,33.

L'indice du cristallin est variable d'un point à l'autre ; pour fixer les idées et bien que ce soit théoriquement incorrect, nous lui donnerons un indice *moyen* 1,42.

Calculons les caractéristiques d'un tel système.

1°. — Dioptre cornéen.

Appliquons les formules du § 100, en posant :

$$n = 1, \quad n' = 1,33.$$

Distance focale antérieure :

$$f = \frac{nR}{n' - n} = \frac{8}{0,33} = 24^{mm},24.$$

Distance focale postérieure :

$$f' = \frac{n'R}{n' - n} = \frac{1,33 \times 8}{0,33} = 32^{mm},24,$$

Cela signifie que les rayons, pour être parallèles dans l'humeur aqueuse, doivent émaner d'un point qui est à $24^{mm},24$ *en avant* de la cornée.

Les rayons formant à l'entrée un faisceau parallèle, convergent dans l'humeur aqueuse en un point qui est à $32^{mm},24$ *en arrière* de la cornée, du côté de la rétine.

Bien entendu, l'image ne se forme pas effectivement.

2°. — Cristallin isolé.

Appliquons les formules du § 112 en posant :

$$R_1=10, \quad R_2=6, \quad d=4; \qquad n=1,42:1,33=1,068.$$

Comme les milieux extrêmes sont identiques, les points nodaux N, N′ (fig. 199) sont dans les plans principaux Q, Q′; les distances focales principales sont égales.

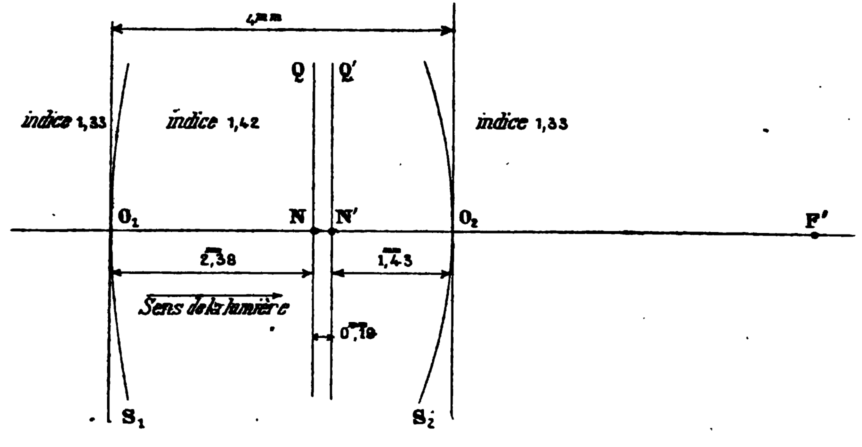


Fig. 199.

On a : $R=n\,(R_2+R_1)+d\,(n+1)=16^{mm},82.$

$$s_R=-\frac{Rd_1}{R}=-2^{mm},38, \qquad s_{R'}=-\frac{R_2 d}{R}=-1^{mm},43.$$

$$\overline{O_1N}=2^{mm},38, \qquad \overline{O_2N'}=1^{mm},43 \qquad \overline{NN'}=0^{mm},19.$$

La distance focale principale est :

$$f=\frac{nR_1R_2}{(n-1)R}=56^{mm},21.$$

167. Caractéristiques de l'œil entier.

Calculons la position des foyers principaux.

1°. — Un faisceau parallèle en avant de la cornée converge à $32^{mm},24$ en arrière de la face antérieure de la cornée qui est à $3^{mm},6$ de la face antérieure du cristallin, c'est-à-dire à $3,60+2,38=5^{mm},98$ du plan principal antérieur.

Un faisceau de rayons parallèles en avant de la cornée converge

à $32,24-5,98=26^{mm},26$ en arrière du plan principal antérieur Q du cristallin.

Appliquons la formule des lentilles convergentes :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f'}, \qquad -\frac{1}{26,26}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{56,21}; \qquad p'=17,90.$$

Le point de convergence F′ est donc à :

$17^{mm},90$ du plan principal postérieur Q′ du cristallin,

$17,90-1,43=16,47$ de la face postérieure S_2 du cristallin,

$16,47+7,60=24^{mm},07$ de la face antérieure de la cornée.

2°. — Un faisceau de rayons parallèles dans le corps vitré, se propageant vers la cornée, converge à $56^{mm},21$ en avant du premier plan focal principal Q, à $56,21-2,38=53,83$, de la face antérieure S_1 du cristallin, à $53,83-3,60=50,23$ en avant de la cornée.

Le dioptre formé par la cornée rabat les rayons et les fait converger en un point donné par la formule :

$$\frac{24,24}{p}+\frac{32,24}{p'}=1,$$

dans laquelle il faut poser $p'=-50,23$. On trouve $p=14^{mm},78$.

3°. — Pour fixer la position des plans principaux du système, reportons-nous à la figure 200. Il s'agit de calculer la position du point O dont on prendra ensuite l'image dans les milieux extrêmes. On a :

$$\overline{bF_1}=32^{mm},24, \qquad \overline{F_2d}=56^{mm},21, \qquad \overline{db}=5,98;$$
$$x=\overline{bO}=2^{mm},18.$$

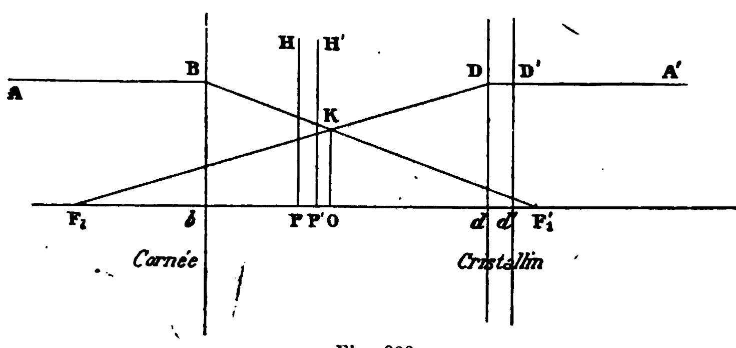


Fig. 200.

Prenons l'image du point O considéré dans l'humeur aqueuse par rapport à la cornée. La formule est :

$$\frac{24,24}{p}+\frac{32,24}{2,18}=1, \qquad p=\overline{bP}=1^{mm},75.$$

La distance focale principale antérieure, comptée à partir du plan principal H jusqu'au foyer principal F ci-dessous déterminé, est :

$$14,78+1,75=16^{mm},53.$$

Prenons l'image de O à travers le cristallin. La formule est :

$$-\frac{1}{3,80}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{56,21}, \qquad p'=\overline{P'd'}=4^{mm},10.$$

La distance focale principale postérieure est comptée à partir du plan principal H′ jusqu'au foyer F′ ci-dessus déterminé.

Elle est donc :

$$4,10+1,43+16,47=22^{mm},00.$$

La distance hh' des plans principaux du système équivalent est :

$$(\overline{bd}+\overline{dd'})-(\overline{bP}+\overline{dP'})=(5,98+0,19)-(1,75+4,10)=0,32.$$

Le rapport des distances focales principales est : 22,00 : 16,53 = 1,33, conformément au théorème général du § 116.

La différence des distances focales principales est :

$$22,00-16,53=5^{mm},47;$$

c'est précisément la distance $\overline{PN}=\overline{P'N'}$ du point principal au point nodal correspondant.

168. Œil réduit.

1°. — D'une manière générale (§ 115), un système optique *dont les distances focales sont inégales* (milieux extrêmes différents) ne peut pas être remplacé par un dioptre unique, *à moins que ses plans principaux, par conséquent ses points nodaux, ne soient confondus.* Dans ce cas, le dioptre équivalent est tangent au plan principal double, son centre de courbure coïncide avec le point nodal double, qui devient *centre optique.* On détermine l'indice par la condition que les foyers du système et du dioptre équivalent coïncident.

Cette équivalence subsiste approximativement quand les plans principaux sont très voisins sans être confondus.

Cherchons le dioptre équivalent à l'œil.

Nous placerons sa surface à $(1,75+0,32:2)=1^{mm},91$, en arrière de la face antérieure de la cornée, c'est-à-dire à égale distance des plans principaux. Nous prendrons pour rayon la distance d'un plan principal au point nodal correspondant, soit $5^{mm},47$. Enfin nous déterminerons l'indice par la condition que le foyer antérieur soit à une distance :

$$14,78+1,91=16^{mm},69,$$

de la face du dioptre. Les formules du § 100 donnent 1,328.

Fig. 201.

Calculons la distance du foyer postérieur, il vient : $22^{mm},16$; il coïncide par conséquent avec le foyer de l'œil schématique.

2°. — A la suite de Donders, les oculistes prennent pour l'œil

réduit des caractéristiques plus simples. Ils mettent la surface du dioptre à 2 mm. en arrière de la cornée; ils prennent 5 mm. pour rayon de courbure et 1,33 pour indice. Les distances focales principales deviennent 15 mm. et 20 mm., ce qui est suffisamment exact pour les calculs approchés qu'ils ont à effectuer.

Au reste, les yeux diffèrent assez les uns des autres pour légitimer ces simplifications.

169. Images catadioptriques de Purkinje.

Quand on place dans une chambre noire une lumière vive et qu'on regarde ses images par réflexion dans un œil, on observe une première image droite formée par des rayons qui se réfléchissent sur la cornée et dont nous prévoyons l'utilisation dans la détermination des courbures de cette surface. On observe de plus deux images *beaucoup moins brillantes*. La plus grande (droite) est due à la réflexion sur la face antérieure du cristallin. La plus petite, renversée, plus nette, est formée sur la face postérieure du cristallin. Étudions la production de ces deux dernières images.

Pour ne pas compliquer inutilement le problème, supposons l'objet assez éloigné pour que son image I dans l'humeur aqueuse soit au foyer du dioptre formé par la cornée. Elle est donc à $32^{mm},24$ de la cornée, à $28^{mm},64$ de la surface réfléchissante S_1 (fig. 199) dont le rayon est de 10 millimètres. L'image I est renversée.

Elle donne par réflexion sur la face antérieure S_1 du cristallin une image I' virtuelle et droite qui est à $6^{mm},06$ en arrière de S_1. Enfin l'image I' donne, par rapport au dioptre formé par la cornée, une image I'' virtuelle et droite, qui est précisément celle qu'on examine. Elle est à $10^{mm},37$ de la face antérieure de la cornée.

Passons à la seconde image de Purkinje.

L'image I donne à travers le dioptre S_1 une image réelle I_1 renversée qui est à 25,97 de S_1, par conséquent à 21,97 de la face postérieure S_2 du cristallin. Elle joue le rôle d'objet virtuel par rapport au miroir concave formé par cette face. D'où une image réelle I_2 également renversée qui est dans le cristallin à 2,64 de S_2, par suite à 1,36 de S_1. Sur le dioptre S_1 se produit une image virtuelle I_3 renversée à 1,28 de S_1, par suite à 4,88 de la face de la cornée. Celle-ci en donne une image virtuelle I_4 toujours renversée qui est celle qu'on examine. Elle est à $4^{mm},32$ de la cornée.

Les calculs sont faits avec l'œil schématique, c'est-à-dire avec les courbures moyennes pour une accommodation nulle. Le lecteur trouvera un bon exercice à les refaire.

L'expérience montre que pendant l'accommodation les dimensions des images de Purkinje diminuent, ce qui prouve l'augmentation des courbures des deux faces du cristallin.

Voici les grandeurs des images, en prenant pour unité l'image I.

I'	I''	I_1	I_2	I_3	I_4
0,21	0,30	0,86	0,10	0,10	0,12.

On réalise une expérience intéressante avec un verre de montre M, une lentille L, séparés par de l'eau comme l'indique la figure 202. On pose les verres sur des supports placés dans un petit cristallisoir qu'on remplit d'eau; on introduit l'eau entre les verres de manière que l'air soit chassé; puis on siphonne l'excès d'eau.

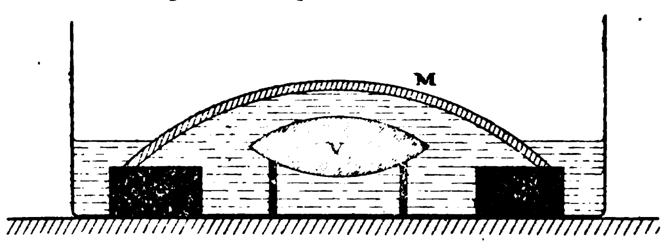


Fig. 202.

On calculera les images en grandeur et position : bonne manipulation, surtout si l'on vérifie les résultats avec un microscope à long foyer monté sur une vis micrométrique.

170. Pouvoir réfracteur de l'œil et ses variations.

Pour des rayons centraux et peu inclinés sur l'axe, un système optique centré quelconque est défini par ses plans principaux et ses distances focales principales. Les distances de l'objet et de l'image aux plans principaux correspondants sont calculés par la formule :

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1. \qquad (1)$$

Dans l'œil l'opération physiologique de l'*accommodation* modifie les courbures du cristallin, par suite la position des plans principaux et les distances focales. Comme les milieux extrêmes demeurent identiques, le rapport f' : f reste égal au rapport n des indices du corps vitré et de l'air. On a donc :

$$\frac{n}{p'}+\frac{1}{p}=\frac{1}{f}, \qquad n=1,33.$$

Pour la vision nette, l'image se fait sur la rétine, qui est à une distance invariable de la cornée, *mais non pas à une distance invariable du plan principal postérieur de l'œil;* autrement dit, pour la vision nette p' n'est pas une constante.

Toute la nomenclature des oculistes et les méthodes de l'optométrie sont basées sur l'hypothèse que p' est constant.

Mesurons les distances en dioptries. Posons donc :

$$\frac{1}{p}=\delta, \qquad \frac{n}{p'}=\Delta, \qquad \frac{1}{f}=\varphi; \qquad \delta+\Delta=\varphi.$$

Pour deux états différents de vision nette définis par les distances dioptriques δ_1 et δ_2 de l'objet, et par les puissances φ_1 et φ_2, on a les relations :

$$\delta_1+\Delta=\varphi_1, \qquad \delta_2+\Delta=\varphi_2; \qquad \delta_2-\delta_1=\varphi_2-\varphi_1.$$

Si nous admettons l'invariabilité du second plan principal, nous pouvons en faire autant pour le premier. Mais que p ou z soient mesurés à partir de la cornée ou à partir du premier plan principal, le résultat est pratiquement le même.

171. Accommodation.

1°. — Avant d'arriver aux théories modernes de l'accommodation, toutes les hypothèses ont été essayées. L'accommodation étant l'opération par laquelle les images d'objets *situés à des distances différentes* peuvent *successivement* se former nettes sur la rétine, on a d'abord supposé que la rétine se déplaçait, que le globe oculaire s'allongeait ou se raccourcissait dans le sens antéro-postérieur : ce qu'on a démontré faux.

Force était donc d'invoquer un changement de convergence du système optique formant l'image. On a d'abord supposé que la cornée changeait de courbure : ce qu'on a démontré faux : la surface *extérieure* de l'œil demeure tout entière invariable.

Il fallait invoquer une modification *intérieure* de l'organe. On a d'abord supposé que le cristallin se déplaçait *sans se déformer;* mais les déplacements nécessaires seraient tels que cette théorie dut être abandonnée, ne serait-ce qu'à cause de l'incompressibilité.

Aujourd'hui tout le monde est d'accord pour dire que *le cristallin se déforme.*

2°. — Les discussions n'ont pas cessé pour cela, car il fallait déterminer la déformation et sa cause mécanique.

Quand on passe de la vision d'objets éloignés à la vision d'objets rapprochés, il est incontestable que le sommet antérieur du cristallin s'avance et que ses faces deviennent plus courbes; le changement de courbure porte principalement sur la face antérieure.

Pendant l'accommodation, le cristallin augmente donc d'épaisseur; corrélativement, le diamètre de son cercle équatorial diminue.

La surface extérieure de l'œil ne changeant pas et les milieux de l'œil devant être considérés comme incompressibles, les parties périphériques de l'iris reculent légèrement.

Physicien, je me garderai d'entrer dans la discussion des théories sur le mécanisme de l'accommodation; voici celle d'Helmholtz, qui, à quelques détails près, semble universellement admise.

Le cristallin est constamment tiré radialement par la zonule de Zinn. Solidement attachée à l'arrière de l'œil et en avant à l'équateur du cristallin, elle comprime le corps vitré tout en aplatissant le cristallin et en augmentant le diamètre de son cercle équatorial. Si, pour une raison quelconque, la tension de la zonule diminue, le cristallin se bombe sous l'action de son élasticité propre et tend à revenir à sa forme naturelle non déformée.

C'est ici qu'interviennent les fibres méridiennes ou radiales du muscle ciliaire.

Nous avons vu qu'elles s'insèrent en avant sur la circonférence de

jonction de la cornée et de la sclérotique, à l'arrière sur les parties postérieures de la zonule. Quand les fibres du muscle ciliaire se contractent, elles font donc avancer ces parties, par suite diminuent la tension exercée par la zonule. Le cristallin reprend plus ou moins sa forme naturelle; obéissant à son élasticité propre, il se bombe.

La figure 203 représente un modèle mécanique. Le cristallin C est figuré par une lame ovale élastique qu'aplatit la tension du ressort Z (zonule). L'action du muscle est représentée par des poids placés sur le plateau M. Ils tendent le ressort Z et permettent à la lame de reprendre sa forme naturelle plus voisine du cercle.

Nous avons conscience que l'état de repos de l'œil correspond à la vision éloignée. Certains alcaloïdes narcotiques, comme l'atropine, qui paralysent l'action des muscles, laissent l'œil adapté sur le *punctum remotum*.

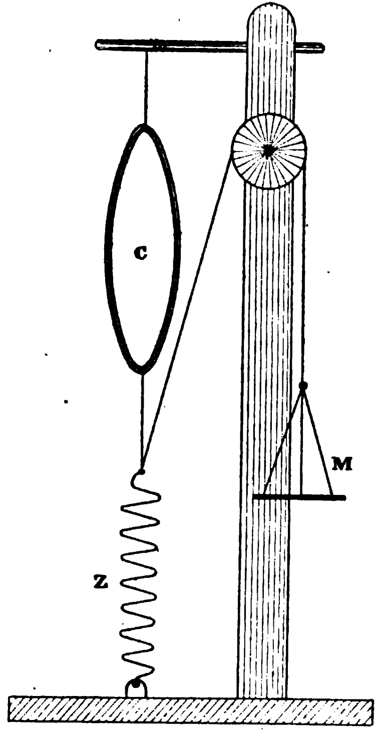


Fig. 203.

172. Amplitude de l'accommodation.

Ainsi quand le muscle ciliaire est au repos, le cristallin est le plus déformé possible par la traction radiale de la zonule; il est par suite le plus plat possible : l'œil est accommodé pour le point le plus éloigné qu'il puisse voir nettement, le *punctum remotum.* On obtient cet état en instillant dans l'œil une solution de sulfate neutre d'atropine à 0,5 p. 100; cet artifice est employé par les oculistes pour l'étude de la réfraction.

Quand, au contraire, l'accommodation est maxima, le muscle ciliaire entre en jeu : le cristallin est le moins déformé possible, par suite le plus bombé : l'œil voit nettement l'autre extrémité de son champ de vision, le *punctum proximum.*

Soient δ_r et δ_p les distances dioptriques du *remotum* et du *proximum;* soient φ_r et φ_p les puissances correspondantes de l'œil.

On a, d'après l'équation (3) :

$$\delta_p - \delta_r = \varphi_p - \varphi_r. \qquad (4)$$

$\varphi_p - \varphi_r$ représente l'*amplitude de l'accommodation;* c'est *dans notre hypothèse fondamentale* la différence des valeurs dioptriques des distances focales antérieures de l'œil;

$\delta_p - \delta_r$ représente l'*amplitude optique du champ de vision.*

L'une de ces quantités mesure l'autre.

L'optométrie consiste donc à déterminer les positions du *remotum* et du *proximum*, c'est-à-dire des points que l'œil voit nettement sans accommodation ou avec l'accommodation maxima.

Il faut donc avant tout obtenir de l'œil qu'il s'accommode à notre gré. C'est une difficulté considérable. Nous avons bien vu ci-dessus qu'on peut lui imposer l'accommodation nulle; mais, outre qu'on ne sait comment imposer l'accommodation maxima, il est parfois impossible d'user d'atropine.

2°. — Convergence et accommodation.

La question pratique est compliquée par le lien d'habitude entre la *convergence* et l'*accommodation*. Pour voir un objet avec les deux yeux, nous convergeons dessus *les regards*, c'est-à-dire les directions extérieures qui correspondent aux directions intérieures allant du second point nodal aux points de la rétine *sur lesquels nous amenons toujours les images pour voir nettement* (centre de la fovea); c'est ce que nous appelons *fixer un objet*. Quand l'objet est très éloigné, les directions de visée sont parallèles. Quand il se rapproche, elles cessent de l'être; naturellement alors nous devons bomber nos cristallins. D'où une relation d'habitude entre l'accommodation et la convergence des lignes de visée.

3°. — Astigmatisme.

Nous supposons dans ce qui précède que l'œil n'est pas astigmate. Comme il l'est toujours plus ou moins, nous aurons à déterminer les punctums proximum et remotum qui conviennent à ses sections principales. Le problème est simplifié par le fait que *l'amplitude d'accommodation est la même pour ces deux sections*. On a :

$$\delta'_p - \delta''_r = \varphi'_p - \varphi'_r = \varphi''_p - \varphi''_r = \delta''_p - \delta''_r.$$

Dans la pratique, on place devant l'œil une fente qui ne laisse découverte qu'une bande de la pupille parallèle à l'une ou l'autre section.

173. Œil normal (emmétrope), myope ou hypermétrope.

On classe les yeux d'après la distance du *punctum remotum*. L'œil normal ou emmétrope voit sans accommodation les objets éloignés (à l'infini). Pour l'œil normal dans l'état de relâchement du muscle (c'est-à-dire dans l'aplatissement maximum du cristallin étiré par la zonule, accommodation nulle), un objet à l'infini fait son image sur la rétine; le *punctum remotum* est à l'infini; $d_r = \infty$, $\delta_r = 0$.

L'œil *myope*, dans son état de relâchement, est *trop bombé* pour que l'image d'un point à l'infini soit sur la rétine; elle est en avant de la rétine. Pour qu'un objet ait son image sur la rétine, il doit être plus près que l'infini : on a donc $d_r < \infty$, $\delta_r > 0$.

L'œil *hypermétrope*, dans son état de relâchement, est *trop plat*, trop peu convergent pour que l'image de l'infini soit sur la rétine; elle est en arrière de la rétine.

L'œil hypermétrope voit des *objets virtuels* fournis par une lentille. Avec une lentille, par exemple, obtenons d'une bougie une image *réelle* dont nous déterminons la position à l'aide d'un écran. Plaçons la tête immédiatement après la lentille, de manière que l'œil reçoive les rayons convergents qui en sortent; *il se peut qu'il voie la bougie.* Tout se passe comme si la bougie et la lentille n'existaient pas et comme si l'on avait affaire à un objet virtuel.

La distance du *punctum remotum* est maintenant négative. A mesure que l'œil est moins hypermétrope, elle augmente en valeur absolue et devient infinie pour l'œil normal; elle change alors brusquement de signe. La distance dioptrique δ_r du *punctum remotum* est donc négative, $\delta_r < 0$.

A mesure que l'œil est moins hypermétrope, δ_r tend vers 0.

174. Rôle des verres placés devant l'œil.

1°. — Immédiatement devant l'œil plaçons un verre de puissance Φ. Soient δ et δ' les distances dioptriques d'un objet et de son image à travers la lentille; on a :

$$\delta + \delta' = \Phi.$$

L'image joue le rôle d'objet par rapport à l'œil; pour la vision nette, il en donne une image sur la rétine. On a :

$$-\delta' + \Delta = \varphi; \qquad \text{d'où :} \qquad \delta + \Delta = \varphi + \Phi.$$

La puissance de l'œil est augmentée de la puissance du verre.

Cette formule résout immédiatement le problème suivant : quel verre faut-il placer devant l'œil pour que le *punctum remotum* coïncide avec l'infini, ou que l'image de l'infini se forme sur la rétine?

On a par hypothèse : $\delta = 0, \quad \Delta = \varphi_r + \Phi.$

D'autre part, la distance dioptrique du *punctum remotum* satisfait à la relation : $$\delta_r + \Delta = \varphi_r.$$

D'où : $$\Phi = -\delta_r.$$

Le verre qui amène le punctum remotum *à l'infini, a une puissance dioptrique égale et de signe contraire à la distance dioptrique du* punctum remotum.

Exemples. — Un myope voit jusqu'à $30^c = 0^m,30$; son *punctum remotum* est donc à $+3,3$ dioptries. Pour ramener le *punctum remotum* à l'infini, il doit placer devant son œil un verre *divergent* de 3,3 dioptries.

Un hypermétrope voit jusqu'à -1 m.; c'est dire que, pour une accommodation nulle, l'image d'un objet virtuel qui se trouve à 1 mètre derrière son œil, se fait sur la rétine. Pour ramener le *punctum remotum* à l'infini, il doit se servir d'un verre *convergent* d'une dioptrie.

175. Grossissement des verres de besicles.

1°. — Un verre correcteur ne change pas le diamètre apparent

des objets quand son second point nodal n_2 coïncide avec le premier point nodal N_1 de l'œil. En effet, les rayons conjugués qui passent par n_1 et par n_2 d'une part, par N_1 et par N_2 de l'autre, sont parallèles. Si donc n_2 et n_1 coïncident, les rayons incidents qui passent par n_1 ont pour conjugués dans le corps vitré des rayons *parallèles* passant par N_2 : l'angle apparent est le même que si le verre n'existait pas.

Les points n_2 et N_1 appartiennent au même milieu (l'air). Comme N_1 ne s'y trouve que virtuellement, il est nécessaire que n_2 y soit effectivement et à une distance de la surface du verre tournée vers l'œil de l'ordre d'une quinzaine de millimètres (somme des distances du verre à la cornée et de la cornée au point N_1). Conclusion : le verre ne grossissant pas est un ménisque *épais* (voir les figures du § 113) qui doit tourner vers l'œil sa face la plus courbe.

Le ménisque convergent est inadmissible : il serait tourné de manière à exagérer les aberrations. (Voir *Optique géométrique supérieure.*) A la rigueur, un ménisque divergent non grossissant peut être réalisé ; mais son épaisseur le rendrait lourd et incommode.

2°. — Cherchons comment les verres de besicles *ordinaires* modifient la grandeur apparente. Le problème ne se pose pas tout à fait de la même manière que pour la loupe. Nous demandons l'effet produit par l'interposition du verre sur l'aspect d'un objet AB qui est généralement assez éloigné. Le verre en donne une image A'B'; il s'agit de comparer l'angle β sous lequel on voit cette image du point N_1 (point nodal antérieur de l'œil), à l'angle α sous lequel du même point on voit l'objet quand le verre est enlevé (fig. 204).

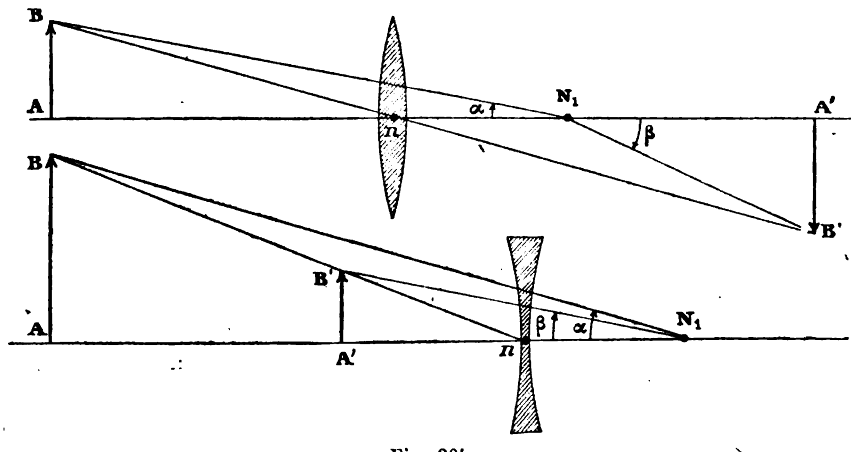


Fig. 204.

ŒIL HYPERMÉTROPE.

La lentille est positive. Posons $\overline{N_1 n} = D$. On a :

$$\alpha = \frac{O}{p + D}, \quad \beta = \frac{I}{p' - D}; \quad \beta = \frac{p'}{p}\frac{p + D}{p' - D}.$$

Négligeons D devant p; il reste :

$$\frac{\beta}{\alpha}=\frac{p'}{p'-D}, \qquad (1)$$

formule évidente sur la figure 204 en haut.

Le grossissement est donc plus grand que 1; c'est un véritable grossissement. On peut le vérifier en regardant avec la pupille moitié dans le verre, moitié hors du verre.

ŒIL MYOPE.

On trouve la même formule; p' est maintenant négatif.

Représentons par p' sa valeur absolue : la formule devient, en changeant le signe :

$$\frac{\beta}{\alpha}=\frac{p'}{p'+D}.$$

Le grossissement est donc plus petit que 1; ce que la figure 204 en bas rend évident.

176. Déplacement du champ de vision.

1°. — *L'emploi d'un verre ne modifie pas l'amplitude dioptrique du champ de vision ; il ne fait que le déplacer.*

Regardons d'abord sans verre : nous avons démontré plus haut qu'on a :

$$\delta_p-\delta_r=\varphi_p-\varphi_r.$$

Ajoutons maintenant un verre de pouvoir φ; les *punctum proximum* et *remotum* sont à de nouvelles distances dioptriques δ_p' et δ_r', données par les équations :

$$\delta+\delta_p'=\varphi+\varphi_p, \qquad \delta+\delta_r'=\varphi+\varphi_r.$$

D'où : $\delta_p'-\delta_r'=\varphi_p-\varphi_r=\delta_p-\delta_r.$ C. Q. F. D.

2°. — L'application de ce théorème met en évidence une erreur grossière : on est tenté de croire qu'un œil myope a nécessairement un champ de vision moins étendu qu'un œil normal.

Un exemple numérique précise le problème.

Une personne ne voit nettement que les objets dont les distances à l'œil sont comprises entre 30 cm. et 10 cm.

Les distances dioptriques des *punctums proximum* et *remotum* sont : $\delta_p=10$, $\delta_r=3{,}33$; l'amplitude dioptrique du champ de vision est : $10-3{,}33=6{,}66$ dioptries.

A l'aide d'un verre approprié amenons le *punctum proximum* à l'infini. La distance dioptrique de l'infini est nulle. Soit δ_p' la distance dioptrique du nouveau *punctum proximum*. L'amplitude du champ de vision est δ_p'; elle n'a pas changé, *d'après le théorème précédent :* par suite $\delta_p'=6{,}66$. La distance du nouveau *punctum proximum* à l'œil évaluée en mètres est $1:6{,}66=0^m{,}15$. Ainsi l'adjonction d'un verre, qui évidemment n'a pas changé les facultés physiologiques de l'œil considéré, lui permet de voir, comme un œil normal, depuis l'infini jusqu'à 15 centimètres.

Une telle application de la méthode de mesure des longueurs en dioptries montre suffisamment qu'elle est indispensable pour dire quelque chose de sensé sur les propriétés optiques de l'œil.

177. Presbytie.

L'amplitude de l'accommodation diminue d'une manière continue avec l'âge, proportionnellement au nombre des années.

La loi de variation, *à peu près indépendante de l'individu*, est représentée sensiblement par la formule empirique :

$$\delta_p - \delta_r = 16 - 0{,}3x,$$

dans laquelle x représente l'âge en années. Cette formule donne :

$$\delta_p - \delta_r = 13 \text{ à } 10 \text{ ans.} \qquad \delta_p - \delta_r = 0 \text{ à } 53 \text{ ans.}$$

Lorsque l'amplitude de l'accommodation est nulle, l'œil se conduit comme une lentille ordinaire : on ne peut voir sans lunettes que les objets qui se trouvent à une distance déterminée. L'adjonction d'un verre change cette distance, sans donner plus de souplesse à l'œil. Cette diminution de l'accommodation, générale chez les vieillards, s'appelle *presbytie*.

Un œil peut être à la fois myope et presbyte.

Exemple d'application de la formule. — Un myope qui voit de $12^{cm},5$ à 25^{cm}, a une amplitude d'accommodation égale à :

$$\frac{1}{0{,}125} - \frac{1}{0{,}25} = 8 - 4 = 4.$$

Un œil normal qui voit de 25 cm. à l'infini, a la même amplitude d'accommodation $\frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{\infty} = 4.$

La formule donne : $4 = 16 - 0{,}3x$, d'où $x = 40$ ans, pour l'âge de l'œil qui a moyennement cette amplitude.

178. Optométrie.

1°. — L'optométrie est l'ensemble des appareils et des méthodes qui déterminent la position des *punctums proximum* et *remotum*.

Il suffit évidemment de déplacer un objet réel devant l'œil et de déterminer la distance à laquelle il faut le mettre pour le voir sans accommodation ou avec l'accommodation maxima. Mais, outre que ce procédé n'est pas pratique (pour les yeux normaux le *punctum remotum* est à l'infini), il ne s'applique pas aux hypermétropes qui voient les objets virtuels.

On tourne la difficulté en créant, par un dispositif convenable, des images dont les distances soient connues.

2°. — OPTOMÈTRE DE BULL.

Pour un œil myope, on peut employer le procédé direct : déplacement réel d'un objet et détermination de sa distance. Or, rien n'empêche de rendre tous les yeux myopes, en les armant d'un verre convergent convenable.

L'appareil est une règle (fig. 205) portant normalement à l'une de ses extrémités une plaque métallique percée d'un trou T que peuvent recouvrir 3 lentilles de $+5$, $+10$ et -10 dioptries. Sur cette règle sont des traits à des distances du trou égales à 12, 11, 10... 1 dioptries, c'est-à-dire $8^{cm},33$, $9^{cm},01$, 10^{cm}..., 1 m.

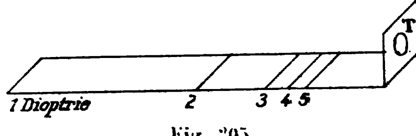


Fig. 205.

On place l'œil derrière le trou.

L'œil myope voit distinctement deux traits, le plus éloigné en relâchant l'œil, le plus proche en forçant l'accommodation. Une lecture donne la mesure dioptrique de ces distances, c'est-à-dire les *punctums proximum* et *remotum*. La différence des deux mesures dioptriques est l'amplitude d'accommodation.

Pour l'œil normal, on ajoute une lentille. Si elle est de 10 dioptries, les distances de vision nette sont diminuées de 10 dioptries pour une même puissance dioptrique de l'œil.

En effet, soit φ cette puissance, δ_1 la distance dioptrique à laquelle on voit sans verre dans ces conditions, Δ la distance dioptrique de la rétine au centre optique de la lentille équivalente. On a : $\delta_1 + \Delta = \varphi$. Ajoutons une lentille de 10 dioptries; la nouvelle distance δ_2 à laquelle on voit est donnée par la formule : $\delta_2 + \Delta = \varphi + 10$; d'où : $\delta_2 - \delta_1 = 10$.

Pour avoir les *punctums proximum* et *remotum*, on lit donc les distances dioptriques de chacun des traits extrêmes vus en se servant de la lentille, et on en retranche 10 dioptries.

Pour un œil trop myope, on interpose le verre *divergent* de 10 dioptries; il faut alors ajouter 10 dioptries à chacune des deux lectures.

L'interposition de la lentille ne modifie pas la différence dioptrique des deux lectures, c'est-à-dire l'amplitude dioptrique du champ de vision.

179. Optomètre Badal.

1°. — L'appareil se compose d'un tube AB (fig. 206) à l'extrémité duquel est fixé un dessin transparent AA′ et dans lequel pénètre à frottement doux un second tube CD. Celui-ci porte en C une lentille convergente et en D un œilleton placé à une distance de la lentille égale à sa distance focale.

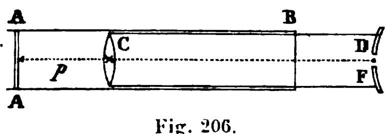


Fig. 206.

Nous verrons tout à l'heure l'intérêt de cette disposition.

Discutons la position de l'image du dessin AA′ donnée par la lentille. Celle-ci est généralement de 16 dioptries; sa distance focale est $6^{cm},25$.

Quand la lentille est contre le dessin, l'image de AA′ coïncide avec AA′; sa distance à l'œil est donc $6^{cm},25$ ou 16 dioptries.

Quand on éloigne la lentille, l'image est virtuelle et s'éloigne vers la gauche.

Quand la distance de AA′ à la lentille devient égale à $6^{cm},25$, l'image est à l'infini à gauche.

Donc pour un déplacement relatif des tubes de $6^{cm},25$, l'image parcourt le champ antérieur à l'œil compris entre $6^{cm},25$ et l'infini. Dans cet intervalle se trouvent les *punctums proximum* et *remotum* des yeux normaux et myopes.

Éloignons davantage : l'image devient réelle et passe à droite de la lentille. Elle est visible pour un hypermétrope. En particulier, si la distance devient deux fois la distance focale, soit $12^{cm},5$, l'image se trouve à deux fois la distance principale et à droite de la lentille; étant donnée la position de l'œil, elle est par conséquent à $6^{cm},25$ derrière l'œil. Il faudrait un œil extraordinairement hypermétrope pour voir alors distinctement le dessin; ce qui revient à dire que le tirage maximum de l'appareil est suffisant s'il vaut le double de la distance focale de la lentille.

Appliquons la formule des lentilles :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \qquad f-p'=\frac{f^2}{f-p}.$$

Par hypothèse $\overline{CD}=f$. La distance de l'image à l'œil est

$$d=-p'+f;$$

sa distance dioptrique est donc :

$$\delta=\frac{1}{f-p'}=\frac{1}{f}-\frac{p}{f^2}.$$

La graduation qui donne la distance dioptrique δ en fonction du tirage p, est donc linéaire en p : ses traits sont équidistants.

2°. — Principe de Badal.

C'est à propos de son optomètre que Badal énonça la proposition suivante, rapportée dans les Traités d'opthalmologie sous le nom de *principe de Badal.*

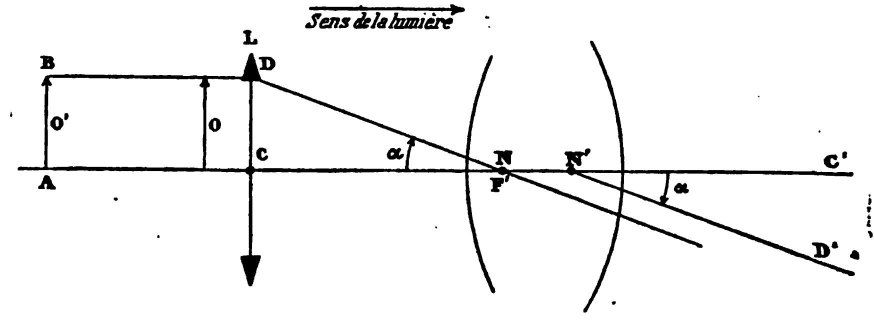


Fig. 207.

Une lentille L de distance focale f est placée devant l'œil, de manière que son foyer postérieur F′ coïncide avec le point nodal antérieur N de l'œil. Quelle que soit la distance d'un objet à la len-

tille, il est vu sous le même angle apparent que si on l'accolait à la lentille.

La proposition est évidente. Dans l'espace objet de la lentille, les rayons AC et BD sont communs aux objets O, O', O''... Dans l'espace image de la lentille qui est espace objet pour l'œil, aux rayons AC et BD correspondent les rayons CN et DN dont l'angle est α.

Il résulte enfin des propriétés des points nodaux que, dans l'espace image de l'œil, aux rayons AC et BD correspondent des rayons N'C', N'D, dont l'angle invariable est encore α.

Corollaire : à la condition que l'œilleton de l'optomètre soit disposé de manière que, l'œil étant contre, le foyer de la lentille coïncide avec son point nodal antérieur, les variations du tirage de l'instrument ne modifient pas l'angle apparent sous lequel on voit l'objet AA'.

Si l'on fait coïncider le foyer postérieur de la lentille L avec le foyer antérieur de l'œil, c'est la grandeur de l'image (et non plus son angle apparent) qui demeure invariable quand on change le tirage.

180. Cercles de diffusion.

1°. — Le faisceau de lumière qui sert à la vision, est diaphragmé dans l'humeur aqueuse par la pupille P. Appelons P_1 l'image de la pupille à travers la cornée; P_1 est la *pupille d'entrée* de l'instrument d'optique formé par l'œil; elle est (virtuellement) dans l'air.

Appelons P_2 l'image de la pupille à travers le cristallin; P_2 est la *pupille de sortie;* elle est (virtuellement) dans le corps vitré.

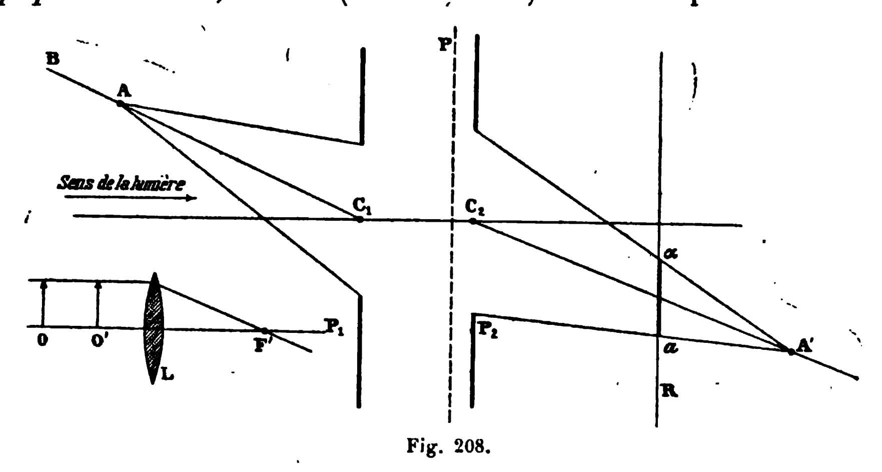


Fig. 208.

A supposer négligeable l'astigmatisme de l'œil, le cône du sommet A qui s'appuie sur P_1 a pour conjugué dans l'humeur vitrée un cône de sommet A' (image de A) qui s'appuie sur P_2. En particulier le rayon AC_1 qui va de A au centre de P_1, a pour conjugué le rayon C_2A' qui va du centre de P_2 au point A' conjugué de A.

En partant de la position de l'iris par rapport à la cornée et au

cristallin (qui est une lentille *épaisse*), on trouve que les plans P_1 et P_2 sont de part et d'autre du plan P et à une distance l'un de l'autre inférieure à un millimètre.

2°. — Quand A' n'est pas sur la rétine, le cône de rayons de sommet A' et qui s'appuie sur P_2 est coupé par la rétine suivant un cercle $\alpha\alpha$ qu'on appelle *cercle de diffusion :* dans certains cas, il sert d'image pour le point extérieur A.

C'est aussi bien ce qui se produit nécessairement si l'œil est astigmate, puisque le pinceau dans le corps vitré n'est plus conique. Mais laissons ce cas.

Le cercle de diffusion est d'autant plus grand que l'accommodation est plus inexacte, ce qui est évident. *Toutes choses égales d'ailleurs, son diamètre est proportionnel à celui de la pupille.*

Quand, pour une raison quelconque, l'accommodation parfaite est impossible (on est myope et on a oublié son lorgnon), il est avantageux de diminuer les cercles de diffusion : on cligne de l'œil; on se sert des paupières comme diaphragme supplémentaire. On peut aussi mettre devant l'œil une carte de visite percée d'un petit trou (*trou sténopéique*). Le lecteur lira fort bien de très petits caractères situés à deux ou trois centimètres de son œil, à travers un trou d'aiguille disposé très près de la cornée.

3°. — POUVOIR SÉPARATEUR.

Les cercles de diffusion posent la question du *pouvoir séparateur* que nous retrouverons sous bien des formes. Elle se présente ici avec une simplicité toute particulière (fig. 209). Soient A et B deux

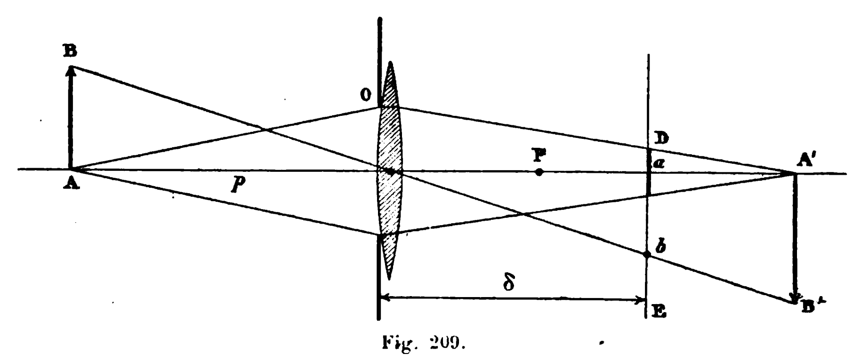


Fig. 209.

points lumineux; la lentille en donne des images stigmatiques en A' et B'. Mais l'écran E est placé à la distance δ de la lentille, et non pas à la distance p' qui correspond à la distance p de l'objet :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}. \tag{1}$$

D'où cercles de diffusion.

Soit D leur diamètre, soit O l'ouverture utile de la lentille. On a :

$$D=O\frac{p'-\delta}{p'}.$$

On demande à quelle condition les points A et B sont vus distincts, *sont séparés*. Cela dépend évidemment de la grandeur des cercles de diffusion, comparée à la distance de leurs centres.

Nous prendrons pour expression du *pouvoir séparateur* le quotient :

$$S = \overline{ab} : D.$$

Posons $\overline{AB} = \Omega$, on a :

$$\overline{ab} = \Omega \frac{\delta}{p}, \quad S = \frac{\Omega}{O} \frac{\delta}{p} \frac{p'}{p' - \delta}.$$

En vertu de (1), nous avons les formules équivalentes :

$$S = \frac{\Omega}{O} \frac{\delta f}{p(f - \delta) + \delta f} = \frac{\Omega}{O} \frac{\delta}{f} \frac{p' - f}{p' - \delta}. \quad (2)$$

3°. — Discussion.

a) Œil emmétrope et privé d'accommodation.

C'est dire que l'écran est placé de manière à recevoir les images des points de l'infini ; il est dans le plan focal principal de la lentille. On a donc :

$$\delta = f, \quad S = \frac{\Omega}{O} = \Sigma.$$

Le pouvoir séparateur est indépendant de la position des objets. Si, pour une certaine distance du système AB, les cercles de diffusion sont tangents, ils le restent pour toutes les distances.

Ce qu'on vérifiera très aisément par l'expérience.

b) Œil hypermétrope privé d'accommodation.

C'est dire que l'écran est placé de manière à recevoir les images des objets virtuels. On a donc :

$$\delta < f, \quad f - \delta > 0.$$

Pour toutes les valeurs de p, le dénominateur de l'expression (2) est positif. Il passe de ∞ à δf, quand p varie de ∞ à 0.

Lorsque le système AB se déplace de l'infini jusqu'à la lentille, le pouvoir séparateur croît régulièrement de zéro à la valeur limite Σ. Autrement dit, quand l'objet se rapproche, la grandeur des images rétiniennes croît plus vite que le diamètre des cercles de diffusion : d'où un grandissement du pouvoir séparateur.

Si, pour une certaine distance p du système AB, les cercles de diffusion sont tangents, ils empiètent l'un sur l'autre pour une distance plus grande ; ils ne se touchent plus pour une distance moindre. On s'appuie sur ce théorème pour expliquer comment certains hypermétropes ont avantage à tenir les objets très près de l'œil, alors qu'il semble qu'ils devraient les éloigner le plus possible.

En effet, c'est non pas la grandeur absolue des cercles de diffusion qui détermine le degré de séparation, mais le rapport du diamètre de ces cercles à la distance de leurs centres.

c) Œil myope et privé d'accommodation.

C'est dire que l'écran est placé de manière à recevoir les images des objets réels. On a donc :

$$\delta > f, \quad f - \delta < 0.$$

La séparation, nulle pour $p = \infty$, croît en valeur absolue quand l'objet se rapproche. Elle devient infinie quand la condition :

$$p(f - \delta) + \delta f = 0, \quad p' = \delta,$$

est satisfaite. Ce qui est évident, l'image stigmatique se faisant alors sur l'écran. Elle décroît ensuite régulièrement jusqu'à la valeur limite Σ quand l'objet se rapproche jusqu'à toucher la lentille.

4°. — Application de la théorie.

Badal, qui s'est beaucoup occupé de la question, pose que deux points A et B ne sont plus distincts dès que leurs cercles de diffusion se touchent; cela revient à dire que le diamètre P des cercles de diffusion est égal à la distance $\overline{ab}$ de leurs centres sur l'écran E. La figure schématique 210 suppose l'œil *réduit* (§ 168), c'est-à-dire remplacé par un dioptre unique.

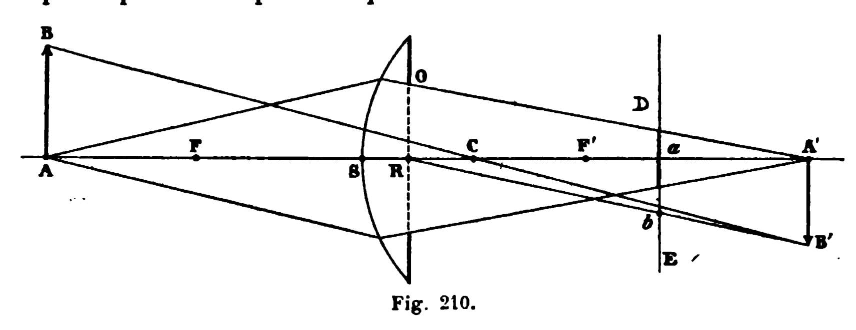


Fig. 210.

Mettons d'abord les points S et R en coïncidence.

On trouve immédiatement :

$$\overline{ab} = \Omega \frac{p' - R}{p + R} \frac{\delta}{p'} = \Omega \frac{p' - f'}{f'} \frac{\delta}{p'}.$$

Du reste on a (§ 100) :

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1, \quad \frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{R}.$$

Le diamètre du cercle de diffusion est :

$$D = O \frac{p' - \delta}{p'}; \quad \text{d'où :} \quad S = \frac{\overline{ab}}{D} = \frac{\Omega}{O} \frac{\delta}{f'} \frac{p' - f'}{p' - \delta},$$

formule identique à celle donnée plus haut.

Je laisse au lecteur le soin de compliquer les formules en tenant compte de la distance RS de la pupille à la cornée.

Pour réaliser l'hypothèse d'un œil sans accommodement, on paralyse l'accommodation au moyen d'atropine. On peut rétrécir la

pupille par des instillations d'ésérine; on peut la dilater par l'emploi de la belladone. Au reste, il est toujours facile de disposer devant l'œil un diaphragme supplémentaire, par suite de réaliser un pinceau d'angle solide aussi petit qu'on le désire.

Le lecteur relira le § 165 où l'on mesure le diamètre O de la pupille en déterminant Ω de manière que les cercles de diffusion soient tangents ($S=1$). On s'accommode pour l'infini ($\delta=f'$).

Je renvoie le lecteur que ces questions passionneraient, aux mémoires de Badal. Il y trouvera (en assez grand désordre) des remarques sur la grandeur des objets que peuvent distinguer les différents yeux en raison des cercles de diffusion. Les applications numériques n'ont ici d'autre intérêt que de mettre les principes hors de doute; on ne peut avoir la prétention de calculer des phénomènes où interviennent tant de facteurs indéterminables avec précision (acuité visuelle, accommodation, dimension actuelle de la pupille, clignement des paupières, astigmatisme cornéen...).

Certes Badal était un oculiste des plus intelligents : cependant je ne puis critiquer plus cruellement la méthode des oculistes que par une simple constatation : les conclusions de Badal sont résumées en *quarante* propositions ! C'est beaucoup.

181. Lignes de visée.

1°. — Soient A et B (fig. 208) deux points inégalement distants de l'œil (*pinnules* d'une alidade, *cran de mire* et *guidon* d'un fusil...).

Viser, c'est amener le mieux possible en coïncidence les cercles de diffusion de ces points.

L'accommodation ne peut être simultanément correcte pour A et pour B; elle est exacte pour l'un, pour l'autre, ou pour un point quelconque intermédiaire. Pour la visée parfaite, les points A et B doivent être sur une droite qui passe par le centre C_1 de l'image P_1 de la pupille à travers la cornée (*ligne de visée*). La droite conjuguée est $C_1A'B'$: les centres des cercles de diffusion coïncident.

Comme cas particulier, l'image stigmatique de l'un des points A, B, est au centre du cercle de diffusion de l'autre.

2°. — Voici une curieuse conséquence des principes posés.

On demande à quelle condition des objets identiques O, O′, ... situés à des distances quelconques d'une lentille L, normalement à son axe, *et regardés simultanément*, peuvent se superposer sur la rétine d'un œil placé derrière la lentille.

On serait tenté de dire qu'il faut amener en coïncidence le foyer postérieur F′ de la lentille et le point nodal antérieur N de l'œil (fig. 207) : c'est la solution du § 179.

Elle est inexacte ici, parce que le problème n'est pas le même.

Il ne s'agit plus, en effet, de regarder nettement et *successivement* les objets O, O′, ... ; il s'agit de les regarder *simultanément*.

Dans ces conditions, pour que les images des objets se superpo-

sent au mieux sur la rétine, il faut que les extrémités de leurs images dans l'air se trouvent sur deux droites passant par le point C_1. Il faut donc amener en coïncidence F' et C_1.

Badal a basé sur ce principe la construction d'un appareil destiné à déterminer le point C_1 (intersection des lignes de visée).

L'inexactitude de la première solution tient à l'impossibilité de s'accommoder *simultanément* sur des points situés à des distances différentes de l'œil.

182. Ombres.

1°. — Voici l'expérience fondamentale facile à répéter.

On utilise une petite languette découpée dans une carte de visite et trempée dans l'encre, de 2 mm. d'épaisseur par exemple.

La lentille représente schématiquement l'œil; P' est la rétine; P est son plan conjugué.

En réalité P est une page d'imprimerie de caractères petits sur lesquels l'œil s'accommode.

L'expérience consiste à placer la languette AB tout près de l'œil et à l'éloigner d'un mouvement lent. Cherchons comment elle gêne la vision des figures tracées sur le plan P.

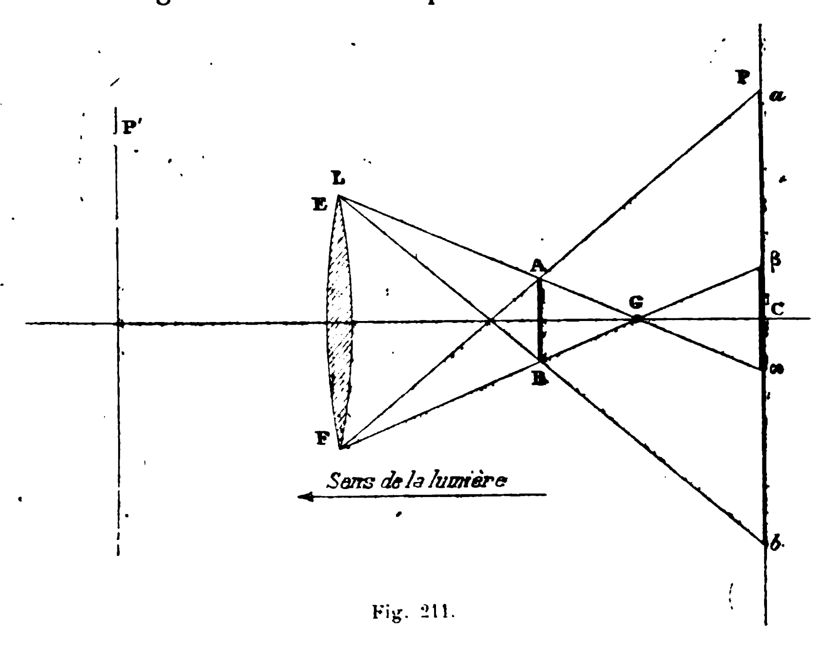


Fig. 211.

Quand elle est tout près de l'œil, l'ombre est étalée au point de couvrir tout le champ de vision. Les lettres se lisent également bien; l'éclairement est uniformément diminué.

Éloignons la languette. L'ombre n'est plus uniforme. Hors de la bande *ab*, tout se passe comme si la languette n'existait pas. Quelques-uns des rayons émis par les points de l'espace *ab* sont arrêtés

par la languette; l'éclairement diminue à partir des points *a* et *b* jusqu'au centre C.

Certains points du plan P cessent d'être vus quand le point G intersection des droites EA, FB, arrive sur le plan P. A mesure que la languette s'éloigne, *ab* diminue; l'ombre se resserre, mais devient plus opaque. En réalité, le point C cesse d'être visible avant que le point G ne coïncide avec, dès que son éclairement est trop petit : en effet, l'éclairement cesse d'être suffisant pour la lecture bien avant d'être nul.

2°. — Cataracte, mouches volantes.

Les phénomènes précédents se produisent dans le cas de cataracte incomplète : le cristallin devient opaque pour des régions plus ou moins nettement délimitées. Les images se forment nettement, mais sont moins lumineuses.

Les *mouches volantes* sont des corps opaques en suspension dans le corps vitré. Ils projettent sur la rétine des ombres que nous sommes tentés de considérer comme les images des corps extérieurs. Comme ils ne sont pas immobiles, il nous semble voir des mouches : d'où leur nom.

183. Expériences de Czermak et de Mile.

1°. — L'écran R est placé derrière la lentille L de manière (par exemple) qu'il soit conjugué d'un plan de front éloigné. Le point lumineux A a pour image par rapport à la lentille le point A'; il éclaire donc de l'écran R un cercle (*cercle de diffusion*) trace du cône qui a le point A' pour sommet et la lentille pour base.

Ce qui précède se généralise pour tous les cas, que le point A' soit réel ou virtuel.

2°. — Soit comme point lumineux A un petit trou percé dans un diaphragme E. Déplaçons l'écran e_2 dans le sens de la flèche f : sur l'écran R nous voyons l'ombre grandir dans le sens f_2.

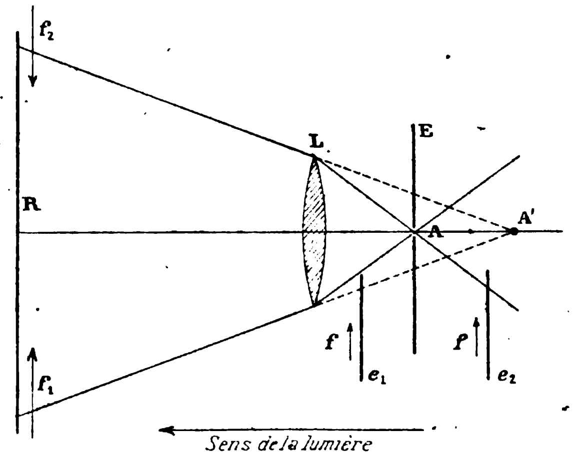


Fig. 212.

Déplaçons l'écran e_1 dans le sens de la flèche f : sur l'écran R nous voyons l'ombre grandir dans le sens f_1.

Ce que la figure 212 rend évident.

3°. — Voici maintenant l'expérience de Czermak.

On regarde le ciel à travers un trou d'épingle percé dans un

papier placé près de l'œil. On voit un cercle de diffusion provenant de ce que l'œil ne peut être accommodé sur le point A. On déplace un écran e de manière à couvrir peu à peu le trou. S'il est en e_2, au delà de l'écran E, on croit le voir aller dans le sens de son mouvement; s'il est en e_1, en deçà de l'écran E, on croit le voir aller en sens inverse de son mouvement.

C'est l'expérience du *1°* compliquée, parce que, les objets étant renversés sur la rétine, nous projetons en bas ce qui est en haut de la rétine.

4°. — Regardons au loin (fig. 213). Disposons à quelques centimètres de l'œil une aiguille a (verticale par exemple), et près de l'œil un écran E percé d'un trou d'épingle. Quand nous déplaçons l'écran, l'aiguille semble se mouvoir en sens inverse (Mile).

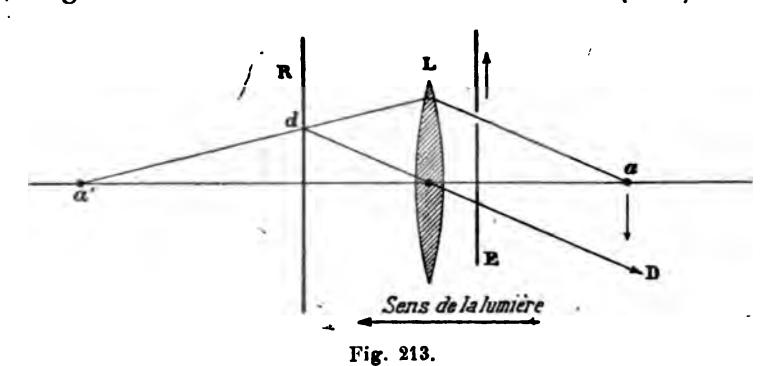


Fig. 213.

Puisque l'œil est accommodé sur un point éloigné, l'image a' de a est en arrière de la rétine. D'où un petit cercle de diffusion d que l'on interprète par l'existence d'un objet dans la direction dD.

Il est clair que le déplacement de E vers le haut entraîne un déplacement du petit cercle d dans le même sens, par suite un déplacement apparent vers le bas du corps d cause du phénomène.

184. Expérience de Scheiner.

1°. — Soient A un trou éclairé, A′ son image à travers la lentille L. Plaçons devant la lentille un écran E percé de deux trous : rien n'est modifié dans l'image A′, sinon l'éclairement.

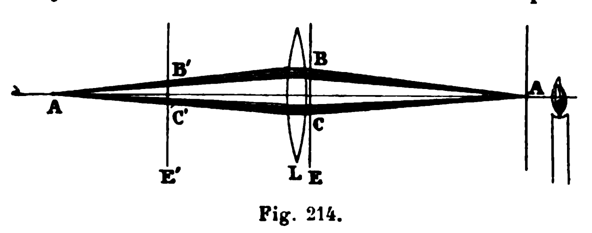


Fig. 214.

Mais déplaçons un écran E′ qui reste parallèle à la lentille.

Pour toutes ses positions on voit deux images plus ou moins nettes B′, C′, formées par les rayons qui ont traversé les trous; pour la seule position de l'écran qui passe par A′, l'image est unique et parfaitement nette.

Avec une aiguille, perçons plusieurs trous dans une carte de

visite à l'intérieur d'un cercle de diamètre plus petit que celui de la pupille; regardons un point lumineux A placé trop près de l'œil pour que l'accommodation soit possible; nous voyons plusieurs images du point. La rétine, jouant le rôle de l'écran E', se trouve en avant de l'image A' du point lumineux.

L'expérience réussit aussi bien si le point lumineux est éloigné et si l'on accommode pour une faible distance.

2°. — On peut baser un optomètre sur cette expérience. Sur une planchette peinte en blanc, traçons un trait noir et fin. Regardons-le à travers deux petits trous T, T', très voisins, percés dans une lame de laiton perpendiculaire à la planchette; la figure 215 exagère beaucoup leur distance.

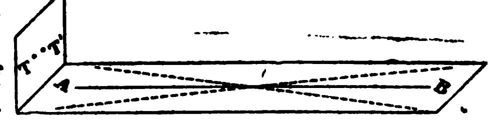


Fig. 215.

La raie paraît dédoublée, sauf au point sur lequel on accommode. On conçoit que de la distance de ce point on puisse déduire les limites du champ de vision; l'œil est recouvert d'une lentille connue qui le rend myope et rapproche les *punctums proximum* et *remotum*.

On trouve aisément la distance du *punctum rèmotum* d'un œil myope par l'expérience suivante. On regarde un point lumineux, en déplaçant devant l'œil et tout contre une petite tige opaque. On modifie la distance du point jusqu'à ce qu'on ne s'aperçoive plus du mouvement de la tige. Le lecteur vérifiera que cette technique est la conséquence immédiate de l'expérience du père Scheiner (1685).

185. Aberration de sphéricité. Irradiation.

1°. — Dans ce qui précède, nous supposons que l'œil donne du point lumineux objet un point lumineux image, autrement dit, qu'il n'a pas d'aberration sphérique et que les phénomènes de diffraction n'interviennent pas. En réalité, l'œil *même supposé de révolution* donne d'un point une image plus ou moins étendue que nous pouvons appeler *cercle de diffusion*.

S'il est astigmate, il transforme le faisceau incident en un faisceau qui s'appuie sur deux focales : étant donné la forme circulaire de la pupille, entre ces focales existe encore un cercle de diffusion. L'œil serait-il de révolution et sans aberration, la théorie ondulatoire nous apprend que l'image d'un point n'est pas un point : c'est un cercle d'autant plus étendu que la pupille est plus diaphragmée.

Quoi qu'il en soit de l'importance relative de ces diverses causes, nous pouvons considérer comme un fait expérimental que l'image d'un point sur la rétine est un petit cercle incomparablement plus grand que ne serait l'image géométrique du point dans un instrument stigmatique parfait de mêmes caractéristiques.

2°. — Comme preuve de cette proposition, voici l'expérience de Volkmann.

On trace un trait noir fin sur un papier blanc bien éclairé; on le regarde, *en s'accommodant exactement dessus*, à travers un écran placé contre l'œil et percé de deux ou plusieurs trous très fins et très rapprochés. *Pour correcte que soit l'accommodation*, on voit généralement plusieurs images distinctes. C'est l'expérience de Scheiner, mais, au lieu de rendre systématiquement l'accommodation mauvaise, on cherche à la faire la meilleure possible.

Conclusion : *les rayons émis par un point ne forment pas une image stigmatique.*

Suivant les yeux, l'aberration est d'un sens ou de l'autre : les rayons marginaux se croisent plus près ou plus loin de la cornée que les rayons centraux.

Si nous supprimons l'écran, les diverses images coexistent : autrement dit, l'image d'un point n'est plus un point : c'est un petit cercle dont le diamètre est plus ou moins grand suivant la perfection des yeux.

Helmholtz estime vain de calculer les phénomènes au moyen des formules des dioptres sphériques, tant parfois ils sont compliqués. Parfois même ils sont discontinus; on doit alors les attribuer à des irrégularités locales du cristallin ou de la cornée.

3°. — Irradiation.

Le phénomène principal qui résulte du remplacement des images ponctuelles par des cercles de diffusion est l'*irradiation*.

Je l'étudie longuement dans mon Cours sur *la Vision et la Reproduction des formes et des couleurs.*

En vertu de l'irradiation, l'image d'une plage lumineuse sur fond noir déborde sur le fond; elle est comme entourée d'une marge d'éclat rapidement décroissant. Le phénomène s'explique immédiatement en admettant que l'image d'un point est un cercle dont l'éclairage diminue du centre à la périphérie, où il s'annule. Comme un éclairement ne devient sensible que s'il dépasse une certaine limite, on explique aisément que le phénomène ne soit net que pour des surfaces fortement éclairées. Quel que soit le diamètre pupillaire, l'irradiation s'annule pour de faibles éclairements.

Pour la vision des objets noirs sur fond blanc, je renvoie le lecteur à mon Cours sur *la Vision ...*

186. Méthode de Cuignet (skiascopie).

1°. — La méthode de Cuignet pour la détermination *objective* du plan sur lequel s'accommode actuellement un œil Ω, est basée sur la remarque suivante (fig. 216).

Soient P et P′ deux plans conjugués par rapport à une lentille Ω. Quand un objet A se meut dans le plan P, son image A′ se meut en sens inverse dans le plan P′.

Plaçons notre œil (œil de l'observateur) quelque part au voisinage de l'axe de la lentille; accommodons sur la lentille; déplaçons le point lumineux A dans le sens de la flèche.

Notre œil placé en O_1, *en avant* de P', voit la lentille s'illuminer d'abord en M; puis la plage éclairée marche dans le sens de la flèche 1. C'est évident, puisque, dans le déplacement de l'image A', l'œil de l'observateur reçoit d'abord le rayon MN, enfin le rayon RS.

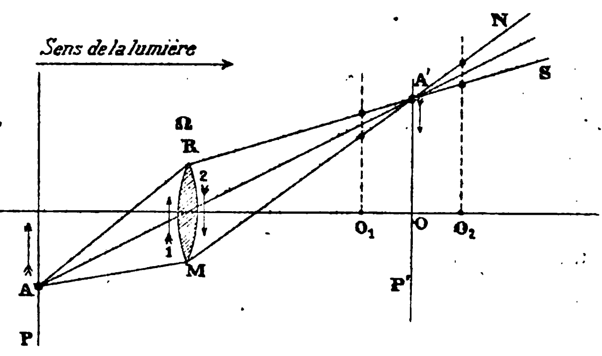


Fig. 216.

Si l'œil est en O_2, *en arrière* de P', il voit la plage éclairée se déplacer suivant la flèche 2.

Enfin, s'il est précisément en O, dans le plan P' conjugué du plan P où se meut la lumière A, simultanément toutes les parties de la lentille Ω deviennent lumineuses et retombent dans l'ombre.

La méthode permet donc de savoir de quel plan P' est conjugué le plan P où se déplace la lumière A.

2°. — Dans l'application de la méthode, la lentille devient l'œil Ω du patient, le plan P est la rétine de cet œil. On ne peut évidemment pas promener une lumière réelle dans le plan P, sur la rétine de l'œil à étudier. Mais on peut l'éclairer avec une lumière extérieure mobile S, ou avec une lumière extérieure fixe Σ réfléchie par un miroir mobile qui en donne une image mobile S. La partie éclairée A de la rétine se trouve autour de la trace de la droite qui joint la source S au centre optique de l'œil. La rétine étant diffusante, sa partie éclairée A joue le rôle d'objet lumineux plus ou moins nettement délimité.

Pour savoir sur quel plan l'œil Ω s'accommode actuellement (plan P' de la figure 216), l'observateur O regarde comment s'éclaire la pupille quand S se déplace. Il compare le sens dans lequel marchent les parties éclairées de la pupille, au sens dans lequel on déplace l'objet lumineux S.

La source fixe Σ est généralement une lampe placée près de l'oreille du patient. On se sert comme réflecteur d'un miroir plan ou d'un miroir concave : on fera bien attention au sens dans lequel une rotation du miroir déplace l'image S de Σ, par suite dans lequel elle déplace les parties A éclairées de la rétine.

Je n'insiste pas sur la technique, qui n'est pas de ma compétence.

187. Chromatisme de l'œil.

1°. — L'œil n'est pas achromatique. On le démontre en regardant un petit trou lumineux à travers un prisme placé au minimum de déviation *à quelques mètres du trou*. On ne voit pas avec une égale netteté les diverses parties du spectre linéaire qui se forme.

L'œil quasi normal peut s'accommoder et voir nettement la partie rouge du spectre : il est myope pour la partie violette qui lui paraît élargie.

En rapprochant le prisme (par conséquent l'œil) du trou, on trouve une distance pour laquelle la partie violette du spectre devient nette. Mais alors le rouge n'est plus net; le spectre y paraît élargi.

Autre expérience. On utilise un verre coloré par le cobalt qui laisse passer le violet et le rouge. Un point lumineux A situé en deçà du *punctum proximum* (fig. 217, I) donne un cercle de diffusion bordé de rouge; situé au delà du *punctum remotum* (fig. 217, II), il donne un cercle de diffusion bordé de violet. Ces expériences montrent que le *proximum* et le *remotum* sont définis pour la partie la plus brillante du spectre (jaune moyen, $\lambda = 0^{\mu},550$).

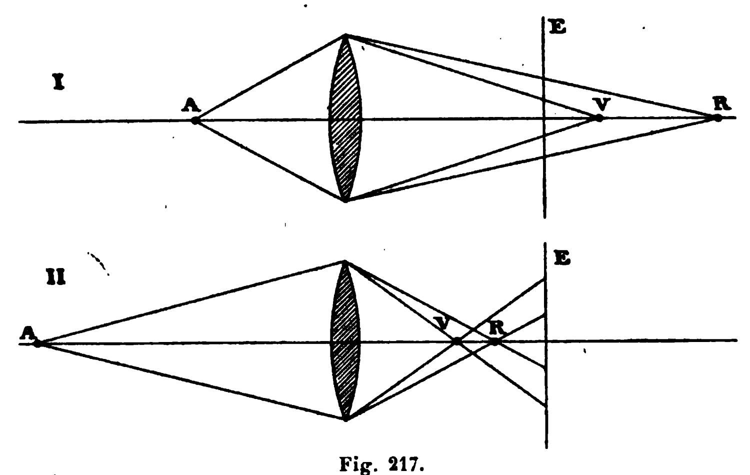


Fig. 217.

L'aberration chromatique de l'œil est supérieure à une dioptrie.

Les objets ne nous paraissent pas colorés, parce que nous accommodons de manière à mettre sur la rétine l'image qui correspond au milieu du spectre : le rouge et le violet donnent des cercles de diffusion qui se superposent et fournissent une teinte pourpre peu lumineuse (§ 148).

2°. — Gœthe a fait de vains efforts pour démolir la théorie de Newton; reprenant la théorie d'Aristote, il admettait que, pour produire des couleurs, la lumière doit être obscurcie ou mêlée d'obscurité. Je ne songe pas à exposer la théorie du poète; « considérées comme une explication physique des phénomènes chromatiques, ses propositions n'ont aucun sens, » dit Helmholtz, que je cite parce qu'il est Allemand.

A propos du chromatisme de l'œil, Gœthe fait une objection qu'il est amusant de rappeler : « Supposons une maison en plein soleil. Les tuiles du toit sont rouges, les murs jaunes. Aux fenêtres ouvertes on voit des rideaux bleus, une dame en robe violette est à la porte. Regardons l'ensemble d'un point situé en face de la maison. Admet-

tons que les tuiles donnent une image nette. *Mais alors, si nous regardons la dame, sa personne et sa robe ne fournissent qu'une image confuse.* Il faudra nous rapprocher pour la voir distinctement. De même pour les autres objets. »

Gœthe n'oublie qu'un point : l'œil n'est pas une lentille rigide; il s'accommode avec une incroyable rapidité.

L'objection n'a pas plus de force que s'il disait qu'après avoir accommodé sur un point rapproché, on doit voir flou les objets éloignés.

188. Astigmatisme de l'œil.

1°. — L'œil est généralement *astigmate.* C'est dire qu'il n'est pas de révolution autour d'un axe. Comme première approximation, il admet deux plans de symétrie (en général l'un vertical, l'autre horizontal), se coupant suivant une droite qu'on peut appeler *axe optique de l'œil.*

Je fais la théorie complète de tels systèmes optiques dans le volume relatif à l'Optique géométrique supérieure.

Pour l'instant il nous suffit d'admettre les propositions suivantes.

Un point A placé sur l'axe de l'œil n'a plus un point pour image : le système n'est plus stigmatique. Les rayons issus du point A s'appuient dans le dernier milieu sur deux droites rectangulaires qui sont dans les plans de symétrie et qui jouent le rôle d'images.

On les appelle improprement *focales;* il vaut mieux les nommer *caustiques.*

Les positions de ces focales ou caustiques se calculent au moyen des courbures des dioptres relatives aux deux plans de symétrie, *en appliquant les formules habituelles.* Pour avoir la position de la focale horizontale, on utilise les courbures relatives au plan de symétrie vertical; corrélativement, pour avoir la position de la focale verticale, on utilise les courbures relatives au plan de symétrie horizontal.

Pour vérifier ces propositions, on place l'une après l'autre une lentille ordinaire et une lentille cylindrique, de manière que leurs axes optiques coïncident, l'axe de la lentille cylindrique étant défini comme plus haut. Plaçons horizontalement l'axe optique commun; orientons la lentille cylindrique de manière que ses génératrices soient verticales.

L'image d'un point A est formée des deux focales, l'une horizontale, l'autre verticale. On vérifiera que la focale horizontale est à la même distance du point A que serait son image ponctuelle si la lentille cylindrique n'existait pas : effectivement dans le plan vertical les courbures des faces de la lentille cylindrique sont nulles.

On vérifie que pour une lentille cylindrique planconvexe ou biconvexe (convergente), la focale verticale du point A (supposée réelle) est plus rapprochée de ce point que n'est l'image ponctuelle quand on supprime la lentille cylindrique.

Plus précisément, on détermine la ou les courbures de la lentille cylindrique et l'on vérifie la proposition ci-dessus énoncée.

Elle suffit pour comprendre la nature des phénomènes astigmates de l'œil.

Les phénomènes sont les mêmes si, au lieu de placer le point A exactement sur l'axe optique commun des deux lentilles, on le place au voisinage de cet axe.

Au lieu d'un point A, si l'on prend pour objet lumineux une fente mince, on n'obtient d'image (plus exactement de pseudo-image) que si la fente est dans un des plans de symétrie ou parallèle à l'un de ces plans, pourvu qu'elle en reste au voisinage. Il faut en effet que les focales relatives aux divers points de la fente se superposent.

2°. — Ceci posé, regardons un système de droites passant par un point et aussi identiques que possible (fig. 218). Avec une accommodation convenable, on voit nettement une de ces droites. Avec une autre accommodation, on voit la droite normale à la première. Cette expérience fixe les azimuts des plans de symétrie. Les droites non situées dans ces plans ne paraissent jamais parfaitement nettes, *quelle que soit l'accommodation*. Les droites rectangulaires dont nous pouvons amener les images nettes sur la rétine, sont généralement l'une verticale, l'autre horizontale.

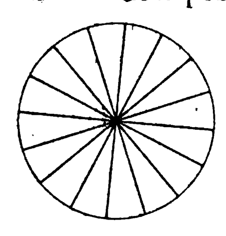


Fig. 218.

La grandeur de l'astigmatisme (mesuré par la distance des droites caustiques) dépend des yeux; il est rare qu'il soit nul.

3°. — Nous voyons simultanément avec netteté deux droites rectangulaires, pourvu qu'elles soient à des distances différentes de l'œil.

Pour voir nettement une droite verticale avec un œil dont les plans de symétrie sont l'un vertical, l'autre horizontal, il faut amener sur la rétine les focales verticales des divers points de la droite. L'image n'est pas stigmatique : elle est formée par les focales qui se superposent en parties.

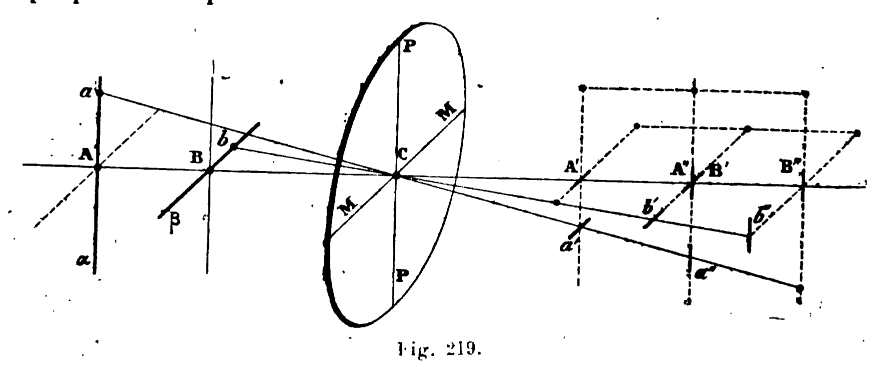


Fig. 219.

Ceci posé, Helmholtz voyait nettement et simultanément deux aiguilles, l'une α verticale (fig. 219) placée à 60 cm. de l'œil, l'autre β horizontale à 54 cm.

La caustique verticale du point A de α et la caustique horizontale du point B de β doivent être simultanément sur la rétine. D'où résulte que l'œil d'Helmholtz était plus courbe dans le plan de symétrie vertical que dans le plan de symétrie horizontal; ce qu'indiquent les lettres P et M.

Les figures 219 et 220 assimilent l'œil à une lentille astigmate. C'est ainsi qu'on répétera les expériences.

4°. — On peut disposer l'expérience autrement (fig. 220).

A l'aide d'un écran percé d'une fente mince, Young ne laissait parvenir à son œil que les rayons émis par un point lumineux dans le plan vertical ou dans le plan horizontal (plans de symétrie de son œil). *Pour une accommodation bien déterminée*, il voyait stigmatiquement le point lumineux distant de 30cm pour la fente verticale, de 21cm pour la fente horizontale. La première expérience amène sur la rétine la caustique horizontale (réduite à un point par la fente

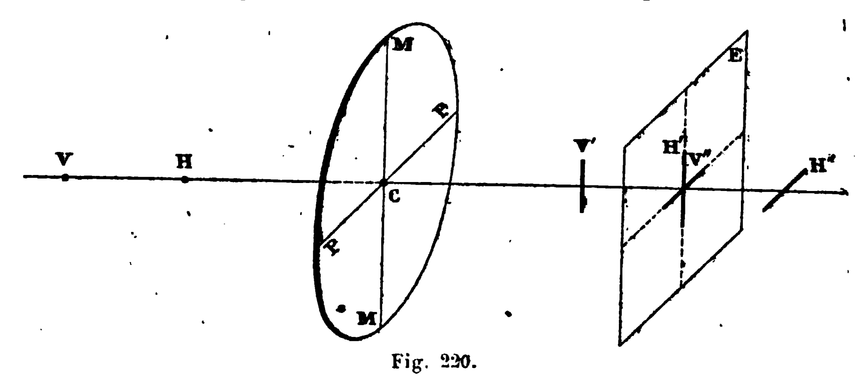


Fig. 220.

verticale) d'une source ponctuelle V située à 30cm de l'œil; la seconde amène sur la rétine la caustique verticale (réduite à un point par la fente horizontale) d'une source ponctuelle H située à 21cm de l'œil. Eloignons cette dernière source jusqu'à 30cm, la caustique verticale correspondante se rapproche. Donc les rayons émis par un point forment à travers l'œil d'Young deux droites caustiques, la verticale plus rapprochée de l'objet que l'horizontale. Donc les sections horizontales de l'œil d'Young étaient plus courbes que les sections verticales; ce qu'indiquent les lettres P et M.

Pour être rigoureux, il faut parler des *droites caustiques* de l'œil, et non de ses *focales*. Les faisceaux qui pénètrent dans l'œil non diaphragmé ne sont pas assimilables à des pinceaux infiniment minces. Car les dimensions de la pupille ne sont pas petites par rapport à sa distance à la rétine, et c'est par ce rapport qu'il faut évaluer l'ouverture pour les phénomènes qui nous occupent. Il est curieux que la théorie des pinceaux et des focales ait été faite par Sturm pour expliquer les phénomènes dans l'œil, et que précisément elle s'applique non pas au faisceau lumineux considéré dans son ensemble, mais seulement aux éléments de ce faisceau.

Nous revenons longuement là-dessus dans notre Cours d'Optique géométrique supérieure.

189. Causes de l'astigmatisme de l'œil.

1°. — ASTIGMATISME CORNÉEN.

L'astigmatisme de l'œil est principalement dû aux courbures inégales de la cornée.

Peignons en blanc un disque métallique percé d'un trou central. Traçons concentriquement au trou des circonférences noires se détachant bien sur le fond blanc. Fixons normalement au disque un petit viseur passant dans le trou central. Enfin établissons le disque verticalement, le viseur horizontalement par conséquent.

Nous obtenons un opthalmomètre.

L'œil de l'observé, dont la tête est maintenue immobile, est placé dans le prolongement de l'axe de la lunette et doit regarder le centre de l'objectif. Les circonférences verticales donnent sur la cornée des images virtuelles que l'observateur voit dans le viseur. En faisant la figure, on vérifiera que tout se passe comme dans les méthodes d'essai de Foucault (voir mon Cours sur la *Construction...*) : chaque portion de la cornée ne sert à réfléchir qu'une très petite portion du disque.

On vérifie immédiatement si la cornée est de révolution : les cercles ont des cercles pour image. Généralement ce sont des ellipses dont les axes sont l'un vertical, l'autre horizontal.

On corrige l'astigmatisme de l'œil à l'aide de verres cylindriques de puissances convenables et convenablement orientés.

Ici une remarque est nécessaire.

Dans mon Cours sur la *Vision...*, j'étudie sous le nom de Listing la loi de rotation de l'œil. Les plans de l'œil qui sont vertical et horizontal dans la position dite *primaire* (position naturelle de l'œil regardant l'horizon), ne le sont plus quand la direction de visée est en dehors des plans horizontal et vertical qui coïncident avec les précédents dans la position primaire. Les plans de symétrie optique de l'œil ne coïncident donc plus avec les plans de symétrie du verre correcteur : l'astigmatisme n'est plus corrigé. En définitive, un verre astigmate ne peut corriger l'astigmatisme de l'œil que si la direction de visée reste dans deux plans, l'un horizontal, l'autre vertical, plans qui sont ordinairement les plans de symétrie optique de l'œil.

Une autre remarque s'impose.

Assurément tout élément de surface *infiniment petit* a deux plans de symétrie qui en sont les sections principales. Mais nous avons déjà dit qu'il est impossible de considérer la surface utile de la cornée comme infiniment petite, le terme de comparaison étant son rayon de courbure qui est de l'ordre de 8 mm. Considérée dans son ensemble, la cornée n'a donc généralement pas deux plans de symétrie rectangulaire passant par la normale d'aucun de ses points :

nous ne pouvons pas l'assimiler *au sommet* d'un ellipsoïde à trois axes inégaux, même en plaçant ce sommet hors du pied de la normale abaissée du centre de pupille sur la cornée. Nous sommes toujours tentés de substituer au système centré qui existe rarement, un système de surfaces ayant *toutes* deux plans de symétrie rectangulaires *passant par la même droite* : c'est absolument gratuit; la constitution de l'œil est généralement plus compliquée.

2°. — ASTIGMATISME DU CRISTALLIN, ASTIGMATISME D'ACCOMMODATION. Dans ces derniers temps, les oculistes ont attribué une importance grandissante à l'astigmatisme du cristallin. Voici leurs raisons.

On sait depuis longtemps que les verres de besicles qui, au dire des patients, corrigent au mieux l'astigmatisme de leurs yeux, ne sont pas ceux qu'indiquent les mesures des courbures principales de la cornée. C'est au point que Donders soutenait que l'asymétrie de la cornée entraîne une asymétrie en sens inverse du cristallin.

Un astigmatisme régulier, appréciable et corrigeable par des verres, se montre parfois sous l'influence de l'atropine, *qui paralyse l'accommodation*. Conséquence : dans l'état habituel du patient l'astigmatisme cornéen est neutralisé par l'astigmatisme d'accommodation du cristallin.

Un œil normal est rendu astigmate par un verre cylindrique : l'expérience montre que l'accommodation agit pour corriger l'astigmatisme. Quand l'expérience a duré quelque temps, une tendance accommodative persiste dans le même sens : d'où un astigmatisme *acquis* qui disparaît peu à peu.

La crampe ou la contraction tétanique du muscle ciliaire peut accroître l'astigmatisme.

L'accommodation astigmate est incapable de ramener l'œil à la symétrie de révolution quand l'astigmatisme cornéen est très fort.

Il semble donc acquis qu'en dehors de l'astigmatisme qui résulte d'une symétrie particulière du cristallin, l'accommodation peut s'exercer, non plus également sur tout le pourtour du cristallin, mais d'une manière qui lui impose, à la place d'un axe de révolution, deux plans de symétrie rectangulaires. D'où trois causes à l'astigmatisme : la symétrie de la cornée, celle du cristallin, enfin celle de l'accommodation.

L'astigmatisme d'accommodation a une importance théorique capitale; elle élimine les théories de l'accommodation qui ne permettent pas d'expliquer une action d'intensités différentes dans les divers méridiens du cristallin.

190. Vision du fond de l'œil; ophtalmoscopes.

1°. — Pour qu'un observateur A voie distinctement la rétine R de l'œil B, il faut que les deux rétines soient accommodées l'une sur l'autre à travers les systèmes optiques formés par les yeux. Il faut, par exemple, qu'elles soient accommodées toutes deux sur l'infini.

Imaginons que l'œil B regarde dans un plan R' (fig. 221, 1) situé à

30 ou 40 centimètres ; l'image de la rétine B s'y forme considérablement grandie. Si l'œil A regarde dans ce plan, il ne voit donc simultanément qu'une portion infime de la rétine de l'œil B ; la portion visible de l'image R′ est limitée par le cylindre construit sur les deux pupilles. En effet, les rayons qui permettent la vision de la rétine R traversent évidemment la pupille B et doivent entrer dans la pupille A.

Pour augmenter le champ, voici comment on dispose l'expérience.

2°. — Image virtuelle et droite de la rétine.

On place devant l'œil B un verre divergent D qui, associé au système optique de l'œil B, forme une loupe à travers laquelle l'œil A regarde la rétine de l'œil B. L'œil B donne de sa rétine R une image réelle et renversée R′ que le verre D transforme en une image virtuelle et droite R″.

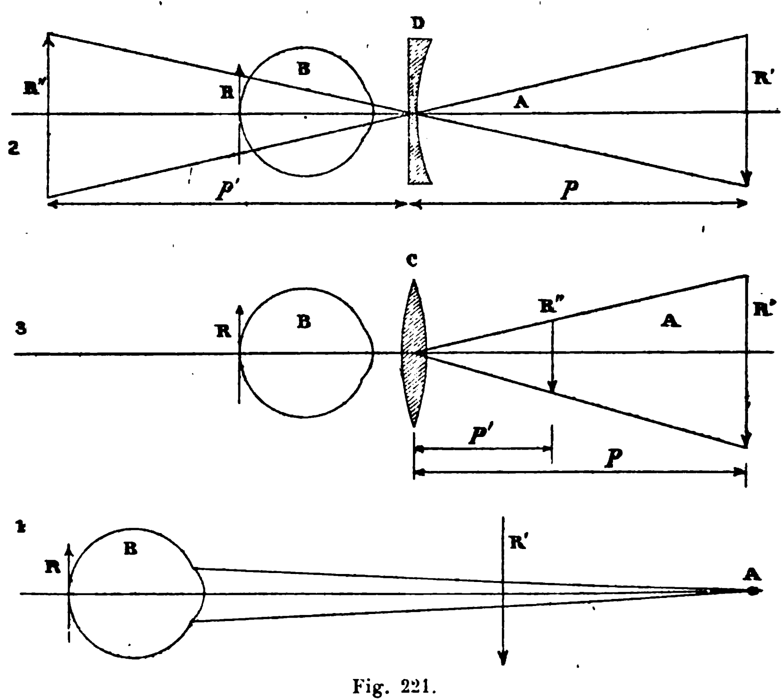


Fig. 221.

Soit f la distance focale principale (en valeur absolue) du verre D ; soient p et p' les distances au verre D des images R′ et R″ (distances prises en valeurs absolues) ; on a :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}.$$

Si l'œil A de l'observateur est placé tout près du verre, p' est la distance à laquelle il choisit de regarder l'image virtuelle de la rétine. Il est clair que si p' est choisi à l'avance, le choix du verre D dépend de l'accommodation actuelle de l'œil B observé.

En particulier, si l'œil A est emmétrope ($p'=\infty$) et si l'œil B regarde à l'infini ($p=\infty$), on a $f=\infty$: la lentille devient inutile.

Si l'œil B vise suffisamment loin et si l'œil A est hypermétrope, il peut y avoir de même compensation : dans ce cas l'œil A voit sans verre une image réelle et renversée R' (fig. 221, 2).

3°. — Image réelle et renversée de la rétine.

Comme nous l'avons expliqué en commençant, l'œil A peut regarder tout simplement l'image réelle et renversée R' que l'œil B donne de sa propre rétine (fig. 221, 1). Mais alors le champ est trop petit.

Pour l'augmenter on place en avant de l'œil B un verre très convergent C (de 13 dioptries en général) par rapport auquel l'image R' joue le rôle d'objet virtuel. Il en donne une image réelle R'', que l'observateur A regarde directement ou plus souvent à travers une loupe de 4 dioptries.

Désignons par p et p' les distances (en valeurs absolues) de R' et de R'' à la lentille C; soit f sa distance focale. On a :

$$\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f}.$$

En général p est considérable devant f (8 cm. dans notre hypothèse); on a donc très approximativement $p'=f$.

L'image R'' est à 8 cm. de la lentille, dans nos hypothèses.

Le champ est limité par la pupille de l'œil observé tant que la lentille convexe est voisine de l'œil; en effet, l'aire occupée sur la lentille ou sur la cornée par les rayons qui émanent de la rétine, est à peu près la même. Il est vrai que, l'image R'' étant beaucoup plus petite que R', le même espace visible correspond à une portion de rétine beaucoup plus grande.

On augmente le champ en éloignant la lentille de l'œil.

Si elle est placée de manière que son foyer soit sur la pupille de l'œil B, le champ est limité par l'ouverture de la lentille, et non plus par celle de la pupille.

4°. — Procédés d'éclairage.

On éclaire la rétine avec un miroir opaque percé d'une ouverture pour l'observation, ou encore avec une glace sans tain.

Pour observer l'image droite, on place ordinairement le miroir à 45° entre l'œil et le verre divergent. Mais ce sont là des détails qui intéressent principalement les ophtalmologistes : je n'insiste pas.

CHAPITRE XI

PHOTOMÉTRIE

Mon intention n'est pas d'étudier ici le détail des méthodes photométriques; je renvoie pour cela à mon Cours sur la *Vision*... Il s'agit seulement de poser les définitions et de décrire les expériences fondamentales permettant de comprendre le rôle des instruments d'optique; en particulier, il s'agit de préciser les notions d'*éclairement* et d'*éclat* d'un objet ou d'une image.

Avant d'énoncer les définitions générales, expliquons sur des exemples simples la nature du problème à résoudre.

Nous allons voir qu'il s'agit d'une *Optique géométrique* particulière, basée sur la *Loi de conservation des flux*.

Le lecteur au courant de nos méthodes pédagogiques sera frappé de l'extraordinaire absurdité de l'enseignement classique. Tout y est confondu : éclairement, éclat... : c'est proprement de la bouillie pour les chats.

Pour que plusieurs générations de professeurs de Spéciales aient abouti à ce grotesque résidu, il faut que quelque chose soit détraqué dans l'intelligence française. L'enseignement des lycées est actuellement très inférieur à Bouguer, dont l'ouvrage est vieux de près de deux cents ans.

Toutefois, ces messieurs s'occupent activement de savoir s'il faut appeler *pyr* ce qu'un autre nomme *lumen,* ou si l'on n'a pas un nom préférable pour désigner je ne sais quoi. Byzantinisme et gâchis! Incontinence verbale, discussions oiseuses sur des définitions qui ont été toujours parfaitement nettes pour ceux qui n'étaient pas des imbéciles!

191. Objets plus ou moins éclairés, plus ou moins éclatants.

1°. — Tout le monde sait ce qu'on veut dire par *objet plus ou moins éclairé.* Quand un nuage passe devant le soleil, les objets sont moins éclairés; leur *éclairement* est plus faible. Une feuille de papier blanc est *éclairée* par une bougie : quand nous éloignons la bougie, l'éclairement diminue.

Divers objets placés dans les mêmes conditions par rapport à la source lumineuse, c'est-à-dire *également éclairés,* peuvent être *iné-*

galement éclatants. Ils reçoivent la même quantité de lumière; mais ils n'en émettent pas à nouveau la même quantité. Ce qu'ils envoient dans une direction déterminée, par unité d'aire, ce que mesure *leur éclat intrinsèque,* est fonction de l'état de leur surface et généralement des conditions de l'éclairage : il est évident que, pour le même éclairement, l'éclat d'un papier enduit de noir de fumée n'est pas le même que celui d'un bristol blanc.

Il existe entre l'éclairement et l'éclat une certaine relation. Par exemple, nous lisons un journal à un mètre d'une bougie; nous ne le lisons pas à dix mètres : preuve que le papier blanc envoie moins quand il reçoit moins.

L'hypothèse la plus simple est la proportionnalité; dans chaque direction la surface émet proportionnellement à la quantité totale de lumière reçue. Nous allons voir comment on mesure les éclairements par les éclats.

2°. — Comparaison des éclats de deux surfaces éclairées.

L'œil, qui est un appareil admirable, en ce sens qu'il est impressionné par les éclairements les plus faibles et qu'il tolère les éclairements les plus forts, qu'il jouit d'une sensibilité remarquable pour les éclairements les plus divers (c'est-à-dire pour les quantités de lumière reçues les plus diverses), est incapable d'apprécier le rapport des *éclats* de deux surfaces juxtaposées (seraient-elles de nature identique), ou des *éclairements* de ces surfaces, quand on admet la proportionnalité des éclats aux éclairements.

Eclairons la moitié d'une feuille de papier avec une bougie, l'autre moitié avec un groupe de plusieurs bougies placées à la même distance, en disposant un écran de manière que chaque moitié de la feuille de papier ne soit éclairée que par l'une des sources (nous décrirons plus loin un appareil qui rend aisée l'expérience) : tout le monde reconnaît que le premier papier est moins *éclatant* que le second. Mais les observateurs priés de deviner combien de bougies contient le second groupe, donneront des réponses contradictoires. Qui croira, par exemple, que l'éclairement par un beau clair de lune est environ 300.000 fois moindre que par le plein soleil?

Une telle démonstration ne peut s'établir sur le témoignage de l'œil.

Du reste elle suppose une définition préalable.

Cette incapacité de l'œil n'a rien d'étonnant : tous nos organes se comportent de même. Qu'on prenne dans les mains deux poids au hasard et qu'on en devine le rapport; à moins d'une éducation particulière, on énoncera des nombres fantaisistes.

Que le lecteur médite les exemples si simples qui précèdent et distingue soigneusement les deux notions éclairement, éclat, ordinairement confondues par le langage *usuel* (à raison si l'on veut, bien que cette confusion soit l'origine de toutes les erreurs des débutants).

L'œil est incapable d'une manière directe de comparer les *éclaire-*

ments de deux surfaces, c'est-à-dire ce que reçoivent de lumière les surfaces qu'il regarde; il ne peut comparer que les *éclats* de ces surfaces, c'est-à-dire ce que ces surfaces émettent dans une direction déterminée, par unité d'aire. On dit *pour faire court* qu'il compare les *éclairements,* parce qu'on admet une proportionnalité *inexistante en général* entre ce qu'une surface reçoit et ce qu'elle émet. Faut-il citer le cas d'un miroir parfait qui ne renvoie que *dans une seule direction* les rayons qu'il reçoit?

192. Eclats égaux. Photomètre.

1°. — Heureusement l'œil juge avec une précision relativement grande de l'*égalité* de deux *éclats*. Pour comparer les éclats de deux surfaces, on doit les prendre aussi semblables que possible comme matière et comme grain, et les placer l'une à côté de l'autre. Il faut qu'elles soient éclairées par des sources de même couleur : l'œil ne peut juger de l'égalité des *éclats* si l'une des surfaces est éclairée avec un bleu, par exemple, l'autre avec un rouge.

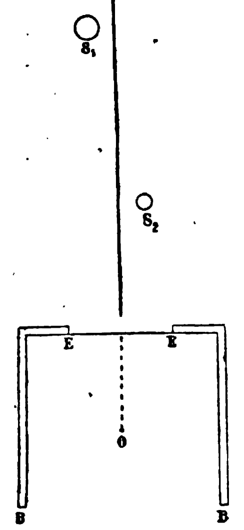
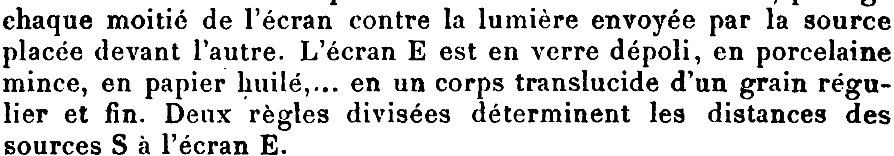


Fig. 222.

Faisons varier l'un des *éclairements* d'une manière continue, en éloignant ou en rapprochant l'une des sources : *l'œil juge du moment où les éclats sont égaux.*

Toutes les mesures photométriques se ramènent à l'obtention de deux éclats égaux.

La comparaison des éclairements résulte de l'hypothèse que la surface émet proportionellement à ce qu'elle reçoit.

On réalise les conditions énoncées au moyen d'un dispositif simple. Les sources S_1 et S_2 (fig. 222) éclairent les moitiés d'un écran translucide E qu'on regarde en plaçant l'œil en O. Une plaque mince métallique P (noircie sur ses deux faces pour ne réfléchir aucune lumière) protège

chaque moitié de l'écran contre la lumière envoyée par la source placée devant l'autre. L'écran E est en verre dépoli, en porcelaine mince, en papier huilé,... en un corps translucide d'un grain régulier et fin. Deux règles divisées déterminent les distances des sources S à l'écran E.

L'œil placé sur le prolongement de la plaque P observe à peu près normalement les plages éclairées. Les sources sont assez près de la plaque P pour que les rayons émis tombent eux-mêmes à peu près normalement sur ces plages. Pour protéger l'œil contre les lumières étrangères, l'observateur met sa tête dans une boîte BB. On peint en noir mat les murs de la salle où l'on opère et les objets volumineux qu'elle contient.

Les conditions sont ainsi choisies de manière qu'il y ait propor-

tionnalité entre les *éclairements* (quantités de lumière envoyées par les sources sur l'unité d'aire des écrans) et les *éclats* de ces écrans considérés comme sources lumineuses et observés dans une direction quasi normale.

2°. — Effectuons avec cet appareil des expériences fondamentales.

a) Constatons d'abord que l'œil apprécie avec exactitude l'égalité des éclats.

Laissons fixe une des sources; déplaçons l'autre de manière à obtenir l'égalité des éclats. Repérons sa position à l'aide d'une des règles. Recommençons un grand nombre de fois l'expérience. Nous retrouvons toujours l'égalité des éclats quand la source revient *à peu près* à la même position. Si l'œil est exercé, la distance est invariable à 1/120 près environ : nous verrons plus loin que ce résultat correspond à une précision de 1/60 dans la comparaison des éclats.

b) Une fois l'égalité obtenue, déplaçons légèrement une des sources normalement à la cloison P; sa distance à la partie éclairée sur l'écran varie peu. Nous constatons que l'égalité des éclats subsiste. Ainsi, pourvu que les rayons tombent *à peu près normalement* à l'écran, il y a une certaine marge dans la position latérale de la source.

Nous justifierons et utiliserons plus loin cette remarque (§ 193, 4°).

c) Soient d_1 et d_2 les distances des sources à l'écran pour lesquelles nous avons observé l'égalité des éclats.

Recommençons avec une nouvelle distance D_1 de la première source à l'écran : pour obtenir de nouveau l'égalité des éclats, nous devons mettre la deuxième source à une distance D_2 telle qu'on ait :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

Si, dans une première expérience, les éclats sont égaux lorsque l'une des sources est, par exemple, deux fois plus éloignée de l'écran que l'autre, ils le sont encore toutes les fois que les distances des deux sources à l'écran seront doubles l'une de l'autre. On peut donc choisir arbitrairement une des distances; le rapport des distances, quand les éclats sont égaux, reste invariable.

On déduit de là que l'éclat ε de l'écran dans une direction quasi normale est une fonction de la distance d de la source à l'écran, de la forme :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 : d^n,$$

expression où ε_0 et n sont des constantes. Autrement dit, l'éclat de l'écran dans des conditions déterminées varie en raison inverse d'une certaine puissance n de sa distance à la source qui l'éclaire. Mais si nous admettons qu'il y a proportionnalité entre la lumière totale reçue par l'écran et la lumière émise dans une certaine direction (ici l'émission est quasi normale), nous concluons que l'éclaire-

ment de la surface, quantité totale de lumière envoyée par la source, est de la forme :

$$E = I : d^n.$$

I est un paramètre caractéristique de la source dans la direction où elle éclaire la surface considérée.

193. Hypothèses fondamentales.

Pour aller plus loin, nous ferons les hypothèses suivantes :

La source émet de l'énergie qui se transporte en ligne droite.

L'éclairement d'une surface mesure l'énergie reçue par unité d'aire dans l'unité de temps.

1°. — De ce que l'énergie est une quantité scalaire résulte que *les éclairements s'ajoutent arithmétiquement.* Quand nous éclairons une surface au moyen de plusieurs sources, nous *posons* que l'éclairement résultant est la somme des éclairements dus séparément aux diverses sources. Par exemple, reprenons l'appareil du paragraphe précédent : à la même distance, plaçons d'un côté 1 bougie, de l'autre 4; nous disons que les éclairements des portions voisines de l'écran translucide sont entre eux comme 1 et 4.

La définition *que nous posons,* ne s'accorde pas avec ce qu'on pourrait appeler *la définition physiologique.*

C'est du reste ce que Fechner a depuis longtemps énoncé par sa loi fameuse : *la sensation varie comme le logarithme de l'excitation.* La *sensation* mesure l'éclairement *au sens physiologique* du mot; l'*excitation* mesure l'éclairement *au sens physique.*

Encore une fois, le photomètre ci-dessus décrit ne permet de mesurer les éclairements que par les éclats de la surface éclairée et dans l'hypothèse de la proportionnalité. D'où la raison des précautions spécifiées : les deux portions de l'écran doivent être prises aussi identiques que possible, recevoir l'énergie sous le même angle moyen, être observées sous le même angle moyen.

2°. — Non seulement les éclairements dus à des sources différentes s'ajoutent arithmétiquement, mais il en est de même pour les éclairements dus séparément aux diverses radiations qu'émet une source. D'où résulte qu'au point de vue pratique, la comparaison des éclairements par l'œil implique que les sources aient même composition et que les écrans dont nous comparons les éclats traitent *respectivement* de la même manière les diverses radiations.

Pour préciser, rien ne nous empêche de comparer deux sources de lumière blanche par les éclats de deux portions d'un écran rouge. Mais il faut que ces portions aient les mêmes propriétés.

La quantité d'énergie envoyée par une boule d'eau chaude peut être très supérieure à la quantité envoyée par une lampe à mercure; conséquemment l'éclairement global dû à la première source peut l'emporter sur l'éclairement dû à la seconde, *bien que la première soit invisible.*

3°. — De notre hypothèse fondamentale résulte encore que *dans un milieu transparent et toutes choses égales d'ailleurs, l'éclairement varie en raison inverse du carré de la distance de la surface éclairée à la source éclairante.*

D'un point P de la source, menons des droites s'appuyant sur le pourtour de l'élément de surface éclairée : nous réalisons un cône d'angle solide (fig. 223) :

$$d\omega = \frac{dS.\ \cos\theta}{r^2};$$

dS est l'élément d'aire de la surface éclairée; r est la distance $\overline{PA}$ du point P à un point A de cet élément; θ est l'angle de la droite PA et de la normale à l'élément.

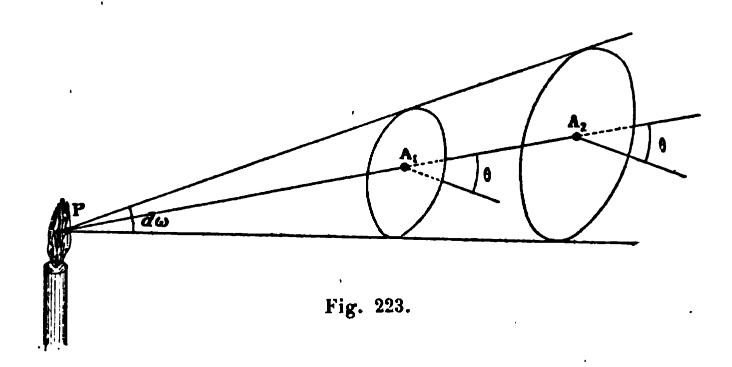


Fig. 223.

L'élément de la source voisin du point P envoie dans le cône $d\omega$ une quantité d'énergie qui se conserve; elle est de la forme $Id\omega$, où le paramètre I (intensité) caractérise la portion de source dans la direction considérée. L'éclairement est donc de la forme :

$$\frac{Id\omega}{dS} = \frac{I \cos\theta}{r^2}.$$

Il est en raison inverse du carré de la distance et proportionnel au cosinus de l'angle que fait avec les rayons la normale à l'élément de surface éclairée.

Comme les éclairements dus aux diverses parties de la source s'ajoutent arithmétiquement, la loi précédente vaut pour la source entière.

Elle n'a de sens que si les dimensions de la source sont assez petites devant r pour que r ait à peu près la même valeur pour tous.

4°. — Il est théoriquement possible de démontrer par l'expérience la loi en raison inverse du carré de la distance à partir du 1°. Utilisons le photomètre ci-dessus décrit. Prenons une bougie pour source S_2, quatre bougies pour source S_1; nous constatons que les distances à l'écran sont entre elles comme 1 et 2 pour l'égalité des éclats, par hypothèse pour l'égalité des éclairements. Toute la difficulté pratique

de la démonstration réside dans l'obtention de sources identiques. A la vérité, rien n'empêche de vérifier cette identité en comparant successivement les bougies les unes aux autres avec le photomètre lui-même. Mais cela ne suffit pas, parce que les quatre bougies, placées les unes à côté des autres et assez près les unes des autres pour qu'on les puisse considérer comme produisant isolément le même effet, s'échauffent réciproquement. D'où possibilité d'une modification de leur intensité lumineuse, par variation de la quantité de stéarine brûlée dans l'unité de temps.

5°. — Tout le 3° suppose que l'énergie se conserve, autrement dit, que le milieu est parfaitement transparent. Ce ne serait évidemment pas le cas à travers l'atmosphère saturée de brouillard, par exemple.

194. Définition de l'intensité d'une source.

1°. — Dans un cône d'angle solide ω dont les génératrices ont une certaine direction moyenne, la source envoie une quantité totale d'énergie :

$$Q = I\omega\,;$$

le facteur I s'appelle *intensité de la source dans la direction moyenne considérée.*

Soit S l'aire d'une petite surface plane, à la distance r de la source et placée normalement aux rayons. Elle sous-tend l'angle solide :

$$\omega = S : r^2.$$

Elle reçoit donc une quantité d'énergie :

$$Q = \frac{IS}{r^2}.$$

Par définition, son *éclairement* (quantité d'énergie reçue par unité de surface) est :

$$E = \frac{Q}{S} = \frac{I}{r^2}. \qquad (1)$$

Il résulte immédiatement de la relation (1), que *si deux sources produisent des éclairements égaux sur un même écran, leurs intensités sont proportionnelles aux carrés de leurs distances à l'écran,* pourvu, bien entendu, qu'elles soient disposées de même par rapport à lui.

2°. — Mesurer l'intensité d'une source, c'est la comparer à une autre prise comme unité. *On choisit comme unité l'intensité d'une bougie de stéarine dans la direction horizontale.*

Soit à mesurer l'intensité I d'une lampe à incandescence.

Employons le photomètre représenté figure 222. D'un côté de la cloison, disposons la lampe à incandescence de manière que la direction à étudier soit horizontale et normale à l'écran; de l'autre côté de la cloison, plaçons une bougie de stéarine verticale (par con-

vention son intensité horizontale est égale à 1). Modifions la distance de l'une ou l'autre source à l'écran, jusqu'à ce que les éclats des deux moitiés de cet écran soient égaux dans la direction quasi normale; enfin mesurons les distances d_1 et d_2 de la lampe à incandescence et de la bougie à l'écran. Dans l'hypothèse que les éclats sont proportionnels aux éclairements, nous avons :

$$I = \frac{d_1^2}{d_2^2},$$

relation qui donne *en bougies* l'intensité de la lampe à incandescence dans la direction étudiée.

3°. — Mesurons l'intensité de la lampe dans plusieurs directions. Par exemple, dans la première expérience l'axe de l'ampoule est vertical, dans la seconde il est horizontal) : nous trouvons des intensités différentes.

Donc une source n'est généralement pas caractérisée par une seule intensité : l'intensité varie avec la direction.

Une lampe à incandescence, par exemple, n'éclaire pas également dans le prolongement de son axe et dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par le filament.

La flamme d'une bougie pouvant être considérée comme de révolution autour de l'axe du cylindre, l'intensité est la même pour toutes les directions faisant le même angle avec l'axe, en particulier pour toutes les directions horizontales. Il n'en est pas *nécessairement* de même pour une lampe à mèche plate.

Evitons cependant une erreur grossière. Si la flamme d'une mèche plate était parfaitement transparente pour sa propre lumière, l'intensité horizontale serait constante, *malgré que la flamme soit très mince par rapport à sa largeur*. L'expérience montre qu'il en est à peu près ainsi; ce qui prouve que la flamme éclaire par ses parties profondes, mais d'une manière décroissante à mesure qu'elles sont plus profondes : la flamme n'est pas absolument transparente pour sa propre lumière.

Au § 200, je reviens sur l'éclat intrinsèque de la flamme d'une mèche plate.

4°. — Précision dans la mesure des intensités.

Laissons immobile la source I_0 à la distance D_0 : l'expérience montre que la distance D de l'autre source I pour laquelle les éclats semblent égaux, est déterminée à 1 : 120 près environ.

Le rapport des intensités est par suite connu à 1 : 60 près.

En effet, on a :

$$\frac{I}{D^2} = \frac{I_0}{D_0^2}, \qquad \log. I - 2 \log. D = \text{constante}.$$

Différentions; il vient, en remplaçant les différentielles par des différences :

$$\frac{\Delta I}{I} = 2 \frac{\Delta D}{D}.$$

L'erreur relative $\Delta D : D$ étant $1 : 120$, l'erreur relative $\Delta I : I$ est $1 : 60$. C'est l'erreur ordinaire dans les mesures *bien faites;* tant s'en faut donc que la comparaison des intensités soit une opération de haute précision.

195. Problème.

Un papier P est placé sur une table horizontale.

On demande à quelle hauteur il faut placer une bougie (*dont la distance horizontale est donnée*) pour que l'éclairement soit maximum.

Soit I l'intensité de la bougie, S l'aire du papier.

La quantité de lumière reçue est :

$$Q = \frac{IS\cos\theta}{r^2} = \frac{IS}{e^2}\cos\theta . \sin^2\theta.$$

Q est maximum pour $\operatorname{tg}\theta = \sqrt{2}$.

D'où la condition : $h = 0{,}707.e.$ (1)

Si h est plus petit, l'éclairement diminue à cause de l'obliquité; si h est plus grand, l'éclairement diminue à cause de la distance. L'éclairement passe de 0 pour $\theta = \pi : 2$, à 0 pour $\theta = 0$.

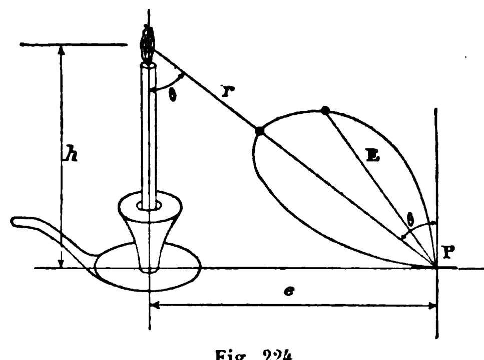


Fig. 224.

On peut représenter l'éclairement par le rayon vecteur d'une courbe, en coordonnées polaires.

Le calcul précédent ne convient pas à une bougie *réelle*, parce qu'il suppose que l'intensité de la bougie est la même dans toutes les directions. Comme l'intensité de la bougie est maxima pour la direction horizontale, en réalité, pour l'éclairement maximum, la hauteur h doit être plus petite que l'indique la formule (1).

196. Ensemble des définitions. Eclat. Intensité moyenne sphérique.

Nous pouvons maintenant reprendre d'une manière systématique l'ensemble de nos définitions.

1°. — Intensité dans une direction donnée d'une source infiniment petite; éclat dans une direction donnée.

Soit d'abord une source émettant par une surface de très petites dimensions que nous traiterons comme un point.

Dans un cône d'angle solide $d\omega$ donné, elle envoie un *flux* ou une *quantité d'énergie :*

$$d^4Q = dI . d\omega;$$

dI *est l'intensité de la source dans la direction moyenne du cône considéré.* Nous employons le symbole d^4Q pour indiquer qu'il faut faire deux intégrations doubles avant d'avoir une quantité finie, ainsi qu'on le verra plus loin.

Explicitons l'*aire* de la source qui émet.

Dans le cône $d\omega$, supposé décrit à partir de chacun de ses points dans la même direction moyenne, l'aire $d\sigma$ envoie le flux :

$$d^4Q = dI.d\omega = \varepsilon d\sigma.d\omega, \qquad dI = \varepsilon d\sigma;$$

ε *est l'éclat de la source pour l'élément considéré $d\sigma$, dans la direction moyenne du cône infiniment petit considéré.*

Portons dans chaque direction un vecteur proportionnel à l'éclat; nous décrivons ainsi une surface qu'on appelle *indicatrice d'émission.*

2°. — Intensité dans une direction donnée d'une source émettant par une surface finie; éclat moyen dans une direction donnée.

A la condition de placer l'élément dS qui reçoit le flux, assez loin de la source pour que les droites qui vont de l'élément dS aux divers points de la surface lumineuse, *supposée de dimensions finies,* puissent être considérées comme parallèles, on peut intégrer par rapport à l'aire de la surface qui émet. Nous avons alors :

$$d^2Q = d\omega \int\int dI = d\omega \int\int \varepsilon d\sigma = I d\omega = \varepsilon \sigma d\omega.$$

I *est l'intensité de la source finie dans la direction considérée;*
ε *est l'éclat moyen de la source dans cette direction.*

Ce sont ces quantités qui interviennent ordinairement.

Dans l'expression précédente, ε est une quantité éminemment variable. En effet, l'angle sous lequel les éléments $d\sigma$ de la surface σ émettent, a pour limites 0 et $\pi : 2$, les rayons émis traversant toujours le même élément dS. Dans ces conditions, nous verrons que l'éclat vrai ε passe généralement d'un maximum à une valeur nulle.

3°. — Flux total envoyé par une source finie; intensité moyenne sphérique.

D'un point O quelconque pris comme centre à l'intérieur de la surface σ qui émet, traçons une sphère de grand rayon r sur laquelle sera l'élément dS ($\theta'=0$, fig. 225).

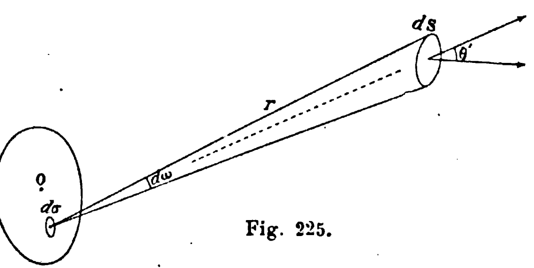


Fig. 225.

La quantité de lumière reçue par cet élément est :

$$d^2Q = I d\omega = \frac{I dS}{r^2}.$$

La quantité totale reçue par la sphère entière est :

$$Q = \frac{1}{r^2}\int\int I dS.$$

Si la surface qui émet est une sphère identique dans toutes les directions, on a :

$$\iint I dS = I \iint dS = 4\pi r^2 I, \qquad Q = 4\pi I.$$

Par analogie, quand la surface qui émet le flux total Q n'est pas identique dans toutes les directions, on appelle *intensité moyenne sphérique* le quotient : $I_s = \frac{Q}{4\pi}$.

L'*éclat moyen sphérique* est le quotien $\varepsilon_s = I_s : \sigma$, de l'intensité moyenne sphérique par la surface totale de la source.

Ici la moyenne est prise et par rapport à la surface qui émet, et par rapport aux angles solides.

Quand on définit les quantités I et ε *pour une source finie*, la moyenne n'est prise que par rapport à la surface qui émet.

4°. — Éclairement.

On appelle *éclairement* E *d'une surface* matérielle ou géométrique le quotient du flux total qu'elle reçoit ou qui la traverse, par son aire.

Soit un élément dS éclairé par une seule source, d'intensité I *pour la direction du faisceau utilisé,* placé à une distance r suffisante.

La normale à l'élément dS fait avec les rayons un angle θ'.

L'éclairement est défini par les équations :

$$d^2Q = I d\omega = \frac{I\, dS \cos\theta'}{r^2}, \quad E = \frac{d^2Q}{dS} = \frac{I \cos\theta'}{r^2}.$$

Une surface éclairée reçoit par unité d'aire une quantité de lumière E qui est son éclairement. Introduisons *l'éclat à la réception*. La quantité E est reçue dans un cône d'angle solide 2π; dans l'angle solide $d\omega$ la quantité reçue est $\varepsilon d\omega$. On a :

$$E = \iint \varepsilon d\omega.$$

De même, *par unité d'aire,* la surface émet une quantité totale qu'on appelle ordinairement son *pouvoir émissif:* c'est l'analogue de l'éclairement à la réception. L'éclat à l'émission est encore relié au pouvoir émissif par la relation :

$$dE = \varepsilon d\omega, \qquad E = \iint \varepsilon d\omega.$$

197. Intensité moyenne sphérique.

Revenons sur l'intensité moyenne sphérique.

Sa détermination se ramène à celle du flux total.

Plaçons la source étudiée au centre d'une sphère de rayon R.

Décomposons-la en petites aires S_1, S_2,... telles que l'éclairement soit peu différent respectivement en tous les points de chacune d'elles : déterminons ces éclairements E_1, E_2,...

Le flux total Q reçu par la sphère, l'éclairement moyen E et l'intensité moyenne sphérique I_s de la source sont :

$$Q = \Sigma E_1 S_1, \quad E = \frac{Q}{\Sigma S} = \frac{\Sigma E_1 S_1}{4\pi R^2}, \quad I_s = \frac{Q}{4\pi} = \frac{\Sigma E_1 S_1}{4\pi} = ER^2.$$

L'intensité moyenne de la flamme d'une bougie n'est pas une bougie. En effet la bougie n'a pas la même intensité dans toutes les directions; l'unité d'intensité est l'intensité de la bougie *dans la direction horizontale* passant par son centre.

Dire qu'une lampe à incandescence a pour intensité moyenne 16 bougies, ne signifie pas qu'elle donne le même éclairement moyen que 16 bougies, c'est-à-dire qu'*au total* on peut la remplacer par 16 bougies. Cela veut dire que *moyennement* elle éclaire autant que le fait à la même distance et *dans une direction horizontale* un groupe de 16 bougies. Plaçons d'abord une bougie à un mètre d'une des moitiés de l'écran, de manière qu'il reçoive les rayons horizontaux; puis plaçons la lampe à incandescence de 16 bougies devant l'autre moitié et à 4 mètres. *Faisons-la tourner dans toutes les directions* : l'éclairement produit par la lampe sera tantôt plus grand, tantôt plus petit que l'éclairement dû à la bougie. L'éclairement moyen sera le même si, effectivement, la lampe est de 16 bougies.

198. Sources de révolution.

La détermination de l'intensité moyenne sphérique est généralement impraticable comme trop longue. Bornons-nous au cas où la source est de révolution autour d'un axe, où, par exemple, il s'agit d'un arc électrique bien réglé.

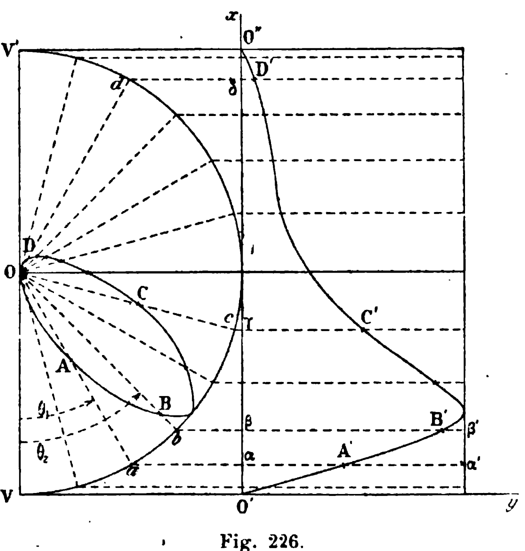


Fig. 226.

Les charbons sont supposés verticaux, le positif en haut, de manière que la lumière émise soit plus intense vers le bas. Déterminons la courbe des intensités dans un plan vertical, en fonction de l'angle θ avec la verticale; portons dans la direction correspondante Oa un vecteur $\overline{\text{OA}}$ proportionnel à l'intensité.

L'indicatrice d'émission est la surface de révolution dont la courbe OABCDO est la méridienne.

Il s'agit de calculer l'intensité moyenne sphérique.

L'intensité $\overline{\text{OA}}$ est constante dans l'angle solide compris entre les deux cônes circulaires qui ont OV comme axe, θ et $\theta + d\theta$ comme demi-angles au sommet. Cet angle solide valant $2\pi \sin \theta . d\theta$, le flux est :

$$2\pi \text{I} \sin \theta . d\theta = -2\pi \text{I} . d(\cos \theta).$$

Traçons donc une courbe O′A′B′C′D′O″ telle que :

ses abscisses $\overline{O'\alpha}=x$ soient proportionnelles à $1-\cos\theta$;

ses ordonnées $\overline{\alpha A'}=y$ soient proportionnelles au vecteur $\overline{OA}$ qui correspond à θ.

L'aire $\alpha A'B'\beta$ est, à un facteur constant près :

$$\int_{x_1}^{x_2} y\,dx = \int_{\theta_1}^{\theta_2} I \sin.\theta d\theta;$$

elle représente donc le flux envoyé dans l'angle solide compris entre les deux cônes d'angles au sommet θ_1 et θ_2. Le flux total, et par conséquent l'intensité moyenne sphérique, sont donc représentés à un facteur constant près par l'aire comprise entre la courbe O'A'B'C'D'O" et la droite O'O".

Il ne faut pas exagérer le rôle de l'intensité moyenne sphérique : sauf quand il s'agit de déterminer le *rendement* de la source (quotient du flux lumineux total par le travail dépensé), les caractéristiques importantes d'une lampe à arc sont l'intensité maxima I_m et l'intensité horizontale I_h. L'expérience montre qu'avec une approximation suffisante pour la pratique, on a :

$$I_h = 0{,}20 I_m, \qquad I_s = 0{,}35 I_m.$$

En fonction du courant continu en ampères, l'intensité maxima en bougies décimales est :

$$I_m = 200\,i + 4\,i^2.$$

Ces formules donnent :

	I_m	I_h	I_s
10 ampères	2 400	480	840
20 —	5 600	1 120	1 960
30 —	9 600	1 920	3 360.

Dans les projecteurs horizontaux (lanterne de projection,...), l'arc doit être incliné de manière à utiliser l'intensité maxima.

199. Eclairement.

1°. — La seule donnée qui intéresse en pratique, est l'*éclairement*. Nous utilisons les sources lumineuses pour éclairer les objets; leur visibilité (c'est-à-dire leur *éclat*) dépend de l'éclairement.

L'éclairement est défini par la formule :

$$E = I : d^2.$$

Il ne dépend pas du corps éclairé.

Mais pour chaque corps recevant l'éclairement ci-dessus défini et pour chaque direction d'émission, la surface éclairée possède un éclat dont la grandeur dépend de ses propriétés.

Prenons comme unité de distance le mètre, comme unité d'intensité l'intensité horizontale de la bougie : *l'unité d'éclairement est alors celui que produit une bougie à un mètre dans le plan horizontal passant par son centre;* on l'appelle par abréviation *la bougie-mètre*.

Il est évident que si nous recevons cet éclairement sur du papier blanc ou sur une lame de verre enfumée, les éclats sont très différents; *mais on peut admettre, c'est là l'essentiel, que l'éclat d'un écran donné, regardé dans des conditions données, est proportionnel au nombre de bougies-mètre qu'il reçoit dans une direction donnée.* Donc il suffit de connaître ce nombre pour résoudre les problèmes pratiques.

Par définition, une surface d'aire S normale aux rayons reçoit une quantité de lumière :

$$Q = ES.$$

2°. — Eclairement exigé pour la lecture. Eclairement des locaux fermés.

L'éclairement doit être d'autant plus intense qu'on veut lire plus vite et avec moins de fatigue. Un éclairement de 10 bougies-mètre est nécessaire pour lire et écrire sans effort. Sur une table convenablement exposée à la lumière du jour, l'éclairement est de l'ordre de 50 bougies-mètre, soit une bougie à 7 centimètres environ.

Le problème de l'éclairage des locaux fermés est particulièrement difficile; car l'éclairement dépend non seulement des sources lumineuses employées, mais de l'habileté de leur distribution et de la nature des surfaces des meubles et des tentures qui sont plus ou moins diffusantes. Pour avoir un éclairage *convenable,* pour que toutes les surfaces, placées n'importe comment, soient suffisamment visibles, il faut un nombre de bougies proportionnel au volume de la pièce, les sources étant d'ailleurs suffisamment disséminées.

Par exemple, un salon est convenablement éclairé avec des lampes de 10 à 16 bougies, s'il y a 0,5 bougie par mètre cube.

200. Eclat intrinsèque.

Dans la mesure des intensités n'interviennent ni la structure des sources ni leurs dimensions. Une lampe à incandescence peut être équivalente à un bec de gaz quant à son intensité dans une direction donnée; elle se réduit à un filament de très petite surface, mais éblouissant, tandis que le bec de gaz a une surface très supérieure, mais bien moins lumineuse. Le nombre des sources élémentaires dont il est composé est plus grand; chacune des sources est moins intense.

Allons plus loin : avec une lentille projetons sur un écran l'image d'un bec Auer : elle montre des fils très lumineux formant la toile d'oxyde, séparés par des espaces sombres. De même, dans l'image d'une lampe, d'un bec de gaz, d'une bougie, apparaissent nettement la non-uniformité de la source, l'inégalité des intensités des sources élémentaires dont elle se compose.

Il est parfois nécessaire de connaître, non pas seulement l'intensité en bloc, mais l'intensité par unité de surface, ce qu'on appelle l'*éclat intrinsèque.* Les expériences précédentes prouvent que cet

éclat diffère beaucoup d'une source à l'autre, qu'il est même loin d'avoir la même valeur aux divers points d'une même source.

Soit I l'intensité d'une source dans une certaine direction. Projetons la source sur un écran plan normal à cette direction; mesurons l'aire de la projection : nous savons en déduire l'aire s de la source projetée. Le quotient I : s mesure l'éclat intrinsèque moyen de la source dans la direction considérée.

Entre l'intensité et l'éclat intrinsèque existe la même relation qu'entre une masse et une densité superficielle; mais, à la différence des dernières qui sont scalaires, les premières quantités sont définies pour une direction déterminée.

Dans un grand nombre d'expériences d'optique, on n'utilise qu'une région de la source limitée par un petit trou ou par une fente fine. Il y a évidemment avantage à employer une source de petite surface et de grand éclat intrinsèque.

Par exemple, la flamme d'acétylène a un éclat intrinsèque beaucoup plus grand que la flamme du gaz d'éclairage : elle sera plus commode pour éclairer une fente. L'éclat intrinsèque d'un bec Auer est très inférieur à celui d'une lampe à incandescence.

Prenons une lampe à pétrole à mèche plate : comparons ses éclats intrinsèques dans deux directions horizontales, l'une dans le plan de la mèche, l'autre perpendiculaire.

Soit I_1 l'intensité pour la direction horizontale dans le plan de la mèche; s_1 la surface de la flamme vue sur la tranche; l'éclat intrinsèque est $I_1 : s_1$.

Soit I_2 l'intensité pour la direction horizontale perpendiculaire au plan de la mèche, s_2 la surface de la partie large de la flamme; l'éclat intrinsèque est $I_2 : s_2$.

L'expérience montre que I_1 est inférieure à I_2, mais de peu; cependant s_1 est tellement inférieur à s_2, que $I_1 : s_1$ vaut plus de dix fois $I_2 : s_2$. Conséquence : pour éclairer directement un écran vertical, il faut le placer parallèlement au plan de la mèche; pour l'éclairer avec l'intermédiaire d'une fente fine placée contre la flamme, il est préférable que le plan de la mèche soit perpendiculaire à celui de l'écran.

L'éclat intrinsèque d'un arc électrique est énorme; l'intensité I est très grande, et la surface s relativement petite.

201. Données numériques. Intensité et éclat des principales sources.

VIOLLE.

L'étalon des grandeurs photométriques est le *violle :* la source est constituée par un centimètre carré de la surface d'un bain de platine liquide à sa température de fusion (1 775°), *émettant dans la direction normale.* On obtient ainsi l'*unité d'intensité* et, puisque la surface est d'un centimètre carré, l'*unité d'éclat.*

Cet étalon, parfait en théorie, est d'un emploi difficile et fort sujet à caution : plus exactement c'est le prototype du bluff.

Il faut posséder une masse suffisante de platine (quelques centaines de grammes); il faut que le métal soit parfaitement pur, que le creuset qui le contient soit en chaux pure, qu'on emploie pour le chauffage de l'hydrogène ne contenant pas d'hydrocarbures; enfin que les gaz oxygène et hydrogène soient dans la proportion de 4 volumes d'hydrogène pour 3 volumes d'oxygène.

Autrement dit, c'est une bonne blague.

Bougie décimale.

On appelle *bougie décimale* le vingtième du violle qui n'existe que dans les livres. *La bougie décimale est une unité de compte. Les bougies ordinaires ont bien une intensité voisine du vingtième de violle* (0,06 environ); *mais comme leur surface est environ de trois centimètres carrés, leur éclat est beaucoup moindre que le vingtième de l'éclat du platine à son point de fusion;* l'éclat moyen horizontal d'une bougie réelle n'est guère que de 0,02, soit 1/50 de violle.

Arc.

Les expériences les plus précises prouvent que l'éclat du charbon positif de l'arc est constant; quand on modifie l'ampérage, on modifie seulement l'aire du cratère, d'où la variation de l'intensité signalée au § 198. Pour expliquer la constance de l'éclat, on admet que la température constante et voisine de 4 000° du charbon positif est celle de la sublimation du carbone. L'éclat est environ de 15 000 bougies décimales, soit 750 violles par centimètre carré. On a voulu faire du cratère positif un étalon secondaire; mais la mobilité de la région brillante quand l'arc siffle, même quand il est silencieux, a fait échouer les tentatives.

Carcel.

Le véritable étalon secondaire est le *carcel,* alimenté à l'huile de colza dans des conditions particulières. Son intensité est 0,48 violle; son aire apparente étant voisine de $5^{cm^2},25$, l'éclat moyen est

$0,48 : 5,25 = 0,091$, soit environ 0,1 de l'éclat du platine à son point de fusion.

Son éclat intrinsèque est donc $0,091 \times 20 = 1,82$ *bougies décimales.*

Lampes a huile minérale.

Leur éclat est faible; comme c'est lui qui intervient dans la puissance des appareils de projection (§ 203), dans les phares par exemple, on l'augmente en multipliant le nombre des mèches concentriques. La flamme est transparente; la lumière ne vient pas seulement des parties superficielles; il est donc avantageux d'augmenter son épaisseur par l'emploi de deux à cinq mèches concentriques. Cette transparence est loin d'être parfaite; l'avantage qu'on retire des mèches multiples ne croît pas proportionnellement au nombre des mèches. Toutefois, outre l'accroissement d'épaisseur, il résulte d'un plus grand volume de flamme une élévation de la température, et corrélativement une augmentation de l'émission de lumière visible.

Le carcel, dont la surface est $5^{cm^2},25$, possède un éclat moyen

horizontal égal à 1 : 5,25 = 0,19 carcel par centimètre carré. L'éclat d'une lampe à pétrole à une mèche est du même ordre (0,20 carcel par centimètre carré environ); l'éclat d'une lampe à cinq mèches est 0,50, c'est-à-dire seulement 2,5 fois plus grand.

On explique, par la transparence imparfaite de la flamme, qu'une lampe à mèche plate ait une intensité horizontale plus grande normalement à la mèche que vue de champ; mais son éclat horizontal est plus grand dans le second cas (§ 194).

LAMPE HEFNER.

C'est l'étalon secondaire pratique. Cette lampe sans cheminée brûle de l'acétate d'amyle avec une flamme de 4 centimètres de hauteur et de $0^{cm},8$ de diamètre; la mèche est pleine et en coton tressé. L'intensité horizontale est voisine d'une bougie décimale.

Eclairement et éclat des images.

202. Eclairement des images. Premier cas : appareil photographique, œil.

1°. — Soient ε l'éclat moyen de l'objet *dans la direction utilisée*, σ l'aire de sa surface. Soient p la distance de l'objet à l'objectif, p' la distance de l'image à l'objectif, σ' la surface de l'image, f la distance

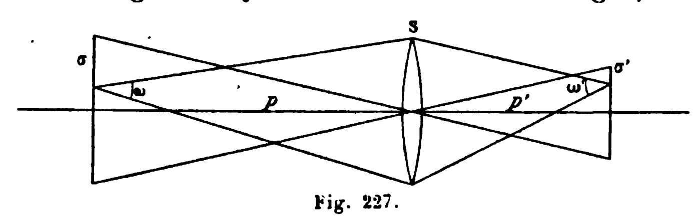


Fig. 227.

focale principale de l'objectif, dont la surface utile (proportionnelle au carré de l'ouverture, dans le cas d'une pupille circulaire) est S.

Le flux lumineux total envoyé par l'objet dans la lentille est :

$$Q = \varepsilon\sigma\omega = \varepsilon\sigma\frac{S}{p^2}.$$

Cette formule n'est exacte que si les dimensions de σ et de S sont petites devant p et devant f.

Si l'objet est à une distance p de l'objectif grande par rapport à f, on a sans erreur sensible : $p' = f$.

L'éclairement de l'image, quotient du flux total par la surface, est donné par les formules :

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{p^2}{f^2}, \quad E = \frac{Q}{\sigma'} = \varepsilon.\frac{S}{p^2}\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\varepsilon S}{f^2}. \qquad (1)$$

L'éclairement est indépendant de la distance. Ce résultat paradoxal s'explique en remarquant que le flux Q et l'aire de l'image qui le reçoit, sont tous deux en raison inverse du carré de la distance de l'objet à l'objectif.

La figure 228 correspond au cas général : les distances focales ne sont plus égales; S est l'aire utile des plans principaux.

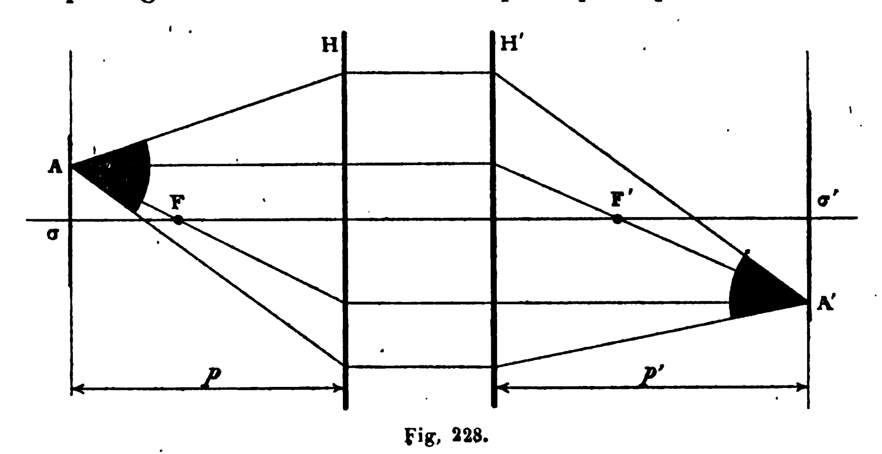


Fig. 228.

2°. — APPAREILS PHOTOGRAPHIQUES.

La formule (1) est journellement utilisée en photographie.

En effet, l'action de la lumière sur le cliché ne dépend pas de l'obliquité des faisceaux lumineux, autant du moins que cette obliquité n'est pas très grande. Elle ne dépend que du flux total par unité de surface, c'est-à-dire de l'éclairement.

Elle est donc proportionnelle au carré de l'ouverture de l'objectif et à l'éclat de l'objet dans la direction utilisée.

Elle est en raison inverse du carré de la distance focale principale, si l'objet photographié est assez éloigné pour qu'on ait : $p' = f$.

3°. — ŒIL.

La théorie s'applique à l'œil, en admettant que la sensation rétinienne est indépendante de la convergence des faisceaux qui aboutissent en chaque point. La distance focale f peut être considérée comme caractéristique de l'œil étudié.

L'éclairement de la rétine est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel au carré de l'ouverture de la pupille.

La *sensation* n'est pas proportionnelle au carré de cette ouverture, parce qu'elle n'est généralement pas proportionnelle à l'excitation; mais tant qu'il n'y a pas éblouissement, la sensation varie dans le même sens que l'ouverture de la pupille.

Dans ce qui précède, nous négligeons l'absorption par le milieu interposé. Dans le cas général, il faut multiplier le flux, par conséquent l'éclairement, par une exponentielle.

203. Éclairement des images. Second cas : phares à éclats et à feu fixe, projecteurs.

Reprenons les raisonnements précédents basés sur l'hypothèse de la conservation du flux lumineux; mais supposons l'objet lumineux

approximativement au foyer d'un appareil dioptrique ou catoptrique qui en donne une image très éloignée.

C'est ce qui se passe pour les phares à éclats.

1°. — PHARES A ÉCLATS.

S représente la surface utile du projecteur.

Les formules deviennent :

$$Q = \varepsilon\sigma\omega = \frac{\varepsilon\sigma S}{f^2}, \quad \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{f^2}{p'^2}, \quad E = \frac{Q}{\sigma'} = \varepsilon S \frac{\sigma}{\sigma' f^2} = \frac{\varepsilon S}{p'^2}.$$

Remplaçons le phare par une source nue d'intensité I.

Elle donne à la distance p' l'éclairement :

$$E = \frac{I}{p'^2}.$$

En définitive, le rôle du phare est identique à celui d'une source nue d'intensité horizontale :

$$I = \varepsilon S.$$

L'éclat du cratère du charbon positif de l'arc est de 15 000 bougies décimales par centimètre carré, soit 750 fois plus grand que l'éclat du platine à son point de fusion (§ 201).

Utilisons un projecteur d'un mètre carré de surface (10^4 centimètres carrés); soit 0,80 la fraction de lumière utilisée :

$$I = 5000 \times 0{,}8 \times 10^4 = 120 \text{ millions de bougies décimales.}$$

L'intensité est beaucoup moindre avec une lampe à huile pour laquelle l'éclat est très inférieur. Un carcel a un éclat horizontal environ 400 fois plus petit que le cratère de l'arc. Le même projecteur éclairé par un carcel équivaut à un feu nu de 300 000 bougies; l'angle solide éclairé est, il est vrai, plus grand, la flamme étant plus étendue; mais l'éclairement au milieu du champ est 400 fois plus petit.

2°. — PHARES A FEU FIXE.

Les phares à feu fixe constituent un système dioptrique de révolution autour d'un axe vertical. Plaçons concentriquement un cylindre lumineux de rayon r et de hauteur h; il se trouve automatiquement au foyer du système dioptrique et fournit à la grande distance p' une image cylindrique de hauteur h'.

Soit S la surface utile de l'appareil dioptrique.

On a des formules analogues aux précédentes :

$$Q = 2\pi r h \varepsilon\omega = 2\pi r h \varepsilon \frac{S}{f^2}, \quad \frac{h}{h'} = \frac{f}{p'}, \quad \sigma' = 2\pi p' . \frac{hp'}{f},$$

$$E = \frac{Q}{\sigma'} = \frac{r}{f} \cdot \frac{\varepsilon S}{p'^2}, \quad I' = \frac{r}{f} \varepsilon S.$$

L'éclairement est celui que produit à la même distance une source dont l'intensité horizontale est I'; cette intensité est notablement plus petite que l'intensité obtenue avec un feu à éclats. A la vérité,

la surface de l'appareil dioptrique est au moins quatre fois plus petite pour le feu à éclairs que pour le feu fixe; mais, *à égalité d'éclat,* la fraction $r : f$ est généralement très inférieure à $1 : 4$.

204. Emploi des lentilles pour graduer la lumière.

L'œil ne compare deux éclats que si on les ramène à l'égalité. C'est quelquefois difficile en s'appuyant sur la loi de l'inverse du carré de la distance; on doit placer la source la plus faible trop près, ou la source la plus intense trop loin de l'écran. Dans le premier cas, tous les points de la source ne sont plus même approximativement à égale distance de l'écran; dans le second, on est empêché par les dimensions de la salle où l'on opère.

On tourne la difficulté par l'emploi de lentilles de *dispersion;* la figure 229 montre la disposition de l'expérience avec une lentille convergente et une lentille divergente. La source σ donne une image réelle ou virtuelle en σ'; on s'arrange de manière que la divergence des rayons émis par l'image soit plus grande que celle des rayons émis par la source.

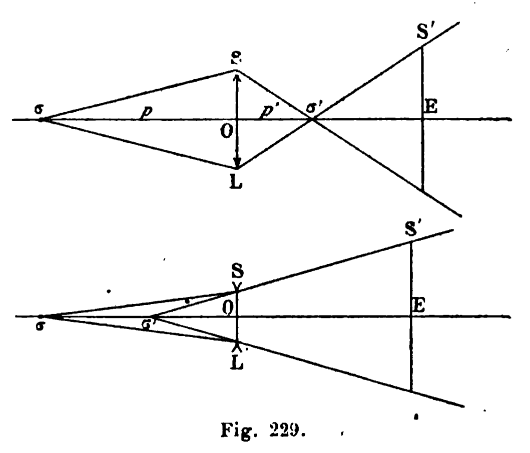


Fig. 229.

Calculons l'éclairement E sur l'écran placé à une distance $OE = R$ de la lentille.

Soit S l'ouverture de la lentille, S' la surface correspondante de l'écran. On a :

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{p'}{R \mp p'}\right)^2 \qquad Q = \varepsilon\sigma\frac{S}{p^2}, \qquad E = \frac{Q}{S'} = \frac{\varepsilon\sigma}{p^2}\left(\frac{p'}{R \mp p'}\right)^2.$$

p' étant pris en valeur absolue, le signe — convient à la lentille convergente, le signe + à la lentille divergente.

On calcule p' connaissant la distance focale principale de la lentille et la distance p de la source à celle-ci.

205. Eclat des images.

1°. — Le problème est tout différent de celui des paragraphes précédents.

Il s'agit maintenant d'évaluer, non plus le flux *total* reçu par l'unité de surface de l'image, mais le flux reçu ou émis par l'unité de surface de l'image *dans des cônes d'inclinaison moyenne donnée.*

Considérons un élément σ de l'objet et l'élément σ' correspondant de l'image. Les rayons qui émanent de σ forment un cône d'angle solide ω qui découpe dans le premier plan principal H une aire S.

En raison du peu d'inclinaison des rayons sur l'axe, on a : $\omega = S : p^2$, où p est la distance de l'objet au plan.

Les rayons qui dans l'espace objet sont dans le cône ω, forment dans l'espace image un cône d'angle ω'.

Soit p' la distance de l'image au second plan principal H'; on a, d'après les propriétés des plans principaux : $\omega' = S : p'^2$.

D'où la relation : $\omega p^2 = \omega' p'^2$.

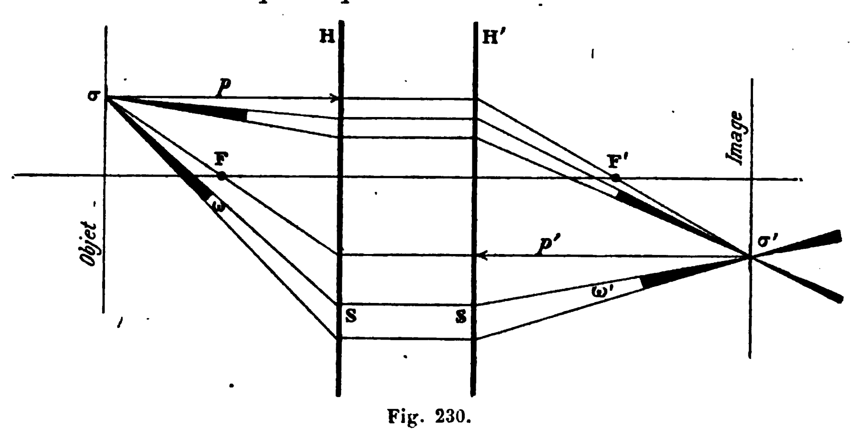


Fig. 230.

Ceci posé, l'objet émet dans l'angle solide ω un flux :

$$Q = \sigma \varepsilon \omega.$$

Ce flux arrive sur l'image d'aire σ' dans l'angle ω'; on peut dire qu'il émane ensuite de l'image dans ce même angle.

Tout se passe comme si l'image avait un éclat ε' défini par la relation :

$$Q = \sigma' \varepsilon' \omega'.$$

D'où l'on tire :

$$\sigma \varepsilon \omega = \sigma' \varepsilon' \omega', \qquad \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{\sigma \omega}{\sigma' \omega'} = \frac{\sigma}{\sigma'} \cdot \frac{p'^2}{p^2}.$$

Appelons f et f' les distances focales principales, n et n' les indices dans les milieux extrêmes, on a (§ 116) :

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \left(\frac{p}{p'} \cdot \frac{f'}{f}\right)^2, \qquad \frac{\sigma p'^2}{\sigma' p^2} = \frac{f'^2}{f^2} = \frac{n'^2}{n^2}.$$

D'où enfin :

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2.$$

Ainsi le rapport des éclats de l'image et de l'objet est indépendant du système optique employé et de l'ouverture utile. Il ne dépend que du rapport des indices des milieux extrêmes. En particulier quand les milieux extrêmes sont identiques (l'air dans le cas général) $\varepsilon = \varepsilon'$: les éclats sont les mêmes.

2°. — Ce théorème dérive immédiatement du théorème de Lagrange (§ 116). On a (fig. 231) :

$$(O : I)^2 = \sigma : \sigma'.$$

Un cône circulaire de demi-angle au sommet u a pour angle solide :

$$\omega = 2\pi(1 - \cos u) = \pi u^2, \qquad \text{si } u \text{ est petit.}$$

D'où :

$$(u : u')^2 = \omega : \omega'.$$

On tire de là :

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{\sigma\omega}{\sigma'\omega'} = \left(\frac{\mathrm{O}}{\mathrm{I}}\frac{u}{u'}\right) = \left(\frac{n'}{n}\right)^2.$$

Ce résultat mérite d'être rapproché de ceux des paragraphes précédents. La quantité de lumière totale envoyée par l'aire σ sur l'aire conjuguée σ', quantité qui mesure l'*éclairement* de l'image, est proportionnelle à l'aire découpée sur le plan principal H de l'espace objet par le cône émis. Mais quand nous augmentons cette aire, nous augmentons dans le même rapport ω et ω'; *nous n'augmentons donc pas la quantité de lumière contenue dans chaque cône élémentaire, ce en quoi consiste l'éclat de l'image; nous augmentons seulement le nombre des cônes qui contiennent de la lumière.*

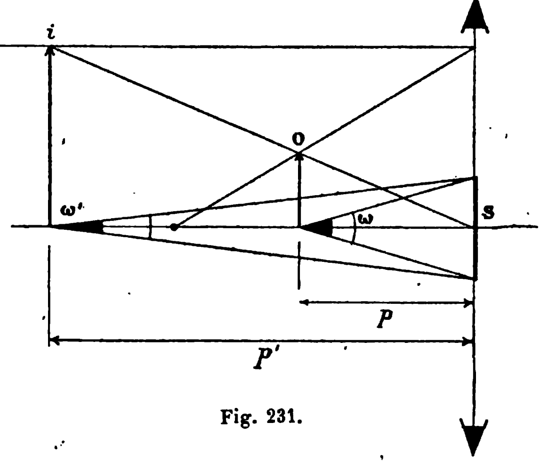


Fig. 231.

206. Vision directe et à travers un appareil d'optique : la pupille est entièrement couverte par le cône émis par l'élément considéré.

1°. — Regardons successivement avec la même ouverture S de pupille un objet, puis son image à travers un instrument; négligeons les pertes par absorption et réflexion et *supposons que le cône émis recouvre entièrement la pupille.*

C'est précisément dans cette hypothèse que nous raisonnons au § 202. *L'éclairement de la rétine, duquel dépend la sensation lumineuse, est :*

$$\mathrm{E} = \frac{\varepsilon \mathrm{S}}{f^2}.$$

Il résulte de cette formule et nous savons déjà que, sans appareil, E est indépendant de la distance de l'objet à l'œil. D'après le paragraphe précédent, ε représente aussi bien l'éclat de l'objet que l'éclat de son image : E est donc encore le même si nous regardons l'image donnée par un appareil quelconque, dans l'hypothèse où la pupille est complètement couverte par les cônes émis par chacun des points de la portion d'image considérée.

2°. — LOUPE.

C'est ce qui arrive pour la loupe.

Pour simplifier, supposons l'œil au contact du verre.

Soit p' la distance à laquelle il s'accommode, p la distance de l'objet au verre, S la surface utile de la pupille.

Sans loupe chaque point de l'objet (qui par hypothèse est alors à la distance p' de l'œil) émet un flux *utile* dans un cône d'angle solide $\omega' = S : p'^2$. Quand on utilise la loupe, l'objet se trouve à une distance p du verre et, par hypothèse, de l'œil; chacun de ses points émet un flux *utile* dans un cône d'angle solide $\omega = S : p^2$.

Avec la loupe l'œil reçoit donc un flux $(p' : p)^2$ fois plus grand que sans la loupe; mais les surfaces éclairées de la rétine sans la loupe ou avec la loupe sont dans le même rapport : donc l'éclairement de la rétine n'a pas changé. Ce raisonnement, nécessaire pour convaincre, était inutile en toute rigueur : il suffisait de remarquer que le cône émis par chaque point de l'image est toujours suffisant pour couvrir complètement la pupille, à la condition évidente que l'ouverture de la loupe soit supérieure à celle de la pupille.

Conséquence importante de cette théorie : *les lunettes ne peuvent en aucun cas augmenter l'éclairement de la rétine dû aux objets terrestres, au Soleil, à la Lune, aux planètes, c'est-à-dire à tous les corps dont les dimensions sont finies;* en effet, ce qui peut arriver de mieux est que la pupille soit complètement recouverte par les cônes émis par chacun des points des images, et nous venons de voir que dans ce cas l'éclat apparent est le même que sans instrument.

Tant s'en faut d'ailleurs que cette circonstance, *la plus favorable*, soit toujours réalisée.

207. Vision avec un appareil d'optique : la pupille n'est pas entièrement recouverte par le cône émis par l'élément considéré.

Généralement, un objet lumineux par lui-même ou diffusant émet de la lumière dans un angle solide notable; il n'en est pas de même pour les images. Le plus souvent l'éclat de celles-ci décroît très rapidement à partir d'une direction optima. Il arrive donc que le cône émis par l'élément d'image considéré ait un angle solide trop petit pour recouvrir la pupille.

D'où résulte que l'éclairement produit sur la rétine par l'image est plus petit que sans instrument : la pupille n'étant pas entièrement couverte par les cônes lumineux qui subsistent, *tout se passe comme si elle était diaphragmée.* Il en est généralement ainsi pour le microscope et la lunette astronomique. Ces instruments fournissent sur la rétine une image de l'objet considérablement grossie, mais beaucoup moins lumineuse que ne le serait l'image sur la rétine de l'objet vu directement (Voir mon Cours sur la *Construction*...).

On est donc conduit à augmenter par un éclairage spécial l'éclat de l'objet regardé au microscope. Ne pouvant augmenter l'éclat des astres, on augmente l'ouverture de l'objectif des lunettes : d'après

ce que nous avons montré, *on n'augmente pas ainsi l'éclat* de l'image pour les cônes déjà pleins de lumière quand l'objectif a une ouverture moindre; mais on augmente le nombre de cônes pleins de lumière, par conséquent l'angle solide dans lequel l'image envoie de la lumière. Chacun des points de celle-ci émet un cône qui recouvre une portion plus grande de pupille, à mesure que l'ouverture de l'objectif croît.

On appelle *anneau oculaire* l'image du trou circulaire couvert par l'objectif à travers l'appareil tout entier (§ 111). Considérons cette surface comme pupille d'entrée, l'anneau oculaire est par définition la pupille de sortie. Quand il est réel, c'est évidemment là qu'il faut placer l'œil, pour recevoir le mieux possible les rayons émergents.

Nous négligeons dans ce qui précède les pertes de lumière par réflexion sur les surfaces et par absorption dans les milieux.

Elles sont fort loin d'être insignifiantes. Elles peuvent atteindre 20 p. 100 dans un objectif photographique double.

208. Application à la photométrie.

Pour graduer la lumière, on se sert parfois d'un diaphragme percé d'une ouverture d'aire variable et placé contre la lentille de projection. Discutons à quelle condition un pareil artifice est admissible.

Soit E l'écran diffusant servant de source lumineuse; la lentille L diaphragmée en donne une image E'.

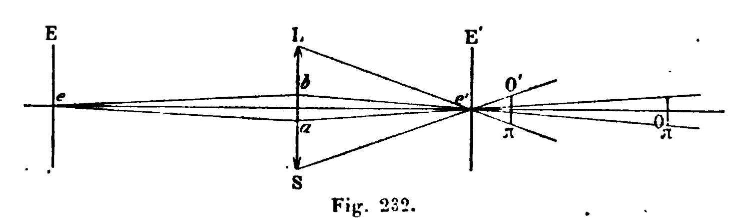


Fig. 232.

Regardons *à l'œil nu* le point e' de l'image, il faudra donc le placer assez loin, en O par exemple. Soit π la pupille.

La pupille est complètement couverte par le flux émis par le point e à travers la lentille, par conséquent par le flux émis par e', dès que le diamètre du trou du diaphragme est supérieur à ab.

A partir de ce diamètre, l'accroissement de l'ouverture augmente l'angle solide du cône lumineux émis par e', mais non le flux qui tombe sur l'œil; il ne modifie donc pas l'éclairement de la rétine.

Pour que l'emploi du diaphragme soit légitime, il faut donc placer l'œil à une distance O' telle que l'angle solide sous lequel est vue la pupille du point e' soit *au moins* égal à l'angle solide sous lequel est vue du même point *la plus grande ouverture* de la lentille. Comme la distance $O'e'$ est petite, il faut observer l'image E' avec une loupe.

209. Eclairage d'une échelle transparente.

Soit à éclairer une échelle transparente E dont l'image doit être

réfléchie par un très petit miroir M : le problème se présente dans l'application de la méthode de Poggendorff.

Si l'on place derrière l'échelle une source S, seuls les points de l'échelle situés entre la source et le miroir sont éclairés. Il faut, ou bien remplacer la source S par une rampe lumineuse étendue dans le sens de l'échelle, ou bien placer derrière l'échelle une substance diffusante (papier à calquer, porcelaine,...), ou enfin, ce qui est préférable, associer les deux solutions.

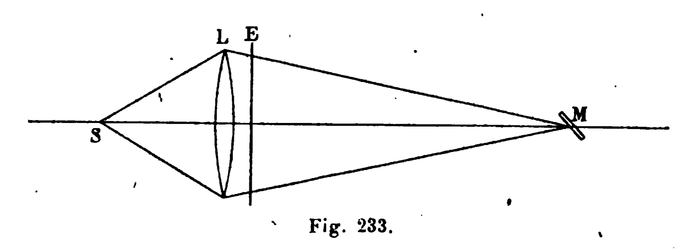


Fig. 233.

On peut encore placer derrière l'échelle une lentille de grandes dimensions, mais qui peut être optiquement assez imparfaite. On dispose la source, *qui peut être ponctuelle,* au foyer conjugué du miroir par rapport à la lentille. Tous les point de l'échelle sont éclairés et d'une manière très sensiblement uniforme.

210. Eclairage d'un objet à travers l'instrument qui sert à l'observer.

1°. — *Pour que l'objet paraisse lumineux, il faut que les images, sur cet objet, de la rétine de l'œil de l'observateur et de la source lumineuse coïncident au moins en partie.* L'image de la rétine doit évidemment être nette sur l'objet; il n'est pas nécessaire au contraire que l'image de la source le soit. Quand cette dernière condition est remplie, on dit que l'objet est observé *dans la source.*

L'objet diffusant par hypothèse, la condition précédente est suffisante. La proposition précédente explique une série de phénomènes vulgaires.

L'objectif d'une chambre photographique paraît noir (fig. 234, en haut) lorsqu'il n'existe qu'une source lumineuse S dans la pièce dans laquelle il se trouve, et qu'il en donne une image nette S', l'image S' de la source se ferait-elle sur du papier blanc. En effet, cette image émet bien de la lumière par diffusion; mais, en vertu du principe du retour des rayons, elle vient précisément passer par la source S qui l'a émise. Pour que l'œil en reçoive une partie, par conséquent pour que l'objectif paraisse éclairé, il faudrait placer l'œil entre l'objectif et la source; ce qui est impossible sans intercepter la lumière, si l'on n'emploie pas de procédés spéciaux.

Pour voir l'objectif éclairé, il faut que l'image sur le papier ne soit pas nette (fig. 234, en bas); autrement dit, que l'écran sur lequel se forme l'image ne soit pas *au point.* Cet écran joue encore le rôle

d'objet lumineux, mais les rayons émis ne viennent plus nécessairement passer par la source.

Naturellement, il est d'autant moins nécessaire de s'écarter de la mise au point parfaite, que l'œil de l'observateur et la source sont plus près d'être dans la même direction par rapport à l'objectif; autrement dit, que les rayons incidents sont plus près de raser la tête de l'observateur.

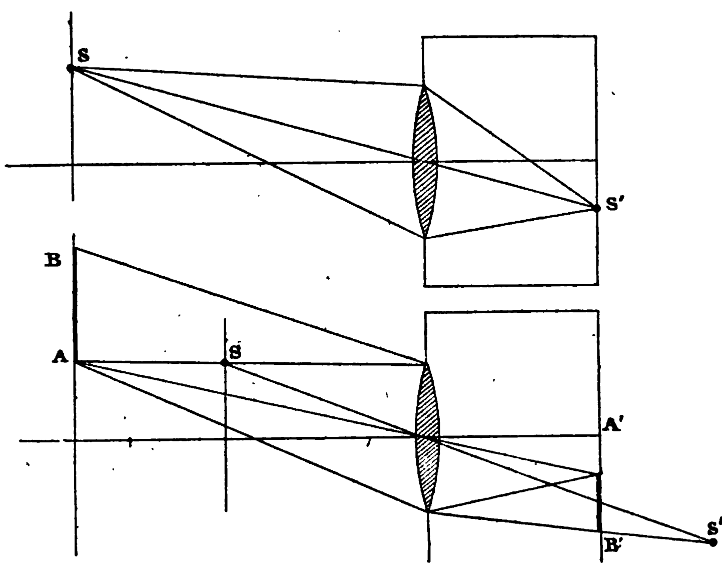


Fig. 234.

2°. — Lueur oculaire.

A la question précédente se rattache le problème de la *lueur oculaire*. On sait que les chats, les chiens, les tigres,... paraissent avoir des yeux lumineux dans l'obscurité. L'expérience montre que le phénomène ne se produit *jamais* dans une obscurité complète; il est toujours dû à la réflexion d'une lumière extérieure sur le fond *très réfléchissant* de l'œil de ces animaux. Il faut, d'après le paragraphe précédent, que les rayons émis par la source lumineuse rasent la tête de l'observateur. La lueur apparaît même dans les yeux d'animaux morts.

La pupille est éclairée si les enveloppes latérales laissent passer la lumière; c'est le cas des albinos, chez qui la pupille est rouge vif.

APPENDICE

MANIPULATIONS

Au cours de ce volume j'indique un très grand nombre de manipulations : on n'a que l'embarras du choix. Dans les paragraphes suivants je veux seulement montrer comment on se tire d'affaire quand on est dans la purée : ce qui est le cas de presque tous nos laboratoires de collège, de lycée, voire de facultés.

211. Collimateur et lunette.

Les lentilles de besicles coûtent 4 francs la dizaine de paires.

Je suppose donc qu'on possède en nombre suffisant des lentilles, mettons de 2 dioptries, c'est-à-dire de 50 cm. de distance focale.

1°. — La construction d'un *collimateur* pour manipulations (§ 84) est d'une extrême simplicité. Sur une planche QQ de 70 cm. de longueur, on visse en F un morceau de laiton faisant équerre à angle droit et percé d'un large trou. Sur ce trou on colle une carte de visite dans laquelle on a découpé avec un canif une fente aussi fine que possible (d'une fraction de millimètre). Avec une équerre plate, on s'arrange de manière que la fente soit normale à la planche QQ. La lentille L, de deux dioptries, est fixée avec de la cire molle contre une seconde équerre en laiton. La base de cette équerre est percée d'une fente dans laquelle passe la vis d'un écrou à oreilles.

Le réglage de la distance FL_1 et de l'orientation du plan de la lentille normalement à FL_1 reste donc possible.

Il consiste à amener l'image d'un objet lointain sur la carte de visite.

Ceci obtenu, on serre la tête à oreilles.

Comme on le voit, les frais sont minimes. Le collimateur n'est pas achromatique. Si on veut éviter l'irisation des images, on dispose sur la face du trou F tourné vers la source lumineuse (un bec Auer par exemple, ou mieux une lampe à pétrole et à mèche plate) un morceau de verre jaune J. On le fait tenir avec deux bouts de laiton mince E formant ressorts.

2°. — La lunette est d'une construction un peu plus compliquée.

Normalement à la planche PP en forme de secteur, on fixe un axe A (bout de tige d'acier cylindrique). La planche SS, qui servira d'alidade mobile, est percée d'un trou où l'axe A entre à frottement

doux. Pour que la rotation de SS se fasse sans heurts ni grippements, on interpose une rondelle B.

Une tige circulaire T fixée sur PP sert de chemin circulaire.

Pour mesurer les rotations de l'alidade, on s'en sert comme de compas pour tracer la circonférence GG. Enlevant l'alidade, on découpe la planche PP à la scie à chantourner, suivant ce trait. Sur le champ cylindrique obtenu, on visse une règle plate en poirier

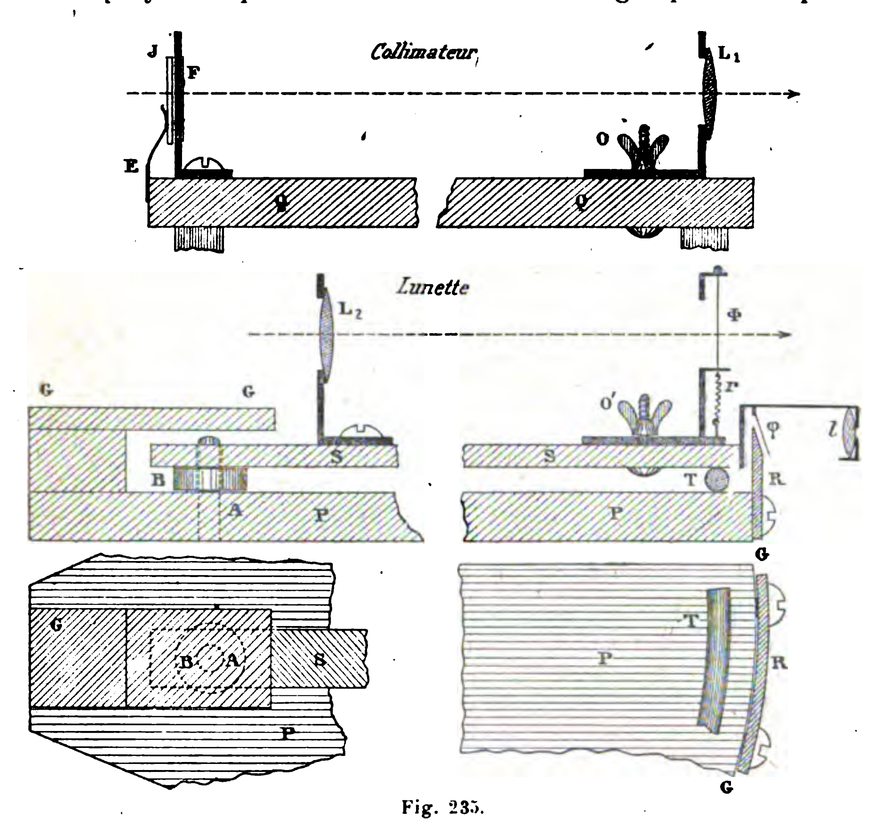


Fig. 235.

dont le biseau est divisé en millimètres. Mesurant le rayon de la circonférence qui correspond à l'extrémité du biseau, on transforme les millimètres de la règle en radians, puis en angles.

On prendra pour rayon à peu près 70 cm. On trouve dans le commerce des règles en poirier de 70 cm. de long. L'appareil permet donc de mesurer des angles jusqu'à un radian, soit environ 57°.

Le degré vaut un peu plus de 12 mm. : la sensibilité de l'appareil est donc notable.

Pour préciser l'azimut de l'alidade, on peut utiliser une petite lentille de 10 cm. de distance focale, *étroitement diaphragmée,* pour éviter les erreurs de parallaxe. Elle est tenue par un bout de laiton qui supporte une fine aiguille S dont la pointe est à quelques millimètres de la graduation (aussi près que l'ajustage de l'appareil le permet).

Si l'appareil est bien construit, on peut lire le dixième de millimètre, ce qui correspond au cent vingtième de degré ou à 30″.

En tous cas la minute est à peu près sûre.

3°. — Passons à la partie optique.

La lentille L_2 (de 2 dioptries) est supportée par un morceau de laiton courbé à angle droit et percé d'un trou. Elle est placée à 10 ou 15 cm. de l'axe de rotation. A l'autre extrémité de la planche SS est une équerre réglable comme il a été expliqué ci-dessus. Elle est percée d'un large trou; aux extrémités du diamètre vertical de ce trou sont de petites plaques horizontales percées de petits trous. Un fil Φ y passe que tend le ressort à boudin *r*. On s'arrange de manière qu'au moins approximativement la droite qui joint le fil au centre optique de la lentille passe par l'axe géométrique de rotation A.

Le réglage consiste à amener le fil dans le plan focal principal de la lentille L_2. Pour cela on dispose l'appareil devant des objets éloignés; on rapproche et on éloigne le fil de la lentille jusqu'à ce qu'il reste sur le même point de l'image quand on hoche la tête. Le réglage est très sensible, le hochement pouvant être de plusieurs centimètres.

Ce réglage est fort intéressant en lui-même (§ 11).

Comme tige T, on emploiera un tube de laiton, par exemple, qu'on pliera comme il est expliqué dans *Construction, description...*

Une plate-forme GG solidement fixée à la planche P permet de disposer les prismes, cuves, glaces,... à peu près au-dessus de l'axe de rotation A, nous allons voir sur quel support auxiliaire.

Evidemment la lunette est plus coûteuse que le collimateur. Tout de même, en l'estimant à 10 francs on est large dans ses estimations, à supposer, bien entendu, qu'on le construise au laboratoire.

212. Plate-forme avec cercle divisé.

Le nombre des manipulations intéressantes augmente beaucoup si l'on joint au précédent l'appareil suivant.

On trouve dans le commerce des rapporteurs en celluloïd de 20 cm. de diamètre (demi-cercles) pour 5 francs environ. Un de ces rapporteurs va nous servir à déterminer les azimuts d'une plate-forme.

Le degré y vaut 1,45 mm.; on mesure donc aisément le dixième de degré (6′).

Une petite plate-forme P est montée sur un bout d'axe A (fig. 236). Pour ne pas avoir à percer le rapporteur R, celui-ci est placé sous la plate-forme; il est fixé par une plaque rectangulaire allongée B dans laquelle pénètrent deux vis.

Un index I donne l'azimut de la plate-forme, qu'on manœuvre avec la manette M. On centre le rapporteur de manière que, dans tous les azimuts, l'extrémité de l'index arrive à la même distance de l'extrémité des traits de la graduation. Dans ces conditions, l'axe géométrique de rotation de la plate-forme passe par le centre de la graduation. On serre les vis pour immobiliser le rapporteur.

L'appareil nous permet de déterminer les variations d'azimut de 180°. Il est indépendant, mais dans la plupart des expériences qui suivent on le disposera sur la plate-forme GG de l'appareil que représente la figure 235, de manière que les axes géométriques de rotation coïncident à peu près. Une coïncidence absolue n'est pas nécessaire.

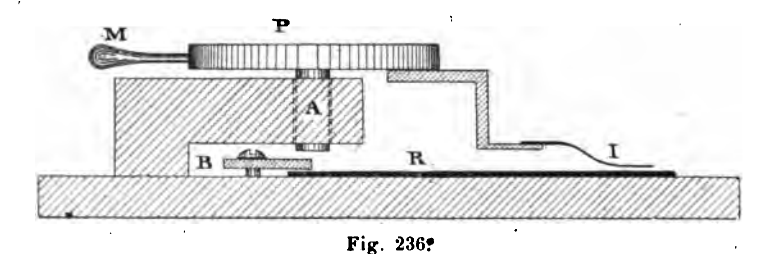


Fig. 236.

213. Expériences avec les glaces à faces parallèles et les prismes.

Le commerce fournit quasiment pour rien des déchets de glace (les miroitiers ne savent qu'en faire); il fournit des prismes de 1° à 10° pour quelques francs *la dizaine de paires*.

Nous sommes donc au large.

1°. — Expérience avec des glaces a faces parallèles.

On dispose le collimateur sur une table, et dans son prolongement la lunette de manière que l'image de la fente se forme sur le fil quand l'index φ est au voisinage du milieu de la graduation R.

On détermine le numéro du trait correspondant : *quel qu'il soit, entier ou fractionnaire,* il servira de zéro.

On interpose les glaces *n'importe comment* entre le collimateur et la lunette; si elles sont à faces parallèles, la fente lumineuse continue à faire son image sur le fil. Si elles sont prismatiques, l'image est déviée d'un angle qu'on mesure.

On fait l'expérience avec du verre à vitre. Généralement l'image est déviée et *déformée* d'une manière irrégulière.

2°. — Déviation par les prismes.

Entre le collimateur et la lunette on interpose la plate-forme à cercle divisé. Avec de la cire molle, on fixe dessus le prisme (de 10° d'angle pour préciser) de manière que son arête soit sensiblement parallèle à l'axe de rotation.

On constate que l'image de la fente est déviée et que la déviation, à peu près indépendante de l'azimut du prisme, est minima pour un certain azimut. Posons que l'indice du prisme est 1,53; la déviation est alors 5°,3. Pour les dimensions ci-dessus admises, le déplacement de l'index sur l'échelle est de l'ordre de 6 cm.

On peut recommencer l'expérience sur une série de prismes, puis les associer deux à deux. On vérifiera la formule :

$$D = A\ (n-1).$$

On montrera que pour des azimuts différents du minimum, la déviation croît, et d'autant plus vite que l'angle A est plus grand.

Si l'on associe deux prismes en mettant l'arête de l'un du côté de la base de l'autre, on obtient comme déviation résultante la différence des déviations individuelles. D'où le moyen de vérifier que deux prismes *de même indice* sont de même angle : la déviation s'annule.

3°. — Mesure de l'angle des prismes.

On dispose le prisme sur la plate-forme GG (fig. 235) de manière que son arête soit à peu près sur l'axe géométrique de rotation A. Le faisceau incident se réfléchit en partie sur l'une, en partie sur l'autre face; on détermine l'angle des faisceaux réfléchis.

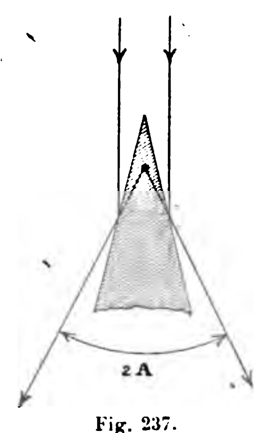


Fig. 237.

La figure 237 montre qu'il est égal à 2A.

Si l'on possède la plate-forme à cercle dévié, on montre qu'effectivement l'angle des faisceaux réfléchis est indépendant de l'azimut du prisme. Sinon, on recommencera l'expérience en orientant différemment le prisme.

Avec les dimensions admises et un prisme d'un degré, la distance angulaire des faisceaux réfléchis est 2°; le déplacement linéaire de l'index φ est de 24 mm. environ.

L'expérience actuelle combinée avec celle du 2° donne l'indice du prisme.

214. Diasporamètre de manipulation.

1°. — L'expérience est intéressante; elle me permettra de montrer comment on construit simplement une catégorie d'appareils.

On trouve dans le commerce des tubes de laiton entrant l'un dans l'autre à frottement doux. On en choisira deux bouts de 6 cm. de diamètre environ. On découpera à la scie un bout T du plus large, et trois bouts t, t, A, du plus étroit. Le bout A sera fixé au milieu du tube T par deux petits rivets. Aux bouts t on fera des fonds soudés sur lesquels on fixera les prismes avec un peu de cire molle; au besoin on abattra les

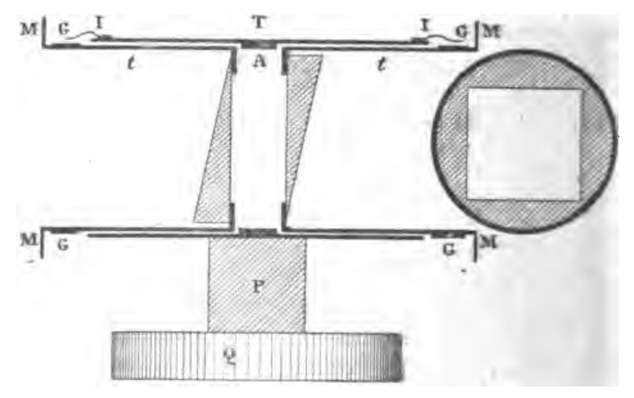


Fig. 238.

angles de ces prismes pour qu'ils entrent dans les tubes *t*. Enfin on soudera quatre petites manettes M.

Les tubes, après avoir été sciés, seront dressés sur un plan couvert d'une toile d'émeri.

Reste à mesurer les azimuts des tubes *t* dans le tube T. A l'approximation ici suffisante, voici le procédé le plus simple. On découpe deux bandes de papier quadrillé (5 mm. de carré par exemple) de manière que la bande *formée d'un nombre entier de divisions* et appliquée en GG soit un peu trop courte. Après quelques tâtonnements, on arrive à l'encoller de manière que, *mouillée*, elle soit juste de dimension. On divise ainsi la circonférence en un nombre *n* de parties connu; il est facile d'avoir en degrés la valeur de la partie. Un cylindre de 6 cm. de diamètre a 19 cm. environ de pourtour, ce qui correspond à 38 divisions du papier.

On peut estimer à 2° l'approximation obtenue.

Les lectures sont faites sur deux index I soudés au tube T.

Celui-ci est porté par une plaque P soudée et un pied Q assez lourd.

2°. — Voici le réglage de l'appareil.

On enlève un des prismes, on fait tourner l'autre. On constate qu'il produit une déviation de l'image linéaire de la fente, nulle pour un certain azimut : nous le prendrons pour origine, parce que sa détermination est précise. Quand, à partir de cet azimut, on tourne le prisme de l'angle α, la déviation *de la fente* varie suivant la formule :

$$D = D_0 \sin \alpha.$$

Le lecteur cherchera comment se déplace l'image d'*un point* de la fente.

Recommençons l'expérience avec l'autre prisme; nous déterminerons de même le zéro de la graduation.

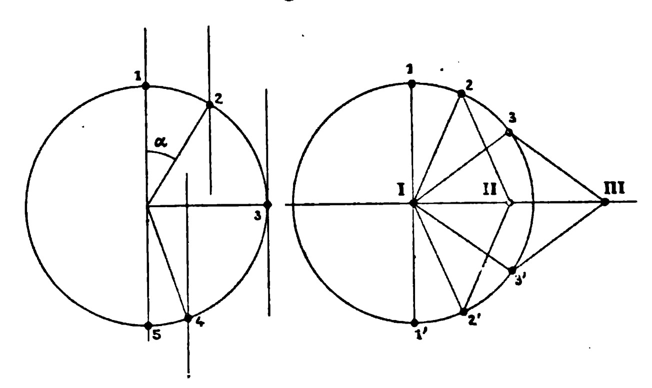


Fig. 239.

Plaçons les prismes *supposés de même angle* tous deux aux zéros de leurs graduations : la déviation est nulle ou maxima : les prismes ont alors leurs arêtes parallèles (horizontales si la fente est verticale);

mais ils sont tournés en sens inverses (déviation nulle) ou dans le même sens (déviation maxima).

Si la déviation est maxima, pour la ramener à être nulle, on tournera l'un des prismes de 180°.

A partir de cette position, faisons tourner *simultanément* les deux prismes de même angle α en sens inverse. Nous vérifierons que la déviation de la fente satisfait à la formule :

$$D = 2D_0 \sin \alpha.$$

Le lecteur cherchera ce qui se passe pour un point de la fente.

Je lui laisse l'amusement de démontrer ces propositions : la figure 239 lui suggérera une élégante solution cinématique.

215. Expériences d'autocollimation. Méthode de Poggendorff.

1°. — Sur la plate-forme à cercle divisé (fig. 236) placée sur le support GG de la figure 235, collons normalement un prisme ; nous n'utiliserons d'abord de ce prisme qu'une des faces, mais par son emploi nous éviterons les images multiples que donnerait une glace à faces parallèles. Installons une glace devant le fil Φ et éclairons latéralement avec une source étendue S (bec Auer). En orientant convenablement le prisme, nous pourrons obtenir, à côté du fil, son image par réfraction à travers L_2, réflexion sur la face utile du prisme et réfraction à travers la lentille. *Il y a autocollimation.*

Quand l'image du fil coïncide avec le fil lui-même, nous sommes assurés que la normale au miroir est parallèle au plan qui passe par le fil et par le centre optique de la lentille.

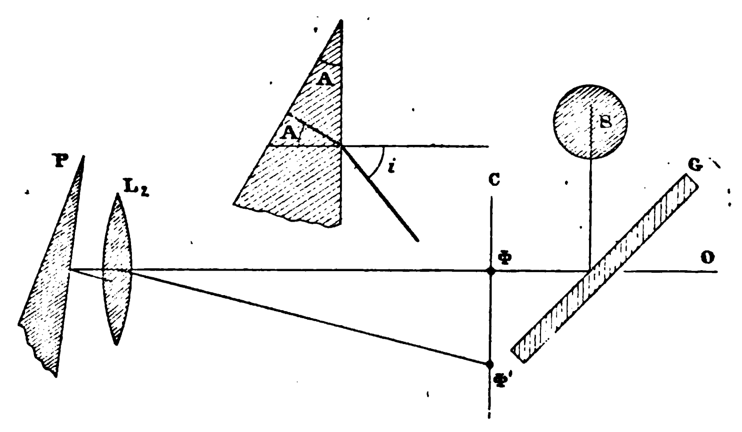


Fig. 240.

Si nous tournons le prisme d'un angle α, nous devons tourner la lunette du même angle pour ramener la coïncidence du fil et de son image. Ce qui permet d'étalonner la règle R (fig. 235) en angles ; ce qui, en tous cas, fournit une vérification de nos calculs.

A partir de la coïncidence, sans toucher à la lunette, si nous tour-

nons le prisme d'un angle α, le déplacement $\Phi\Phi'$ de l'image correspond à l'angle double 2α; de sorte qu'ensuite, quand nous ramenons la coïncidence de Φ sur Φ', Φ et Φ' se déplacent *en sens contraires* d'une longueur qui correspond à l'angle α.

La glace G est orientée de manière que la source S éclaire la lentille; elle n'a pas besoin d'être parfaite, puisqu'il s'agit de constater la coïncidence du fil et de son image.

2°. — On complète l'expérience d'une manière curieuse par utilisation de la seconde face du prisme (petite figure 240).

La réflexion se fait *normalement* sur la seconde face, quand l'angle de réfraction est égal à l'angle du prisme. On a donc :

$$r = A, \qquad i = nr = nA.$$

Partons de la position du prisme pour laquelle l'image du fil coïncide avec le fil lui-même *par réflexion sur la première face.*

Pour obtenir une seconde fois le phénomène *par réflexion sur la seconde face,* il faut tourner le prisme de l'angle :

$$i = nA. \qquad (1)$$

Au § 49 nous avons obtenu la déviation :

$$D = (n-1)A. \qquad (2)$$

Deux expériences simples fournissent donc :

$(n-1)A$ et nA, par suite A et n, l'angle du prisme et son indice.

On remarquera qu'en lumière blanche, la seconde expérience donne une image nettement irisée : on comprendra immédiatement la raison du phénomène.

3°. — En procédant un peu différemment, on peut obtenir simultanément les deux images.

Laissons notre appareil de côté. Installons une lentille L_1 et une fente Φ éclairée par une lampe. Perçons la fente Φ dans un carton C; approchons ou éloignons le carton de la lentille jusqu'à ce que l'image par autocollimation se fasse sur le carton même.

La distance de la lentille au carton est alors égale à la distance focale principale f de la lentille; soit $f = 50$ cm. pour fixer les idées.

Dans ces conditions, nous voyons deux images dont la distance est :

$$d = 2fnA.$$

Pour $f = 50$ cm., $n = 1{,}5$, $A = 5° = 0{,}087$; $d = 13$ cm.

Quand nous faisons tourner le prisme autour de son arête, les images se déplacent de manière que leur distance se conserve. Pour amener successivement les images à coïncider avec la fente, il faut tourner le prisme de l'angle nA *moitié de la distance angulaire des images*. C'est toujours le phénomène de doublement expliqué au § 32, à propos de la méthode de Poggendorff.

216. Expériences de dispersion.

On dispose devant la fente des verres ou des solutions différemment colorées; on constate que la déviation des prismes est variable avec la couleur.

Fixons les idées sur les ordres de grandeur. On a :

$$D = A(n-1).$$

Admettons un indice moyen 1,53 et une variation d'indice 0,02 d'un bout à l'autre du spectre. La déviation est 0,53 A; la dispersion est 0,02 A, c'est-à-dire environ 25 fois plus faible que la déviation.

Si la déviation est de 5°, la dispersion est de l'ordre de 0°,2.

Si le degré vaut 12 mm., le spectre s'étale sur une longueur linéaire de 2,4 mm.

La séparation des couleurs est donc suffisante pour rendre l'expérience possible.

Rien n'empêche du reste d'accoler deux prismes de 10° et de doubler la grandeur du phénomène.

L'avantage de l'appareil que nous employons (appareil sans oculaire) est de montrer la petitesse objective de la dispersion, dont on n'a qu'une idée fausse lorsqu'on regarde dans un spectroscope ordinaire. Le spectre paraît énorme, tandis qu'en réalité le spectre réel est tout petit.

217. Expérience sur les systèmes centrés.

Soit f la distance focale principale du système.

Dans son plan focal, on dispose une règle graduée fortement éclairée.

Deux points A et B de cette règle, dont la distance est l, donnent des faisceaux émergents dont l'angle est θ tel que :

$$f\theta = l. \qquad (1)$$

On mesure l sur la règle et θ avec la lunette; on déduit la distance focale f de la formule (1).

Pour faire l'expérience on place le système centré (formé par exemple de deux lentilles minces, fixées dans un tube, à la distance d l'une de l'autre) sur la planchette GG, à la hauteur de la lentille L_2. On installe en avant la règle graduée, constituée par une graduation sur papier translucide collée sur une lame de verre. A défaut de graduation, on en fait une avec du papier quadrillé que l'on huile ou paraffine pour le rendre translucide.

En retournant le système centré, on montre que les distances focales des espaces objet et image sont les mêmes, mais que les points nodaux et les plans principaux ne sont pas disposés de même par rapport aux lentilles supposées de distances focales différentes.

218. Oculaires micrométriques.

1°. — On trouve dans le commerce de la tige de fonte douce filetée, ayant, par exemple, 8 mm. de diamètre et 1 mm. de pas.

On vend en même temps des écrous en nombre quelconque.

Les écrous ont un jeu trop grand pour les employer immédiatement à la construction d'un oculaire micrométrique.

On tourne la difficulté par le dispositif que représente schématiquement la figure. Deux écrous E sont soudés sur une pièce LL de laiton battue et faisant ressort. On entre la vis VV dans les écrous de manière que la plaque soit légèrement fléchie et les applique contre les filets. On supprime ainsi le temps perdu. Un cercle divisé CC (rapporteur du commerce) est fixé sur la tige qui tourne entre pointes. Un index I détermine sa rotation.

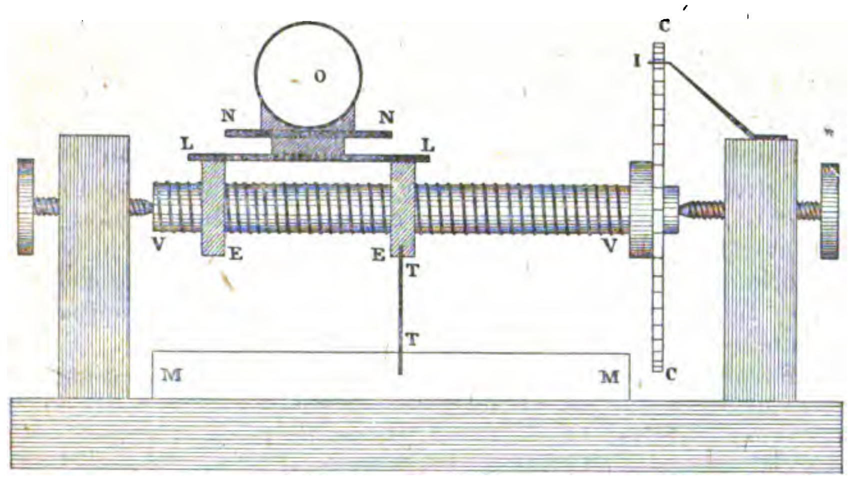


Fig. 241.

Une tige TT, fixée sur un des écrous, appuie sur la lame MM de laiton et empêche la rotation du système LE.

2°. — L'oculaire O est fixé sur la tablette NN.

Il peut être fait d'une simple lentille convergente de 2 à 3 cm. de distance focale, diaphragmée par un œilleton. Dans le plan focal on dispose un fil réticulaire.

La manipulation consiste à déterminer, par exemple, la distance des images de deux fils parallèles données par une lentille. On substitue aux fils une petite règle dont la distance des traits est connue. On détermine l'équidistance des images de ces traits dans les conditions précédentes. D'où la distances des fils.

219. Sphéromètre à puits.

1°. — La mesure des rayons de courbure des lentilles de petites ouvertures se fait commodément avec un sphéromètre à support modifié, dit *sphéromètre à puits*.

Elle est basée sur le principe suivant.

Un tube de rayon *intérieur* r est coupé suivant une section droite bien exactement rodée. On le dispose verticalement, la section rodée en dessous. Contre elle, on applique successivement une glace à

faces parallèles et la face de la lentille *convergente* dont le rayon de courbure R est à mesurer. Le sommet de cette face est *dans le tube,* à une distance e de la section droite, reliée à R et à r par la formule :

$$R = \frac{r^2}{2e} + \frac{e}{2}.$$

Même expérience avec une lentille *divergente;* mais alors r représente le rayon *extérieur* du tube.

Pour mesurer e on se sert d'un sphéromètre ordinaire. Il repose sur un trépied massif dont le disque est percé d'un trou central dans lequel on visse le *court* tube cylindrique auxiliaire de rayon connu r. On place en dessous la section droite taillée normalement aux génératrices.

Un ressort permet d'appuyer contre cette section d'abord la glace à faces parallèles, ensuite la lentille. La quantité dont il faut relever la vis du sphéromètre pour obtenir la même indication de l'index, est précisément égale à e (voir mon cours sur la *Construction...*).

L'appareil comporte plusieurs tubes dont les diamètres intérieurs ou extérieurs sont, par exemple, 5, 10, 15, 25 et 40 millimètres.

2°. — Sur le principe de cet appareil on installe d'amusantes manipulations.

Un miroir concave tourne autour d'un axe et donne d'un spot une image réelle sur une échelle. On mesure ainsi les petits déplacements de l'extrémité d'un levier. La lentille dont on veut mesurer les courbures, est appliquée sur un bout de tube rodé normalement aux génératrices. Le déplacement du levier qui se trouve dans l'axe du tube, donne la quantité e dont la lentille pénètre dans le tube. On peut ainsi étalonner l'échelle en rayons de courbure.

Si l'on ne possède qu'un miroir plan, on colle dessus une lentille convergente d'une demi-dioptrie par exemple; on place alors l'échelle à un mètre.

220. Graduations sur glace étamée.

Pour bien faire comprendre au débutant en quoi consiste la *parallaxe* et les *erreurs de parallaxe,* on utilise une glace étamée, sur la face avant de laquelle on colle une graduation en millimètres sur papier.

La manipulation consiste à mesurer le déplacement d'un repère parallèlement à la graduation (la pointe d'une aiguille).

Par exemple, on construit une balance de Jolly *à ressort à boudin* pour la détermination des densités. La graduation est verticale et placée à 5 ou 10 centimètres du ressort. L'expérience consiste à montrer que les allongements sont proportionnels aux surcharges.

L'étudiant voit immédiatement quelles erreurs grossières il commet sans la glace; il se rend compte du rôle de celle-ci pour fixer la direction du regard quand il amène en coïncidence le repère et son image.

221. Problème de Littrow.

En dépit d'Archimède et des miroirs ardents, comment un fil d'araignée ne brûle-t-il pas au foyer d'une lunette *qui reçoit les rayons solaires directs,* pour grande que soit son ouverture?

Les rayons lumineux ne sont pas chauds par eux-mêmes : pour s'échauffer, le corps doit les absorber, les transformer en une autre espèce d'énergie. La température qu'il atteint, dépend simultanément de ce qu'il absorbe et de ce qu'il émet.

Dire que le fil d'araignée est transparent ne résout pas la question, puisque manifestement il joue le rôle de corps sinon parfaitement opaque, du moins imparfaitement transparent.

Dire qu'il absorbe proportionnellement à son volume et émet proportionnellement à sa surface, est une manière différente d'invoquer sa transparence.

Puisqu'il ne brûle pas, il faut bien admettre qu'il émet à peu près autant qu'il absorbe, sans rien préjuger sur la grandeur des quantités émises et absorbées.

Voici quelques résultats obtenus avec une lunette de 20 cm. d'ouverture et de 75 cm. de distance focale.

Un crin de cheval *noir* brûle instantanément; un crin *blanc,* plus difficilement. Un cheveu humain ne brûle pas toujours; cela dépend de son épaisseur. Un fil d'araignée ne brûle jamais. Pourtant le faisceau est assez intense pour allumer un bout de papier placé à quelques centimètres en avant ou en arrière du fil.

Un ressort de montre rougit; une pièce d'argent devient si chaude qu'un copeau de bois se carbonise au contact.

Un courant de gaz d'éclairage ne s'enflamme pas.

222. Concordance des mesures en dioptries et en pouces.

Si je n'avais pas sous les yeux une boîte de verres d'un de nos meilleurs constructeurs, je ne croirais pas que l'ignorance pût aller à ce point. J'y trouve les indications suivantes :

N^{os} dioptriques D :	1	2	3	4	5	6
Pouces p :	36	18	13	10	8	6
Produits pD :	36	36	39	40	40	36

Le malheureux en est à ignorer que le produit doit être constant.

Reprenons donc la question pour les *lentilles équiconvexes.*

Rappelons que le pouce vaut 0,02707 mètre.

Le nombre p de pouces que renferme une longueur R évaluée en mètres, est donc fourni par la relation :

$$p \times 0{,}02707 = \mathrm{R}.$$

Pour les lentilles équiconvexes on a (au signe près, § 72) :

$$\frac{1}{f} = \mathrm{D} = \frac{2(n-1)}{\mathrm{R}} = \frac{2(n-1)}{0{,}02707 \times p},$$

$$pD = 73,88\,(n - 1);$$

$$n = 1,5, \qquad pD = 36,94;$$
$$n = 1,53, \qquad pD = 39,20.$$

Comme l'indice est variable d'une coulée à l'autre, admettons la formule (très suffisante dans la pratique) :

$$n = 1,528, \qquad pD = 39.$$

D'où le tableau suivant :

DIOPTRIES	POUCES	DIOPTRIES	POUCES	DIOPTRIES	POUCES	DIOPTRIES	POUCES
0,25	156,0	2,25	17,3	5,50	7,0	12	3,3
0,50	78,0	2,50	15,6	6,00	6,5	13	3,0
0,75	52,0	2,75	14,1	6,50	6,0	14	2,8
1,00	39,0	3,00	13,0	7,00	5,6	15	2,6
1,25	31,2	3,25	12,0	7,50	5,2	16	2,4
1,50	26,0	3,50	11,1	8,00	4,9	18	2,2
1,75	22,3	3,75	10,4	8,50	4,6	20	1,9
2,00	19,5	4,00	9,7	9,00	4,3	25	1,6
		4,50	8,7	10,00	3,9	30	1,3
		5,00	7,8	11,00	3,5	35	1,1

TABLE ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE VOLUME

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE ÉLÉMENTAIRE

Les numéros des renvois sont ceux des paragraphes.

B

C

D

E

F

G

H

I

J, K

L

P

S

T

U, V

W, X, Y, Z

TABLE DES CHAPITRES

DE

L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE ÉLÉMENTAIRE

12-17

SOCIÉTÉ ANONYME D'IMPRIMERIE DE VILLEFRANCHE-DE-ROUERGUE

22

